

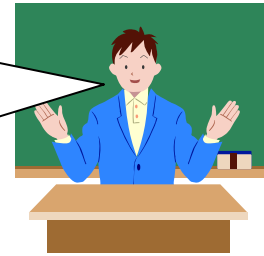
ことによって、そこから性質を導く必然性があります。さらに、課題2で生徒に作図させる平行四辺形は、学級の人数分だけいろいろな平行四辺形が作図されることが予想されます。形も大きさも違う平行四辺形から、向かい合った辺の長さは等しい、向かい合った角の大きさは等しいという性質が導かれることが大切です。

ここで重要なのは、「これが正しいと思うことが常に真である」ことを説明しようとすることの大切さを強調して指導することです。生徒が、帰納したことが常に真であると説明させるような教師の投げかけが必要です。

【指導のポイント】

「本当に向かい合った辺の長さは等しい、向かい合った角の大きさは等しいといえるのかな？」

「誰もが納得するにはどうしたらいいのかな？」
などと、確認の発問やもう一度疑問を投げかける発問をすることが大切です。



誰もが納得するには、明確な根拠から、一般的な説明を考えるのが普通です。これが演繹的な考え方につながります。

演繹的な考え方とは？

いつでもいえることを、すでに分かっていることをもとにして、その正しいことを説明しようとする考え方です。

ここでは、平行四辺形の性質を三角形の合同をもとにして説明していくこととなります。

数学的に表現し、的確に活用することができるような指導の充実

自分の考えやその根拠を、言葉や数、式、表、グラフなどを用いて明らかにすることができるように、数の概念の育成とともに文字利用のよさや有用性について、繰り返し指導していきましょう。

1 文字を用いて一般的な表現ができるような指導の工夫

2年 文字式の利用

「式による説明～連続した整数の和が奇数になることを説明しましょう～」

指導上の課題

生徒は、学習した記号や用語を適切に利用したり、二つの数量関係や図形などの関係を文字を用いて考察したりすることが苦手です。

奇数や偶数を文字を用いて表すことができても、それが少し違う形に変形されるとよみ取ることができません。

授業改善のポイント

多くの1年生は、文字を未知数と考えて学習を進めてしまうことがあります。これは、文字式を1次方程式の解として使うことが中心のように感じているからです。2年生の文字式の利用で、文字のもつ二面性（未知数と任意定数）についてもう一度理解を深めることが大切になります。

碁石を使いながら、連続した二つの整数の和が奇数になるという性質を調べる学習の工夫を提示します。

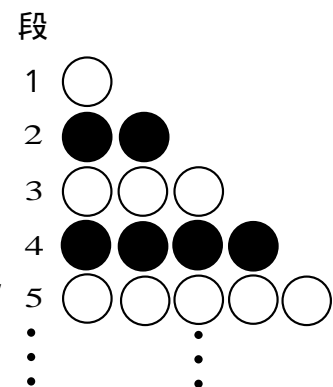
課題

右の図のように、1つずつ増やしながら碁石を白黒交互に並べます。これを利用して整数の性質について調べてみましょう。

課題1 段数 n と碁石の色の関係を説明しなさい。

課題2 $1 + 2 = 3$ 、 $2 + 3 = 5$ のように連続した2つの整数の和が奇数になることを説明しなさい。

課題3 連続する3つの整数の和はどんな整数になるか予想し文字を用いて説明しなさい。



課題1のポイント

n 段目は n 個、 $n+1$ 段目は $n+1$ 個並んでいることは、多くの生徒が理解できるはずですが。しかし、段数と色の関係はどうなっているかという視点が欠けてしまいます。ここで場合分けの概念が必要になります。 n 段目が白の場合は、 n はどんな数になるかと問うことにより、 n が奇数なら碁石は白、偶数なら黒というように、 n を場合に分けて考えることが必要になることに気付かせることが大切です。

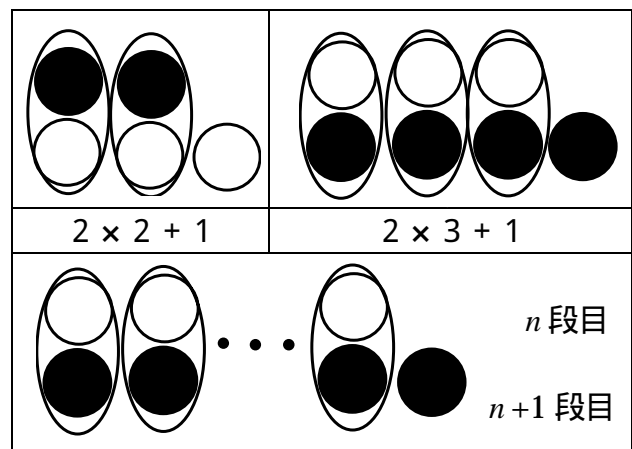
課題2のポイント

生徒に説明させるときには、図を用いて説明させることから始めます。具体的な数を使って、 $2 + 3 = 5$ 、 $4 + 5 = 7$ などから連続する整数の和は奇数になることの予想はつくはずですが。この予想からすぐに文字の利用に入らず、図を用いて理解させ、それから、文字を用いて説明させるような学習の流れをとります。

図を用いて説明させる場合には、右の図のように、2のまとまりを意識させることが大切です。そうすることにより、2のまとまりが n 個あることから $2n + 1$ が奇数であることを理解させます。

また、 n 段目と $n+1$ 段目の碁石の個数を文字式で表現させ、考えさせ、二つとも同じ意味をもつことを理解させます。

このような活動を通して、文字式を使うことで、考え方が明確に表現されたり一般化され、文字式の有用性を実感させることが大切です。



課題3のポイント

課題2が理解できたことで終わりにせず、その考えを利用して、自分で答えを導く成就感を味あわせることが大切です。

2 拡張された数について豊かな感覚を育てる指導の工夫

3年 平方根

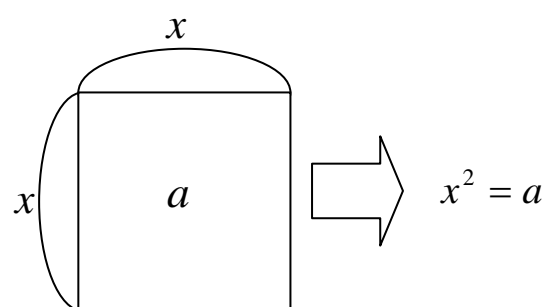
「平方根の導入」

指導上の課題

中学校における数の指導は、その範囲の拡張が中心です。第1学年で扱う正負の数では、現実世界と接点があるため比較的理解しやすい内容です。しかし、 $x^2 = a$ における a の平方根は1次方程式の解のように有理数で表せない数だけに、数としてイメージしにくく四則演算が十分に理解できません。

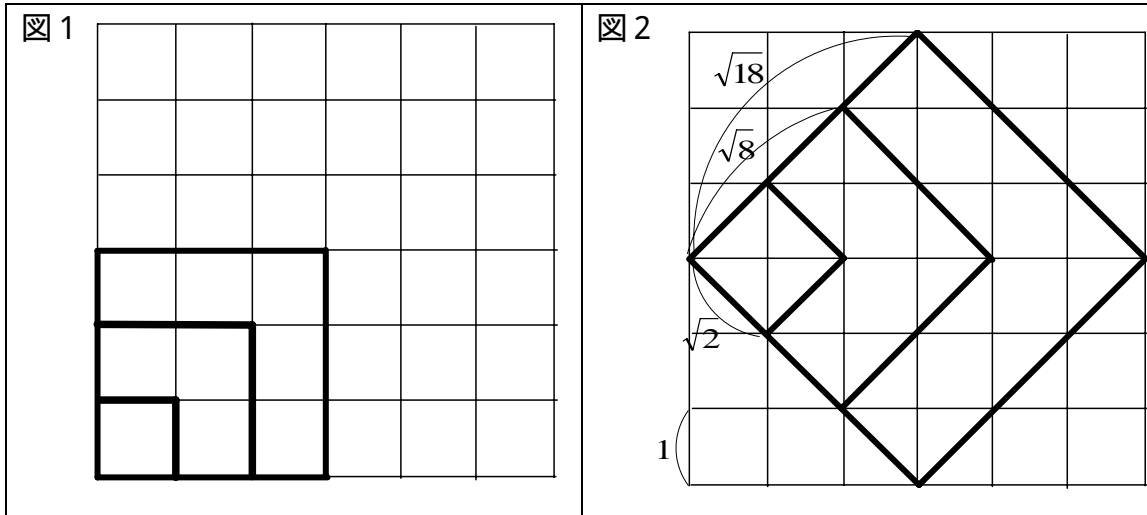
授業改善のポイント

x を正方形の一边、 a を面積と考えて、 a の正の平方根が正方形の一边であるとしてとらえるなど、図形を利用した指導法が考えられます。また、より具体的にするために長さとしてイメージされる正の平方根 $\sqrt{2}$ を、コンパスと定規で実測させたり、電卓で近似値を求めさせたりする活動も有効です。



平方根の近似値を実感させる学習活動

生徒は、面積の値が1、4、9の正方形はすぐに作図することができます。そこで、図1のように1辺が長さ1cmの方眼用紙に面積が、2、8、18になる正方形を作図させる課題を与えます。



【指導のポイント】

「 $\sqrt{2}$ は小数で表すことはできるのかな？」

「面積が2の正方形ができるから、その1辺の長さは測れるはずだね。」

など、生徒の好奇心を高める発問をすることが大切です。



課題提示例 図2から、 $\sqrt{2}$ と $\sqrt{8}$ 、 $\sqrt{18}$ の関係について調べてみましょう。

正方形ができたらコンパスや定規で実測させ、 $\sqrt{2}$ の近似値を求めさせてみましょう。また、電卓を用いて求めさせる活動を取り入れてみま

図2から

$$\sqrt{2} \times 2 = \sqrt{8} = \sqrt{2 \times 2 \times 2}$$

$$\sqrt{2} \times 3 = \sqrt{18} = \sqrt{2 \times 3 \times 3}$$

∴ ∴

$$\sqrt{2} \times n = \sqrt{2 \times n \times n}$$

右の計算から

$$n = \sqrt{n \times n}$$

すなわち

$$\sqrt{n^2} = n$$

まで考えることができると、無理数についての理解が深まるでしょう。

しょう。電卓では、生徒が興ずるままにキーを押して $\sqrt{2}$ が1.414213などと求め、2乗しても2にならないこと、すなわち、小数では2乗して2になる数がないことに気付くのです。

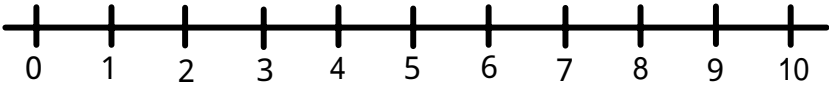
また、図2を示すことで面積が2、8、18の正方形ができることが分かります。しかし、それまでに2乗して2、8になる数を学習していません。そこで、新しい数「平方根」を定義することの意味を理解させると効果的です。図2を用いて平方根の性質についての理解を深めることができます。

拡張された数の大小関係について理解を深める学習活動

数が拡張されることにともなって、小学校から学習してきた大小・相等関係がどのように変化したかを明らかにしていくことが大切です。

平成17年1月に実施された「特定課題に関する算数・数学調査問題」では、下記のような問題1が出題されていました。平方根の大小関係を問う問題です。単純に「 $a > b$ ならば $\sqrt{a} > \sqrt{b}$ 」を覚えていればできる問題ではなく、平方根の性質を十分理解し活用する力がついていないとできない問題です。無理数の導入段階で、 $\sqrt{2}$ の値を近似的に求めさせる場面を設定し、今までの数と結びつけて新しい数の概念を形成することや、大小を比べるときに数直線や図形と関連させながら指導していくことが望まれます。

問題1 $1^2 < (\sqrt{2})^2 < 2^2$ だから、 $\sqrt{2}$ は1と2の間にあることが分かります。
この考えを使って、 $\sqrt{18}$ を の中に数直線上に を使って表しなさい。

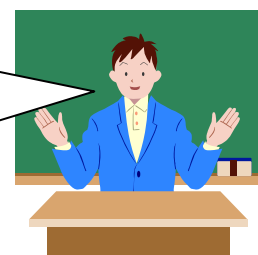


反応率 中学3年 52.3%

また、問題2のように、なぜそのように考えたか、理由を書かせる問題もみられます。生徒たちが学習した知識や考え方を活用することができていない状況がみられます。事象の中に潜む関係や根拠を探ったり、それを分かりやすく説明したりする活動を設定することにより、数学的な見方や考え方を育成する必要があると考えられます。そのためには、授業では単に答えを求めるのではなく、なぜそうなったのか、なぜそう考えたのかを、書かせたり発表させたりする授業展開の工夫が求められます。また、定期テストにおいてもこのような形式の問題を出題していくことが大切です。

【指導のポイント】

「なぜそのようになるか、考え方をノートに書いてみましょう。」
「どのようにして求めたのか発表してください。」
など、生徒の考え方をまとめさせる指示をすることが大切です。



問題2 坂本さんは、 $\sqrt{2} + \sqrt{18}$ の値はどれくらいになるか調べています。

坂本さんの説明

$\sqrt{2}$ は、 $1^2 < (\sqrt{2})^2 < 2^2$ であるので、 $1 < \sqrt{2} < 2$ である。

また、 $\sqrt{18}$ は、 $4^2 < (\sqrt{18})^2 < 5^2$ であるので、 $4 < \sqrt{18} < 5$ である。

したがって、 $1 < \sqrt{2} < 2 \dots$

$4 < \sqrt{18} < 5 \dots$

と から

$\sqrt{2} + \sqrt{18}$ の値は、5より大きく7より小さい

坂本さんの説明では、 $\sqrt{2} + \sqrt{18}$ の値が6より大きいかわかりませんが、工夫することにより6より大きいかわかりか小さいかわかります。

$\sqrt{2} + \sqrt{18}$ の値が6より大きいかわかりか小さいかわかりかをア、イの中から1つ選び の中のその記号を で囲みなさい。

またその理由を の中に書きなさい。

ア $\sqrt{2} + \sqrt{18}$ の値は6よりも小さい

イ $\sqrt{2} + \sqrt{18}$ の値は6よりも大きい

ア	イ	(1つを <input type="checkbox"/> で囲む)
理由		

反応率 中学3年 27.4%

日常の事象を数学的に考え、数学的に解釈する指導の充実

意図的に現実の生活や社会とのつながりを意識した授業の展開をしてみましょう。今の生徒は、社会における現象や問題を数学的に取り扱う力が十分に育っているとはいえません。これからは、社会の中から問題を明らかにするためにも、数学的な対象として見る力や、変数を見いだす力、数学的に処理する力、得られた解を数学的に考える力の育成が望まれます。