高等学校における教科指導の充実

理　科
《 物理領域 》

学ぶ手応えを実感できる物理を目指して
[レンズ]

栃木県総合教育センター
平成19年３月

ま　え　が　き

　学力に関する国際的な調査や教育課程実施状況調査では、日本の高校生の学力の状況や学習に対する意識などが明らかにされ、国のレベルからも学力向上のための様々な提言がなされています。栃木県では、「とちぎ教育振興ビジョン（二期計画）」を策定し、中・長期的な展望に立った教育施策を、平成18年度より新たにスタートしました。ビジョンでは、「確かな学力」を育成することを教育施策推進上の重要な観点として掲げ、教材や指導の工夫をすること、思考力・判断力・表現力などを高める学び合いを充実することなどの指導のポイントを示しています。

　各学校においても、教育活動の改善充実に日々努めているところですが、特に教科指導においては、限られた時間の中でも効果的な指導を展開して、生徒の学力向上に資することが大切です。

　これらのことを踏まえ、総合教育センターでは、「高等学校における教科指導の充実に関する調査研究」に取り組んでおります。この調査研究の目的は、基礎・基本の確実な定着を図るための授業改善を目指して、教科指導の在り方について研究し、その成果を普及することにより、学力の向上に資することにあります。今年度は、国語科、数学科、理科（物理、化学、生物）、外国語科（英語）の４教科において、教育課程実施状況調査等の調査結果から指摘されている課題を踏まえ、その解決を図るための授業改善の方策等について研究に取り組みました。研究の成果をまとめた本冊子を、各学校の実情に応じて有効にご活用いただければ幸いです。

　最後に、今年度の調査研究を進めるにあたり、ご協力いただきました研究協力委員の方々に深く感謝申し上げます。

平成19年３月

栃木県総合教育センター所長

五　味　田　謙　一

目　　　　　　次

はじめに

高等学校学習指導要領に示されている理科の目標は、「自然に対する関心や探求心を高め、観察、実験などを行い、科学的に探求する能力と態度を育てるとともに自然の事物・現象についての理解を深め、科学的な自然観を育成すること」である。この目標を達成するためには、生徒一人一人の特性や実態に応じた指導を工夫することが必要であり、学習内容の理解や習熟の程度が十分な生徒に対しては、発展的な学習によってさらに力を伸ばしていくことが求められる一方、学習内容の理解や習熟の程度が必ずしも十分でない生徒に対しては、基礎的・基本的な内容を確実に習得させるための指導が求められる。どちらの場合でも指導にあたっては、学習指導要領に示されている内容と全く関連のない学習を行ったり、単なる知識の習得だけに偏ったりすることがないようにしなければならない。生徒の知的好奇心や探求心を高める工夫をしながら、科学的なものの見方・考え方や問題解決能力を育成することに重点を置き、学習が終わったとき、生徒に「なるほど、分かった」という達成感とともに、学ぶ手応えを実感させ、さらなる学習意欲の向上につながるような授業を目指すことが大切である。

本研究では、以上のことを踏まえ、「レンズ」の分野においての学ぶ手応えを実感できる授業を目指し、次の２つの指導に取り組んだ。

事例１　「基礎的・基本的な内容を重視したレンズの学習」
事例２　「発展的な内容を含むレンズの学習」

事例１では、凸レンズの性質や凸レンズによって実像や虚像ができる様子を調べることなど、中学校の学習内容の復習に重点を置き、実験・観察を多く取り入れたテンポ良い授業展開によって生徒の学習意欲を高めた。ピンホールカメラによる撮影や、組み合わせレンズによる望遠鏡などについても扱った。なお、生徒の答え等は研究を進めていく際に行った授業実践の記録をもとにまとめたものである。

事例２では、凸レンズや凹レンズの結像公式を導出する際に用いる球面レンズの性質を、「スネルの法則」をもとに考察させることにより、レンズの学習を「光の屈折」の学習と関連付けられるようにした。また、虫眼鏡や望遠鏡の倍率をレンズの結像公式を用いて求めることによって、結像公式の利用価値が実感できるようにした。

〈研究協力委員〉

栃木県立鹿沼商工高等学校　教諭　坂巻健二

〈研究委員〉

栃木県総合教育センター　研修部　指導主事　手塚貴志

事例１　「基礎的・基本的な内容を重視したレンズの学習」

１　指導の工夫

高等学校における凸レンズの学習の内容は、中学校での学習内容の復習に当たる部分が多く、理屈が一見単純であるだけに、生徒の興味・関心を引き出すのが難しい分野である。一方、機械的な作図によって像を求めることができる生徒でも、実像や虚像が点光源の集まりとみなせ、光学的にはそこに現実の物体があるのと同等の性質をもつことなどを理解していないことが多い。

本事例では、実験・観察を多く取り入れた体験的な学習によって、レンズや像の基礎的・基本的な性質を理解させることを目的とした。

２　指導計画

［第１時］

① 中学校での学習内容を復習し、レンズに関する基本的な用語（焦点、焦点距離、実像など）を理解させる。

② 凸レンズを通過する３つの代表的な光線について、進行方向についての基本的な規則を理解させる。

③ 凸レンズによって実像ができる様子を、作図によって理解させるとともに、生徒実験で確認させ、実感をもたせる。

④ ピンホールカメラの原理を説明し、演示実験を行う。

［第２時］

① 生徒にピンホールカメラで写真撮影をさせることによって、ピンホールカメラの原理を確認させる。

② 凸レンズによって、実物よりも大きな虚像ができることを作図によって理解させるとともに、生徒実験で確認させ、実感をもたせる。

③ 組み合わせ凸レンズによるケプラー式望遠鏡の原理を、作図によって理解させるとともに、生徒実験によって確認させ、実感をもたせる。

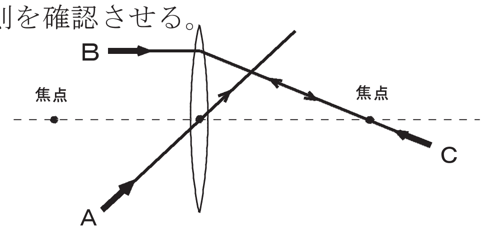
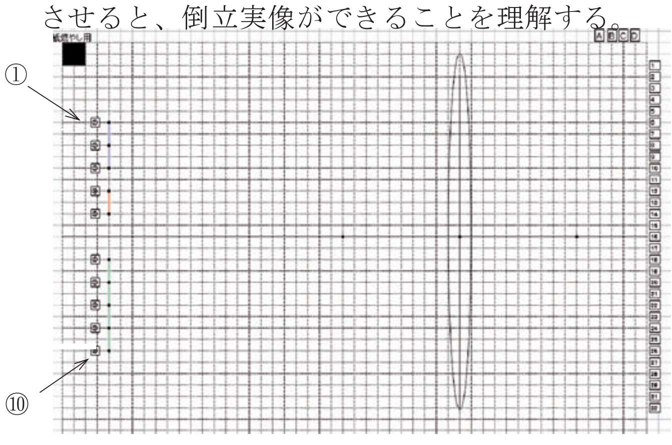
３　他の内容との関連

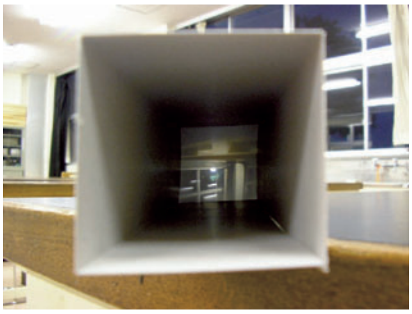
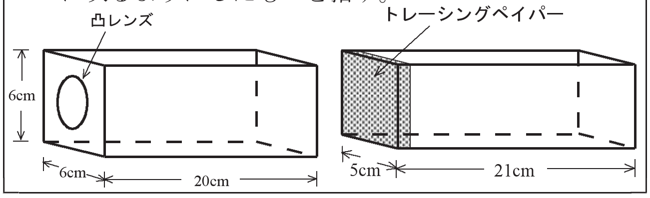
中学校　第２学年
・凸レンズの焦点
・凸レンズによる実像
・凸レンズによる虚像
・像の大きさと物体の位置の関係

⇒　本事例　⇒

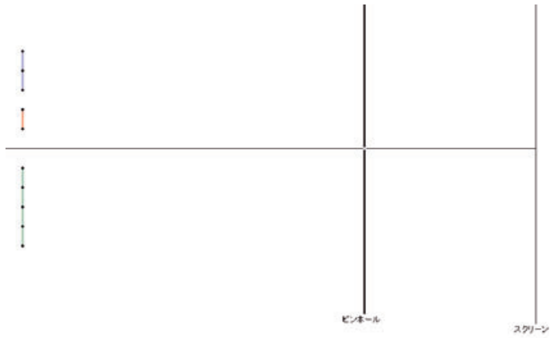
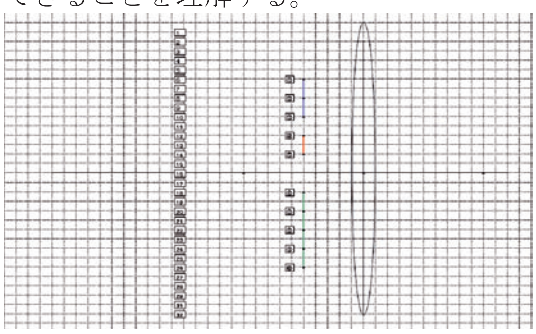
高等学校　物理Ⅰ
・凹レンズの性質
・凸レンズの結像公式
・凹レンズの結像公式
・明視の距離と虫眼鏡の倍率

［第１時］　授業展開

指　導　内　容	学　習　活　動
○発問１ 「今までに、レンズを用いた実験としてどんなことをやったことがありますか。」	＜生徒の答え＞ ・太陽光を集光しての紙燃やし ・実像と虚像を作る実験 ・ものを拡大して見る
○生徒実験１（太陽光を集める） ・太陽光を凸レンズで集めることにより、紙を焦がしてみるよう指示する。	・各自、学習プリント１と凸レンズを持って窓際に移動し、太陽光を凸レンズで集光して学習プリント１の黒塗りの部分を焦がしてみる。
○発問２ 「太陽光と同じように、蛍光灯の光も凸レンズを使って一点に集めることができると思いますか。」	＜生徒の答え＞（数字は、挙手した生徒の割合） ・できると思う(23%) ・できないと思う(70%) ・分からない(7%)
○生徒実験２（蛍光灯の光を集める） ・天井の蛍光灯の光を凸レンズで集めさせ、一点に集まらないことを確認させる。	・太陽の場合も、蛍光灯の場合も、紙の上には実像が映るが、太陽の像は小さいために光が一点に集まったように見えたことを理解する。
○凸レンズの性質の復習 ・凸レンズと通過する３本の代表的な線を黒板に図示し、その進路に関する規則を確認させる。  	・中学校で学習した、以下の凸レンズの性質を復習する。 A：レンズの光軸に平行に入射した光線は、反対側の焦点を通過する。 B：レンズの中心を通過する光線は直進する。 C：焦点を通過してからレンズに入射する光線は、レンズ通過後は光軸に平行な向きに進む。
○作図１（凸レンズによる実像） ・生徒配付の学習プリント１を用い、点光源を表す①から⑩までの番号のうち、自分の班の番号と等しい点から出た３本の光線A、B、Cについて、その経路を線で記入させる。 ・黒板に模造紙（学習プリント１と同じもの）を貼り付け、班の代表者に、３本の光線A、B、Cの交点の座標を発表させ、模造紙に記入する。	・焦点距離より遠い物体からの光を凸レンズで屈折させると、倒立実像ができることを理解する。  （学習プリント１）

○生徒実験３（カメラオブスキュラ１） ・カメラオブスキュラを班毎に配付し、教室にあるものや外の景色などをスクリーンに映して観察させる。 	・作図１で確かめた、凸レンズによって実像ができる様子を実験によって確認する。 **【カメラオブスキュラについて】** 本来のカメラオブスキュラは、レンズがなくピンホールからの光をスクリーンに映すものであるが、この授業では、凸レンズを用い、実像がトレーシングペーパーに映るようにしたものを指す。 
○発問３ 「カメラオブスキュラの凸レンズの下半分を黒いビニールテープ紙で隠すと、実像の様子はどうなると思いますか。」 ・作図１で用いた模造紙を使って、レンズの面積が減っても像の形が変わらないことを説明する。	＜生徒の答え＞（数字は、挙手した生徒の割合） ・下半分しか映らないと思う（11%） ・上半分しか映らないと思う（17%） ・全体が映ると思う（61%） ・像は映らないと思う（11%）
○生徒実験４（カメラオブスキュラ２） ・凸レンズの下半分に黒色ビニールテープを貼り付けてから像を観察させ、像の形は変わらず、暗くなることを確認させる。	・レンズの面積が半分になると、その実像の形、大きさは変化しないが、明るさが半分になることを理解する。
○演示（ピンホールカメラの原理） ・黒板に別の模造紙を貼り付け、レンズの代わりにピンホールのみでも実像ができることを作図によって説明する。	・凸レンズで実像ができている場合、レンズの面積をしだいに小さくしていくと、レンズを通過する光線は中心付近を直進するもののみになることから、ピンホールで実像ができることを理解する。
○演示実験（教室ピンホールカメラ） ・暗幕等を用いて教室内を暗室とし、ピンホールからの外の景色をスクリーンに映して観察させる。  （スクリーンに映った景色）	【教室ピンホールカメラについて】 ①教室の暗幕を完全に閉め、隙間はガムテープでふさぎ、光が入ってこないようにする。 ②明るい景色が外に広がっている方の暗幕の一部を丸く開けて、画用紙をくりぬいて作ったピンホール（直径４㎜）をガムテープで固定する。 ③白色半透明のポリ袋を枠（100ｃｍ×50ｃｍ）に貼り付けてスクリーンとし、ピンホールから２ｍ程度の位置に置く。

［２時間目］　授業展開

指　導　内　容	学　習　活　動
○作図２（ピンホールカメラの原理） ・黒板に貼った模造紙を用いて、ピンホールを通過した光線が実像をつくることを説明する。 ・学習プリント２で各自作図するよう指示する。 ・穴の大きさが大きすぎると、像がにじんでしまうが、逆に小さすぎても、回折の影響で解像度が悪くなることを説明する。	・作図により、ピンホールカメラの原理を復習する。  （模造紙）
○生徒実験５（ピンホールカメラ撮影） ・カメラの使い方を説明し、班毎に好きなものを撮影させる。 ・レンズ付きのカメラと異なり、光を集める作用がないため像が暗くなってしまうが、原理的にすべての距離にピントが合うため、近いものと遠いものを一枚の写真に、共に鮮明に写せることを説明する。  （生徒作品の例）	・「ポラロイド　ピンホール80」を用いて好きなものを撮影し、現像して観察する。 【使用したピンホールカメラとフィルム】 ・日本ポラロイド株式会社製「ポラロイドピンホール80」（定価9800円）を使用。 ・カラーのポラロイドフィルム「タイプ89」を使用し、室内での露光時間は40秒～90秒、現像時間は90秒程度。 
○作図３（凸レンズによる虚像） ・学習プリント３を用いて、凸レンズの焦点距離より近い物体から出た光線がレンズで屈折することによって、虚像ができる様子を班毎に作図させ、班の代表者に３本の光線A、B、Cの交点の座標を発表させる。 ・黒板に模造紙（学習プリント３と同じもの）を貼り付けて各班の結果を記入し、レンズの手前に正立の虚像ができることを説明する。	・凸レンズの焦点距離より近い物体から出た光線がレンズで屈折すると、レンズの手前に正立の虚像ができることを理解する。  （学習プリント３）

○発問４ 「凸レンズによる虚像には、前回学習した実像と比べてどのような違いがありますか。」	＜生徒の答え＞ ・大きい。 ・逆さまになっていない。 ・スクリーンに映らず、レンズの手前にできる。
○虫眼鏡の原理を説明 ・凸レンズは、焦点距離より近いものであれば、実物より大きな正立虚像をつくることができ、ものを拡大して観察するのに利用できることを説明する。	・凸レンズによってできる虚像の大きさは、物体が手前側の焦点に近づくほど大きくなり、物体とレンズ間の距離が焦点距離と等しいときは、物体から出た光線は、レンズ通過後に平行光線となることを理解する。
○発問５ 「焦点距離より遠くの物体を拡大して観察するにはどうすればよいでしょうか。」	＜生徒の答え＞ ・分からない（全員）
○ケプラー式望遠鏡の原理説明 ・焦点距離よりも遠い物体を拡大して観察するには、一枚目の凸レンズでつくった実像が二枚目の凸レンズの焦点距離のわずか内側にできるようにすればよいことを説明する。	・ケプラー式望遠鏡は、焦点距離の長い対物レンズによる実像を、接眼レンズという虫眼鏡で拡大して観察するものであることを理解する。 ・二枚のレンズの焦点を一致させて、無限遠に虚像をつくって使用することも多いということを理解する。
○生徒実験６（カメラオブスキュラ３） ・カメラオブスキュラのスクリーンに実像が映るようにピントを合わせておき、その実像を虫眼鏡で拡大して観察するよう指示する。	・カメラオブスキュラの内側の筒に切れ込みを入れておき、虫眼鏡をその切れ込みに差し込むことにより、スクリーンに映った実像を観察する。 ・倒立虚像が観察できることを確認する。 ・スクリーンは必要がないことを理解する。
○生徒実験７（ケプラー式望遠鏡） ・焦点距離の大きな凸レンズを対物レンズとし、焦点距離の小さな凸レンズを接眼レンズとして観察した後、二枚のレンズを入れ替えて観察する。 	・対物レンズとしては焦点距離の長い凸レンズを用いて大きな実像をつくり、接眼レンズとしては焦点距離が短く、倍率の高い凸レンズを用いることによって望遠鏡としての倍率を大きくすることができることを理解する。 ・実像はスクリーンに映っていない状態でも空間にできており、光学的には実際の光源と同等のはたらきをもつことを実感する。

第１時の授業の様子を、教師（Ｔ）と生徒（Ｓ）の会話で示す。

Ｔ：今日のテーマはこれ。そうレンズです。凸レンズについては中学校でも学習しましたが、今回はその復習をしながら、レンズの利用法についても考えてみたいと思います。ところで、レンズはどんなものに使われているでしょう？

Ｓ：望遠鏡、顕微鏡

Ｓ：カメラ、ＤＶＤドライブ

Ｔ：そうですね。レンズは様々な場面で利用されており、身近で重要なものです。皆さんの机の上にレンズがありますから、手にとってみてください。横から見るとこんな風にふくれているので、これを凸レンズといいます。逆にへこんだ形の凹レンズというものもあって、これについては後で学習します。ところで、**「今までに、レンズを用いた実験としてどんなことをやったことがありますか？」（発問１）**

Ｓ：虫を拡大して観察しました。

Ｓ：実像とか虚像とかをつくる実験をしたような記憶があります。

Ｓ：太陽の光を集めて紙を燃やしました。

Ｔ：紙燃やしの実験などはよくやられるでしょう。そう書いた人どれくらいいますか？（３１名が挙手）

Ｔ：この実験は小学校３年生でやることになっているので、大部分の人がやったことがあるようですね。それでは、凸レンズの役割は一言で言うと何ですか？

Ｓ：光を曲げる。

Ｓ：光を一点にあつめる。

Ｔ：入ってきた光を一点に集めると思う人どれくらいいますか？（３４名が挙手）
なるほど、分かりました。ではやってみましょうか？

○生徒実験１（太陽光を集める）

（レンズと、生徒配付プリント２を持って窓際に移動させる。そして紙が焦げたら自分の席に戻るように指示する。）

Ｔ：確かに光が集まって、まぶしいくらいになり、紙が燃えましたね。それでは、レンズの役割が光を一点に集めるということならば、どんな光でも一点に集められるのでしょうか。例えば、教室の天井にある**蛍光灯の光も一点に集めることができると思いますか。（発問２）**
集められると思う人？（９人が挙手）では、実際にやってみましょう。

○生徒実験２（蛍光灯の光を集める）

Ｔ：出来ましたか？蛍光灯の光をうまく１点に集められたという人どれくらいいますか？
（だれも挙手しない）

Ｓ：出来ません。

Ｔ：では一点に集まる代わりに何が起きましたか？

Ｓ：蛍光灯が映りました。

Ｔ：どうやら凸レンズはどんな光でも一点に集められるわけではないようですね。では、逆に何で太陽の光の場合は一点に集まったのでしょう？

Ｓ：？？

Ｔ：（ちょっと間をおいて）分かりませんか。では、太陽光の実験をやったときの、あの光輝く点の正体は何ですか。蛍光灯の光を集めようとしたら、蛍光灯が映ったことから考えてみてください。

Ｓ：あ、もしかして太陽が映っただけ？

Ｔ：そうです。あれは太陽なんです。小さくて丸いので点のように見えただけなのです。紙に映った輝く太陽や蛍光灯を実像とよぶことは、中学校で学習しましたよね。この凸レンズの性質はカメラに使われています。たとえば、レンズを使って景色を紙に映しておき、長時間経てば紙が日焼けしてこの紙に景色が残るかもしれません。実際には、そんなに気の長いことはしていられないので、フィルムを使うわけです。フィルムはものすごく日焼けしやすい紙だと思ってください。だから、一瞬でハッキリクッキリ写るわけです。目の構造も似たようなものです。目には角膜や水晶体という凸レンズが入っています。目の奥には網膜という景色を映すスクリーンがあって、そこに映った景色が神経を刺激して、「見える」という感覚が生まれるわけです。

○凸レンズの性質の復習

Ｔ：では、さらに授業を進めます。ここまでの流れで、凸レンズは光を操作して像を作る道具だということが分かりました。次は、なぜ凸レンズがそんなはたらきをするのか、という点に注目して、レンズの性質を調べていきたいと思います。ここで中学校の復習をしましょう。凸レンズに入射した光線がその後どう進むか、を整理してみると

　Ａ：レンズの光軸に平行に入射した光線は、反対側の焦点を通過する。

　Ｂ：レンズの中心を通過する光線は直進する。

　Ｃ：焦点を通過してからレンズに入射する光線は、レンズ通過後は光軸に平行な向きに進む。

こんな３つの性質がありましまよね。レンズは周囲の空気とは違う材質で出来ているので、光は空気中からレンズに入るときと、レンズから空気中に出るときの２回屈折して曲がります。屈折の法則についてはこの前学習しましたね。あの法則を使えばレンズの性質が説明できるんですが、かなり複雑になりますから今回は踏み込まないことにします。

Ｔ：この３つの性質を利用すれば、例えば凸レンズの左側にある光源から凸レンズに入射した光が、レンズを通過後どうなるかなどを作図によって簡単に調べることができます。それではプリント１を出してください。これから、指示に従ってそのプリントに作図をしてもらいます。（生徒は４人で１班、全部で１０班に分かれている）まず、物体に書かれている番号に注目してください。自分の班の番号と同じ番号から出た光について、その進路を表す直線をかいてみてください。具体的には、**そこから出た光のうち、先ほど説明したＡ、Ｂ、Ｃの３本の光線について、作図をしてください。（作図１）**

Ｔ：作図は終わりましたか。３本の光線はどうなりました。

Ｓ：一点に集まりました。

Ｔ：そうです。こうして、凸レンズの焦点距離より遠くの一点からでた光は、レンズを通過した後、再び一点に集まるという性質があるのです。これが凸レンズの真の役割であり、実像をつくる仕組みなのです。ちなみに、物体から出てレンズに入射する光線は無数にありますが、この３本だけが進路を作図しやすいために、像の作図のときよく用いられます。実際にはこの３本のうちのいずれかの２本だけで像の作図はできます。

Ｔ：ここで、みなさんの結果を模造紙に集めてみます。班の代表の人、光が集まった座標を教えてください。その座標をこの模造紙に書き込んでいきましょう。

Ｔ：それでは、これを見てください。レンズの向こうにあった光の点の集合が、レンズのこちら側に再現されましたね。皆さんの結果を全部合わせることによって実像が作図できました。

○生徒実験３（カメラオブスキュラ１）

Ｔ：では作図で確かめたことを実際に実験してみてみましょう。カメラオブスキュラという道具が机の下にあります。こんなものです。仕組みを説明しますので、見ながら理解してください。（簡単な原理の説明、ピント合わせの説明をした後）では、実際にいろいろな物の像を映してみてください。どうですか？

Ｓ：うぉ〜、マジ映ってる。

Ｓ：映画みたい。でも逆さまだ。

Ｔ：逆さまに映ることは、さっきの作図で分かっていましたよね。ここで質問をします。こんな事をしたらどうなると思いますか。実際にはやらないで予想してくださいね。

「カメラオブスキュラの凸レンズの下半分を黒いビニールテープ紙で隠すと、実像の様子はどうなると思いますか。」（発問３）

Ｓ：下半分しか映らない。

Ｓ：上半分。

Ｓ：変わらない。

Ｔ：さっき作図した模造紙を使って予想してみましょう。このレンズの下半分を通る光線がカットされるとしたら･･･、どうですか？像は出来そうですか？

Ｓ：あ、普通に出来る。

Ｔ：そうですね。さっきとの違いは、集められる光の量が半分になってしまったということだけです。だから、像の形は変わらないが、像の明るさが半分になります。

○生徒実験４（カメラオブスキュラ２）

Ｓ：本当だ。ちょっと暗くなるけど形は変わらない。

Ｔ：一点からでた光を一点に集めることが可能ならば、大きさが小さくなったとしても、レンズは像をつくることができるのです。これが理解できると、景色を映すのにはレンズさえもいらないことがわかります。凸レンズの中心だけを残し、それ以外の部分に黒いビニールテープを貼り付けたらどうなると思いますか。光線はレンズの中心しか通れなくなります。レンズの中心を通過する光線は直進するだけですから、レンズはあってもなくても同じです。

Ｔ：ではこんなものを用意しましょう。（工作用紙を取り出し、小さな穴をあける）これがレンズの代わりをしてくれます。これをレンズの代わりにおいて、作図してみましょうか。

○演示（ピンホールカメラの原理）

Ｔ：どうですか？

Ｓ：あ、確かに一点から出た光が一点にしか行きようが無い。でも集まった訳じゃないけど。

Ｔ：別に一点から出たすべての光が集まらなければ像が出来ないわけではありません。とにかく一点から出た光が向こう側の一点に行けばいいのです。このようにして単なる穴でカメラのように景色を写すことができ、これをピンホールカメラとよびます。ただ、欠点があります。何でしょうか？

Ｓ：暗い。

Ｔ：そうです。凸レンズなら、レンズを通過する光線を全て一点に集めることが出来ます。しかし、ピンホールカメラでは、この穴に向かって進んできた光線しか通さないので、必然的に像は暗くなります。レンズと比べると、とことん暗い。しかし、像は映る。

Ｔ：でも、本当に単なる穴で像をつくれることを信じられますか？実際に見たくないですか？そこで、今日のメインイベントを行います。教室ピンホールカメラの実験です。

○演示実験（教室ピンホールカメラ）

Ｔ：こんな風に教室を暗室にして、さっき工作用紙でつくったピンホールだけから校庭からの光が入ってくるようにします。スクリーンは、この半透明の大きなポリ袋を切り開いて枠に貼り付けたものを使います。

Ｔ：それでは準備ができたので、誰か蛍光灯のスイッチを切ってください。

Ｔ：どうですか？何か映ってますか？

Ｓ：おぁぁおぉ。

Ｓ：マジ？

Ｓ：やべぇ。

Ｔ：ね？映ったでしょ？ここ印画紙を置けば写真だって撮れます。実際、次の時間にはレンズの代わりにピンホールを使ったカメラ、ピンホールカメラを使って皆さんに本物の写真を撮影してもらう予定です。その他に、２枚の凸レンズを組み合わせることによって、おもしろい実験をやってみようとも考えていますので、楽しみにしていてください。

事例２　「発展的な内容を含むレンズの学習」

1　指導の工夫

「レンズ」は、高校物理において指導しにくい分野の一つである。その理由として、次のことが挙げられる。

(1) 中学校で既に学習した内容の復習が多く、生徒の興味・関心を引き出すのが難しい。

(2) 結像公式の導出については、「凸レンズで実像ができる場合」、「凸レンズで虚像ができる場合」、「凹レンズで虚像ができる場合」を扱ってから、これらを一般化して一つの式に表すという流れのため、同じような説明を３回も繰り返す必要があり、理屈が単純な割に時間がかかり、単調な授業展開になりやすい。しかも、組み合わせレンズのような複雑な問題には踏み込まないため、結像公式の利用価値が実感しにくい。

(3) 多くの教科書において、レンズの基本的な性質（光が凸レンズで屈折するとき、光軸に対して平行に入射した光線が反対側の焦点を通過すること等）は、自明なものとして扱われており、なぜ球面で構成される凸レンズや凹レンズが、そのような性質をもつのかについての理屈や証明が省略されている。そのため、波動分野の学習内容にもかかわらず、光の波動性と直接関連する事項が少なく、前後の学習内容に対してストーリーがつながりにくい。

本事例では、学習プリントを用いて生徒がノートをとる時間の短縮化を図りながら、「光の屈折の法則」を基本原理として球面レンズの性質を考察させることにより、レンズの学習を「光の屈折」の学習と関連付けることを目的とした。また、虫眼鏡や望遠鏡の倍率をレンズの結像公式を用いて求めることによって、結像公式の利用価値が実感できるようにした。

2　指導計画

［第１時］

①　凸レンズによる像を幾何学的に考察させることによって、凸レンズの結像公式を導かせる。

②　球面レンズが、頂角の異なる微小なプリズムの集合であることを理解させる。

③　頂角の小さなプリズムに光線が入射するとき、その振れ角と頂角の関係を理解させる。

④　レンズを通過する光線の振れ角が、レンズの中心からの距離に比例することを説明するとともに、焦点距離とレンズの曲率半径、屈折率との関係を導かせる。

［第２時］

①　凹レンズの性質を、レンズを通過する光線の振れ角と中心からの距離の関係から導かせる。

②　凹レンズによって虚像ができる様子を作図させるとともに、凹レンズの結像公式を導かせる。

③　目で見たものの大きさが、目の位置から物体を見込む角に比例することを理解させる。

④　明視の距離を理解させるとともに、虫眼鏡の倍率を結像公式を用いて導かせる。

⑤　ケプラー式望遠鏡の原理を理解させ、倍率と凸レンズの焦点距離との関係を説明する。

3　他の内容との関連

物理Ⅰ		本事例		物理Ⅰ
・光の速さ ・光の反射と屈折 ・光のスペクトル ・光の散乱、偏光	⇒	本事例	⇒	・光の回折 ・ヤングの実験 ・回折格子 ・薄膜による干渉

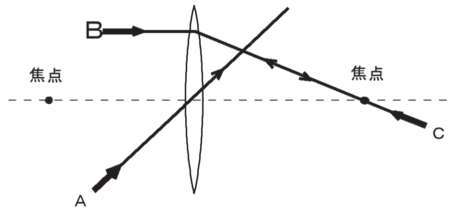
［第１時］ 授業展開

<table>
<tr><th>指 導 内 容</th><th>学 習 活 動</th></tr>
<tr><td>

〇学習プリント１を配付する。

〇凸レンズの性質の確認

・凸レンズを通過する３本の基本光線に関する規則を文章で書かせる。



</td><td>

・「１ 凸レンズの性質（凸レンズを通過する光線の進み方）」の空欄を埋める。

Ａ：レンズの中心を通過する光線は直進する。

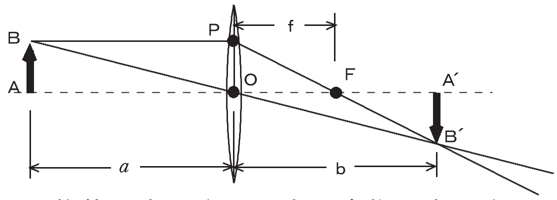
Ｂ：レンズの光軸に平行に入射した光線は、反対側の焦点を通過する。

Ｃ：焦点を通過してからレンズに入射する光線は、レンズ通過後は光軸に平行な向きに進む。（Ｂの逆コースであるからＢと同等）

</td></tr>
<tr><td>

〇凸レンズの結像公式（実像）の導出

・凸レンズで実像ができる様子を黒板に作図し、三角形の相似関係を用いて空欄を埋めることにより、結像公式を導かせる。



・物体の大きさに対する実像の大きさの比ｍは、①式より、

$$m = \frac{A'B'}{AB} = \frac{b}{a}$$

で表されることを説明する。

</td><td>

・「２ 凸レンズの結像公式（物体が焦点距離の外側にある場合）」の空欄を埋める。

△ＡＢＯ∽△Ａ′Ｂ′Ｏより、

$AB : A'B' = \boxed{a} : \boxed{b}$ …①

△ＯＰＦ∽△Ａ′Ｂ′Ｆより、

$OP : A'B' = \boxed{f} : \boxed{b-f}$ …②

また、ＢＰが光軸に平行であるから、ＡＢ＝ＯＰより、①式の右辺と②式の右辺は等しい。したがって、$\boxed{a} : \boxed{b} = \boxed{f} : \boxed{b-f}$

が成り立つ。この式を整理すると、

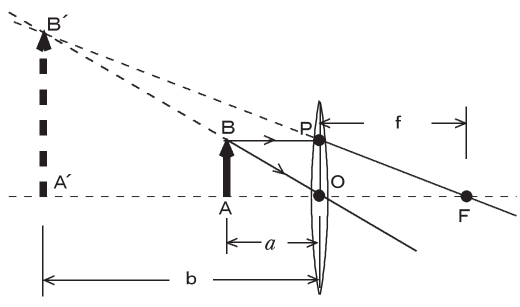
$$\boxed{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}} \quad \cdots\cdots③$$

という関係式が得られる。

</td></tr>
<tr><td>

〇凸レンズの結像公式（虚像）の導出

・実像のときと同様に、虚像ができるときについても、結像公式を導かせる。



・実像の式③と虚像の式⑥は、ｂの符号を変えれば同等であることを説明する。

</td><td>

・「３ 凸レンズの結像公式（物体が焦点距離の内側にある場合）」の空欄を埋める。

△ＡＢＯ∽△Ａ′Ｂ′Ｏより、

$AB : A'B' = \boxed{a} : \boxed{b}$ ……④

△ＯＰＦ∽△Ａ′Ｂ′Ｆより、

$OP : A'B' = \boxed{f} : \boxed{b+f}$ ……⑤

また、ＢＰが光軸に平行であるから、ＡＢ＝ＯＰより、④式の右辺と⑤式の右辺は等しい。したがって、$\boxed{a} : \boxed{b} = \boxed{f} : \boxed{b+f}$

が成り立つ。この式を整理すると、

$$\boxed{\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{f}} \quad \cdots\cdots⑥$$

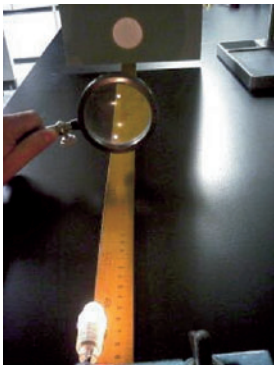
という関係式が得られる。

</td></tr>
</table>

○問題演習（凸レンズの結像公式）

・学習プリント１の演習問題を解かせることにより、結像公式の利用法を理解させる。

・焦点距離のわかっている凸レンズを用意し、豆電球の光をスクリーンに投影することにより、演習問題２の答えを検証する。



・「４　演習問題」を解く。

(1)（基本問題）解答

	像の位置	像の大きさ
①	レンズの右15cm	1.0cm
②	レンズの右20cm	2.0cm
③	レンズの左40cm	10 cm

(2)（発展問題）解答

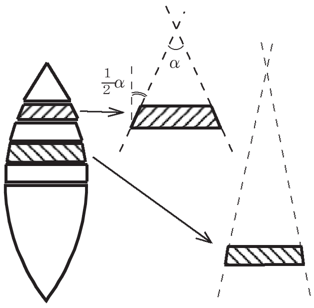
レンズ、物体間距離をxとすると、結像公式より

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{L-x}=\frac{1}{f} \qquad \therefore x^2-Lx+fL=0$$

このxに関する方程式が実数解をもてばよいから、　$L^2-4fL \geqq 0 \quad \therefore L \geqq 4f$

○学習プリント２を配付する。

・球面凸レンズが微小プリズムの集合とみなせることを説明する。



・「１　球面レンズとプリズムの関係」を参照しながら、凸レンズの断面がプリズムのはたらきをすることを理解する。

・レンズを通過する光線は、空気からガラスに入るときと、ガラスから空気に出るときの２回屈折することを確認する。

・レンズの光軸部分は、プリズムとみなしたときの頂角が０であることから、中心を通過する光線が直進することを理解する。

・プリズムの頂角の大きさは、球面の法線と光軸のなす角の２倍であることを理解する。

○発問１

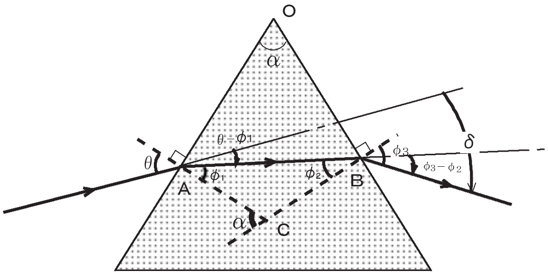
「凸レンズをプリズムの集合とみなしたとき、その頂角の大きさは光軸から離れるほど大きくなるか、小さくなるか。」

<生徒の答え>

・大きくなる。

○プリズムの頂角の大きさと光線の振れの角の関係を理解させる。

・光線の進行方向の変化を振れの角とよぶことを説明する。



・点Ａにおける入射角をθ、屈折角をϕ_1とすると、スネルの法則より $\boxed{1 \cdot \sin\theta = n \cdot \sin\phi_1}$ ‥①

同様に、点Ｂにおける入射角をϕ_2、屈折角をϕ_3とすると、$\boxed{n \cdot \sin\phi_2 = 1 \cdot \sin\phi_3}$ ‥②

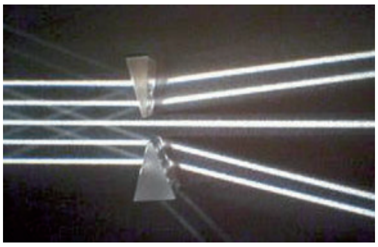
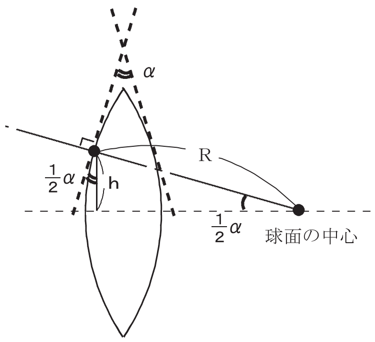
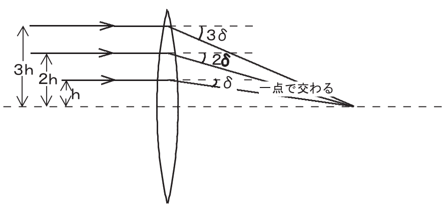
・振れの角δは、$\boxed{\delta = (\theta-\phi_1)+(\phi_3-\phi_2)}$ ‥③

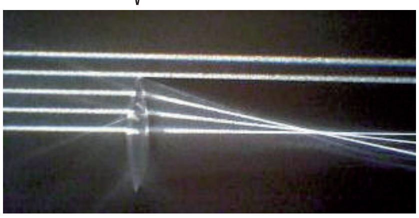
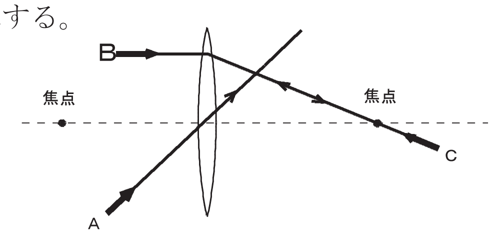
・図より、$\boxed{\phi_1+\phi_2=\alpha}$ ‥④

・θ及びαが微小のときを考えるとϕ_1、ϕ_2、ϕ_3も微小となり、$\sin\theta \fallingdotseq \theta$、$\sin\phi_n \fallingdotseq \phi_n$の近似成立

このとき、①、②、④よりϕ_1、ϕ_2、ϕ_3をそれぞれθ、n、αのみで表し、③に代入すると、

$\boxed{\delta = (n-1)\alpha}$　が得られる。

<table>
<tr>
<td>○課題
・屈折率1.5のガラス製で、頂角の大きさが 3°のプリズムに対し、小さな入射角で入射した光線の振れ角δは何[rad]か。また、頂角の大きさが２倍の 6°の場合、振れの角δは何[rad]になるか。</td>
<td>・αの値3°は[rad]単位に換算すると、3π/180であるから、δ＝(1.5−1.0)×3×3.14/180
＝0.026 rad
・δはαに比例するから、頂角の大きさが２倍の6°のときは、δ＝0.0261×２
＝0.052 rad</td>
</tr>
<tr>
<td>○演示実験１
・頂角の異なる２つのプリズムによる振れの角の違いを観察させる。
</td>
<td>・頂角の大きさαが大きいほど、光線の振れの角が大きいことを確認する。
・入射角が小さいときは、振れの角δが入射角θにほとんど依存しないことを確認する。
・凸レンズを微小プリズムに分けて考えると、光軸から遠い部分ほどプリズムとしての頂角が大きくなるため、通過する光線の振れの角が大きくなることを理解する。</td>
</tr>
<tr>
<td>○凸レンズによる振れの角を考察させる。
・球面レンズの断面を板書し、球面の法線と光軸のなす角が、プリズムとしての頂角の半分に当たることを説明する。

</td>
<td>・屈折率ｎで、半径Ｒの両凸レンズについて、光軸からの距離ｈの部分を微小プリズムと考えるとき、その頂角の大きさをαとすると、球面の法線と光軸のなす角は $\frac{1}{2}\alpha$ であり、
$$\frac{1}{2}\alpha \fallingdotseq \sin\left(\frac{1}{2}\alpha\right) = \frac{h}{R} \qquad \therefore \alpha \fallingdotseq \frac{2h}{R}$$
よって、光線の振れの角δは、
$$\delta = (n-1)\alpha = \frac{2(n-1)h}{R}$$
と表せ、光軸からの距離ｈに比例することを理解する。</td>
</tr>
<tr>
<td>○凸レンズに入射する平行光線について考察させる。


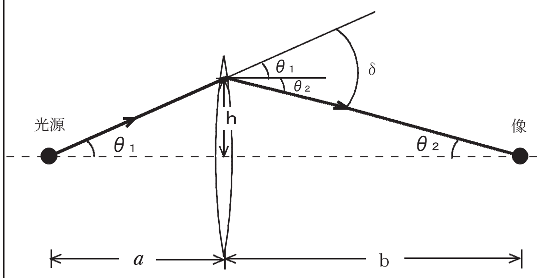
</td>
<td>・凸レンズにおいては、レンズに入射した光線の振れの角δは、光軸からの距離ｈに比例するため、レンズの中心を通過する光線は直進し、光軸に対して平行に入射した光線は、レンズ通過後一点に交わることを理解する。また、これは初めに学習した凸レンズの性質Ａ、Ｂ、Ｃに他ならないことを確認する。

</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>

○凸レンズの結像公式を考察させる。

・レンズからの距離aの光源から出た光が凸レンズに入射すると、光軸からの距離ｈによらず、常に一点に集まることを理解させる。

・凸レンズの結像公式と比較し、焦点距離fと球面の半径の関係を導かせる。



</td>
<td>

・レンズからの距離aの光源から出た光線が、光軸となす角θ_1でレンズに入射し、レンズ通過後には、光軸となす角θ_2で進んで、レンズからの距離bの位置に集まったとする。光線がレンズを通過する位置の、光軸からの距離をｈとすると、

$$\delta=\frac{2(n-1)h}{R}=\theta_1+\theta_2 \quad 、\quad \theta_1 \fallingdotseq \frac{h}{a} \quad ,\theta_2 \fallingdotseq \frac{h}{b}$$

より、

$$\frac{2(n-1)h}{R}=\frac{h}{a}+\frac{h}{b} \quad \therefore \frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{2(n-1)}{R}$$

が導ける。凸レンズの結像公式と比較すると、焦点距離 f は屈折率 n と球面の半径Rを用いて、

$$f=\frac{R}{2(n-1)}$$

と表せ、Rが小さく、n が大きいほど集光力の強いレンズであることを理解する。

</td>
</tr>
<tr>
<td>

○学習プリント３を配付する。

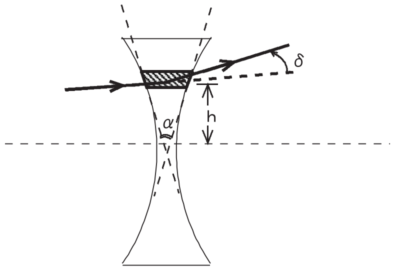
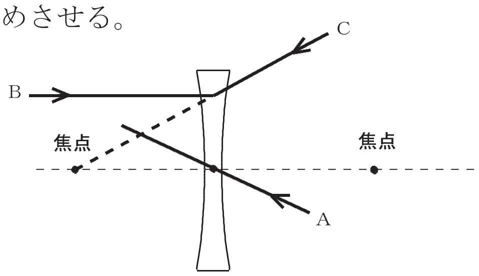
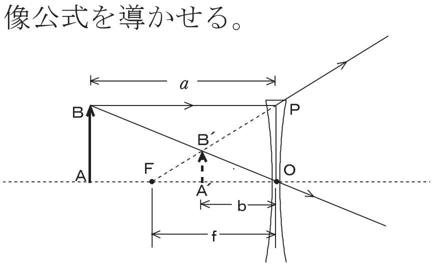
・スネルの法則から結像公式を導く方法として、プリズムの振れ角を用いない展開法を紹介する。

</td>
<td>

・プリント３を読むことにより、授業とは別な導出法を理解し、レンズによる結像がスネルの法則の結果であることを確認する。

</td>
</tr>
</table>

［第２時］　授業展開

指　導　内　容	学　習　活　動
○学習プリント４を配付する。 **○凹レンズの性質を導かせる。** ・凹レンズによる光線の振れの角が、凸レンズと同様に、光軸からの距離ｈに比例することを理解させる。  ・振れ角δがｈに比例することから、光軸に対して平行に入射した光線は、レンズ通過後は、手前の一点から出た光のように進行することに気付かせる。 ・凹レンズを通過する光線の規則をまとめさせる。 	・凸レンズのときと同様に、半径Ｒの球面から成る凹レンズを、微小なプリズムの集合と考え、光軸からの距離がｈの部分のプリズムの頂角αは、 $\alpha \fallingdotseq \dfrac{2h}{R}$ であるから、この部分を通過する光線の振れ角δの大きさは、凸レンズの場合と等しく、 $\delta = (n-1)\alpha = \dfrac{2(n-1)h}{R}$ と表せる。ただし、振れの向きは凸レンズのときの反対で、光軸に対し外向きになることを理解する。 ・凹レンズを通過する光線の進路に関する以下の規則Ａ、Ｂ、Ｃを理解する Ａ：レンズの中心を通過する光線は直進する。 Ｂ：レンズの光軸に平行に入射した光線は、手前の焦点から出た光のように進む。 Ｃ：反対側の焦点を目指して入射する光線は、レンズ通過後は光軸に平行な向きに進む。 （Ｂの逆コースであるから、Ｂと同等）
○凹レンズの結像公式（虚像）の導出 ・凹レンズで虚像ができる様子を黒板に作図し、三角形の相似関係を用いて結像公式を導かせる。  ・物体の大きさに対する虚像の大きさの比ｍは、①式より、 $m = \dfrac{A'B'}{AB} = \dfrac{b}{a}$ で表されることを説明する。	・「２　凹レンズの結像公式」の空欄を埋める。 △ＡＢＯ∽△Ａ′Ｂ′Ｏより、 $AB : A'B' = \boxed{a} : \boxed{b}$ ……① △ＯＰＦ∽△Ａ′Ｂ′Ｆより、 $OP : A'B' = \boxed{f} : \boxed{f-b}$ ……② また、ＢＰが光軸に平行であるから、ＡＢ＝ＯＰより、①式の右辺と②式の右辺は等しい。したがって、 $\boxed{a} : \boxed{b} = \boxed{f} : \boxed{f-b}$ が成り立つ。この式を整理すると、 $\boxed{\dfrac{1}{a} - \dfrac{1}{b} = -\dfrac{1}{f}}$ ……③ という関係式が得られる。

○凸レンズ、凹レンズの結像公式のまとめ

・凸レンズで実像ができるとき、凸レンズで虚像ができるとき、および凹レンズで虚像ができるときの結像公式が、a、b、ｆの符号を変えれば同一なものであることに気付かせる。

＜予想される生徒の質問＞

「どんなとき、a が負になりますか。」

＜教師の答え＞

「レンズ一枚だけの場合はaは必ず正ですが、他の光学系（レンズや凹面鏡など）がレンズの反対側に実像を結ぼうとしているときはa が負になります。」

・凸レンズ及び凹レンズの結像公式は次の式にまとめられることを理解する。

$$\boxed{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{\mathrm{f}}}$$

＜符号＞

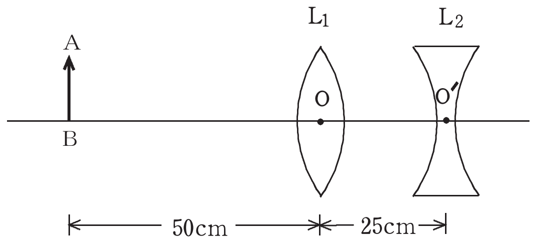
a：（光の進行の向きに対し）レンズの手前に物体があるとき正、反対側にあるとき負とする。

b：（光の進行の向きに対し）レンズの反対側に像ができるとき正、手前側にできるとき負とする。

ｆ：凸レンズの焦点距離を正、凹レンズの焦点距離を負とする。

○問題演習

・学習プリントの演習問題を解かせることにより、凸レンズ及び凹レンズの結像公式の理解を深めさせる。



Ｌ₁：焦点距離30cmの凸レンズ

Ｌ₂：焦点距離60cmの凹レンズ

・「３　演習問題」（複合レンズ）を解く。

(1)　L_1によるＡＢの像Ａ´Ｂ´と点Ｏとの距離はいくらか。

（解答）$\frac{1}{50}+\frac{1}{b}=\frac{1}{30}$　　$\therefore b=75\ cm$

(2)　２つのレンズL_1, L_2によるＡＢの像Ａ´´Ｂ´´と点Ｏ´との距離はいくらか。

（解答）$-\frac{1}{75-25}+\frac{1}{b}=-\frac{1}{60}$　　$\therefore b=3.0\times10^2\ cm$

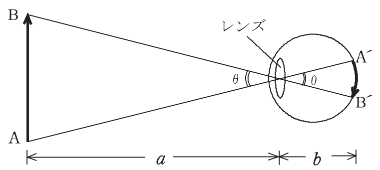
(3)　上問(2)の像は実像か虚像か。また、像の大きさは物体ＡＢの大きさの何倍か。

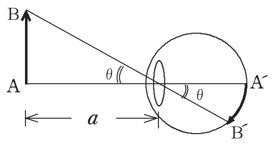
（解答）　実像、$\frac{75}{50}\times\frac{300}{75-25}=9$　倍

○学習プリント５を配付する。

○目の構造

・目で見たときの物の大きさが、視角に比例することを、目の構造とともに簡単に説明する。





θは通常、十分小さいので、

$\theta \fallingdotseq \tan\theta = \frac{AB}{a}$

と表せ、a に反比例

・物体ＡＢがはっきりと見えている状態である。このとき、物体ＡＢと目の距離をa、レンズと網膜の距離をb、レンズの焦点距離をfとすると、

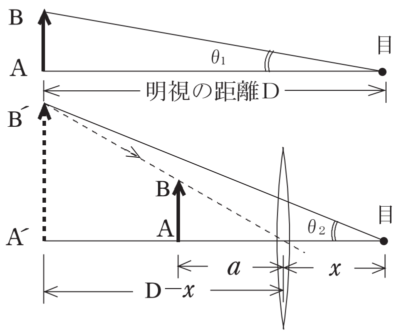
$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}$$

が成り立つ必要があり、aの値に応じて水晶体のふくらみ具合を、ほとんど無意識のうちに変化させることによって、f の値を調節し、ピントを合わせていることを理解する。

・疲れないで見続けることができる、a の最小値には個人差があるが、成人の平均値は25ｃｍ程度とされており、この距離25ｃｍを明視の距離とよび、光学機器の倍率計算に用いられることを理解する。

○虫眼鏡の原理を説明する。

- 虫眼鏡は凸レンズによって、視角の大きい虚像をつくるものであり、像の倍率と虫眼鏡の倍率は必ずしも一致しないことを説明する。
- 虫眼鏡の倍率は、レンズを目に近付けるほど大きくなることを計算によって示す。



- 肉眼で観察するとき、ＡＢを明視の距離Ｄの位置に置いたときの視角をθ_1、目からの距離xの位置に焦点距離fの凸レンズを置き、ＡＢの虚像A´B´が明視の距離の位置にできるようにしたとき、目からA´B´ を見込む角をθ_2とすると、虫眼鏡を使ったことによる倍率mは、

$$m=\frac{\theta_2}{\theta_1}$$

と表せ、

$$\theta_1 \fallingdotseq \tan\theta_1=\frac{AB}{D} \quad 、\quad \theta_2 \fallingdotseq \frac{1}{D}\times AB\times\frac{D-x}{a}$$

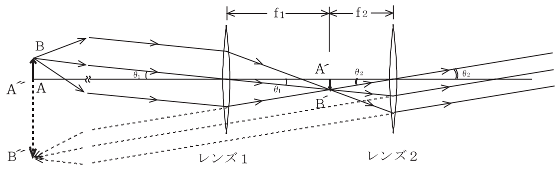
を代入し、結像公式 $\frac{1}{a}-\frac{1}{D-x}=\frac{1}{f}$ を用いると、

$$m=(D-x)\times\left(\frac{1}{D-x}+\frac{1}{f}\right)=1+\frac{D-x}{f}$$

と表され、$x=0$ のとき最大となることから、目を虫眼鏡に接近させるほど高倍率が得られることを理解し、実際に虫眼鏡で観察して確認する。

○ケプラー式望遠鏡の原理を説明する。

- 遠方の物体を拡大して観察しようとするときは、虫眼鏡のように凸レンズ一枚で大きな虚像をつくることはできないが、凸レンズを二枚用意し、一枚目の凸レンズでつくった実像を二枚目の凸レンズを用いて拡大して観察することが可能となることを説明し、参考として、ケプラー式望遠鏡の倍率計算の考え方を紹介する。



- 凸レンズ１（焦点距離f_1）と凸レンズ２（焦点距離f_2）を、レンズ間の距離がf_1+f_2になるように配置してケプラー式望遠鏡を作る。物体ＡＢを肉眼で観察したときの視角をθ_1、望遠鏡で観察したとき、無限左方に見える倒立虚像A´´B´´ の視角をθ_2とすると、望遠鏡の倍率mは、θ_1に対するθ_2の比 $m=\theta_2/\theta_2$ であることを理解する。
- 図よりA´B´ $=f_1\tan\theta_1=f_2\tan\theta_2$ が成り立ち、θ_1、θ_2が十分小さいものとすると、近似的にA´B´ $\fallingdotseq f_1\theta_1 \fallingdotseq f_2\theta_2$ としてよいから倍率 mは、

$$m=\frac{\theta_2}{\theta_1}\fallingdotseq\frac{f_2}{f_1}$$

と表せるため、対物レンズの焦点距離f_1が大きいほど、接眼レンズの焦点距離f_2が小さいほど、高倍率となることを理解する。

○学習プリント６を配付する。

- 参考として、フェルマーの原理を紹介し、光の反射・屈折の法則について、今まで学習したものと全く別な表現法があることに気付かせ、物理に対する関心や探求心を高める。

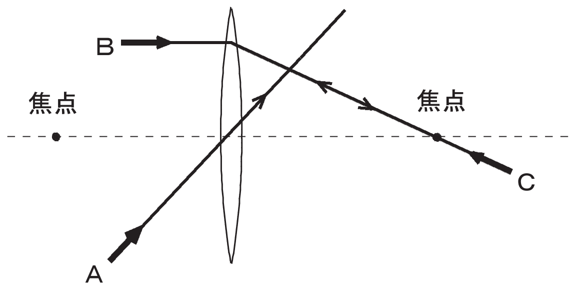
- 授業後に学習プリント６を読むことにより、フェルマーの原理を理解し、フェルマーの原理を基に幾何光学の規則の全てを導くことができることを理解する。
- フェルマーの原理によって、凸レンズの結像公式が直接得られることに気付く。

学習プリント１　凸レンズの結像公式

＿＿年＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿

１　凸レンズの性質（凸レンズを通過する光線の進み方）

凸レンズに入射する無数の光線のうち、レンズ通過後の進路を作図しやすいのは次の３本です。



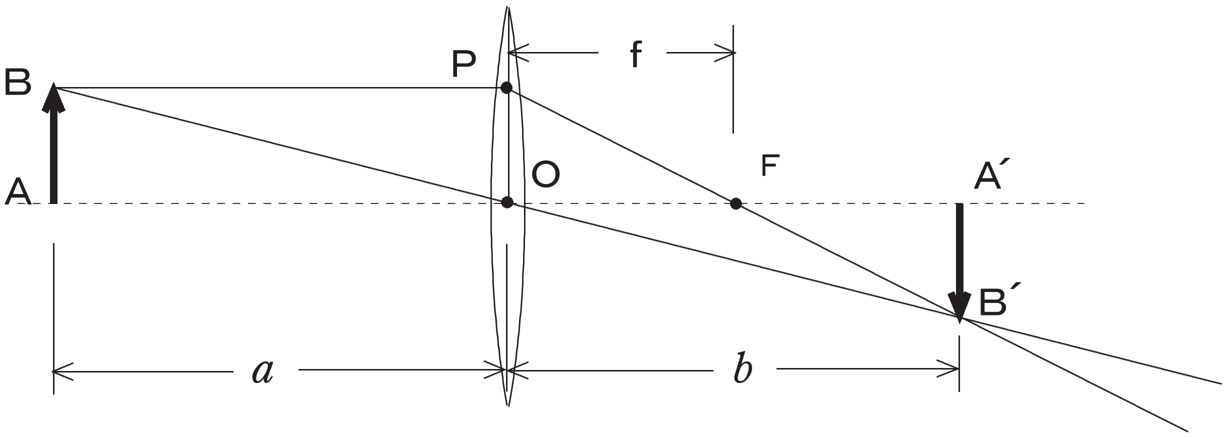
Ａ：$\square$

Ｂ：$\square$

Ｃ：$\square$

２　凸レンズの結像公式（物体が焦点距離の外側にある場合）

図のように、凸レンズからの距離 a の位置にある物体ＡＢから出た光が、焦点距離ｆの凸レンズに入射し、レンズからの距離ｂの位置に実像ができているとき、a、b、ｆの間に成り立つ関係式（結像公式）を導いてみましょう。



△ＡＢＯ∽△Ａ′Ｂ′Ｏより、

ＡＢ：Ａ′Ｂ′＝ $\square$ ： $\square$ ……①

△ＯＰＦ∽△Ａ′Ｂ′Ｆより、

ＯＰ：Ａ′Ｂ′＝ $\square$ ： $\square$ ……②

また、ＢＰが光軸に平行であるから、ＡＢ＝ＯＰより、①式の右辺と②式の右辺は等しい。したがって、

$\square$ ： $\square$ ＝ $\square$ ： $\square$

が成り立つ。この式を整理すると、

$$\frac{1}{\square} + \frac{1}{\square} = \frac{1}{\square}$$

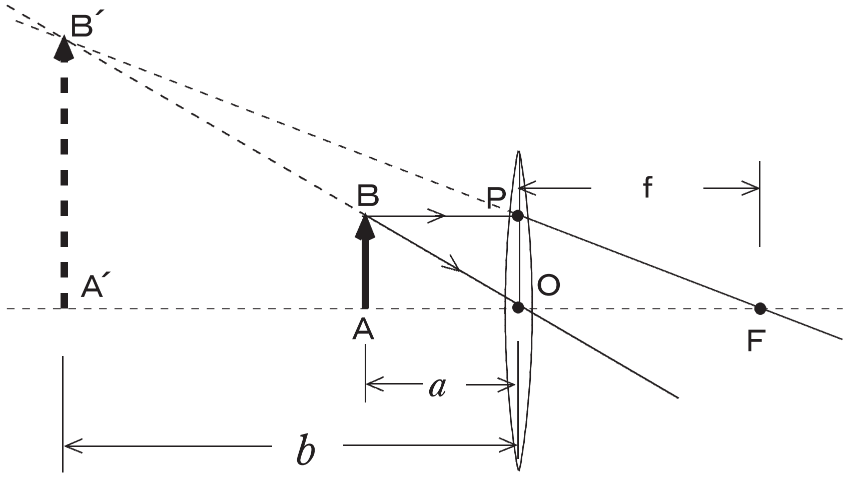
という関係式が得られる。また、物体の大きさに対する実像の大きさの比ｍは、①式より、

$$m = \frac{A'B'}{AB} = \square$$

であることがわかる。

3　凸レンズの結像公式（物体が焦点距離の内側にある場合）

図のように、物体ＡＢが凸レンズの焦点より内側にあるとき（a ＜ｆのとき）は、実像はできずレンズの左側に虚像ができます。虚像とレンズの距離を b として、a、b、ｆの間に成り立つ結像公式を導いてみましょう。



△ＡＢＯ∽△Ａ′Ｂ′Ｏより、

$$\mathrm{AB} : \mathrm{A'B'} = \boxed{\quad\quad} : \boxed{\quad\quad} \quad \cdots\cdots ④$$

△ＯＰＦ∽△Ａ′Ｂ′Ｆより、

$$\mathrm{OP} : \mathrm{A'B'} = \boxed{\quad\quad} : \boxed{\quad\quad} \quad \cdots\cdots ⑤$$

また、ＢＰが光軸に平行であるから、ＡＢ＝ＯＰより、④式の右辺と⑤式の右辺は等しい。したがって、

$$\boxed{\quad\quad} : \boxed{\quad\quad} = \boxed{\quad\quad} : \boxed{\quad\quad}$$

が成り立つ。この式を整理すると、

$$\frac{1}{\boxed{\quad\quad}} - \frac{1}{\boxed{\quad\quad}} = \frac{1}{\boxed{\quad\quad}}$$

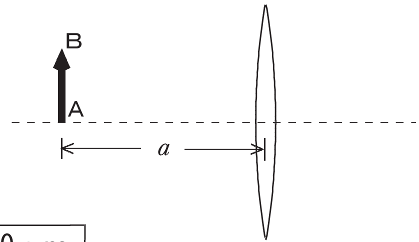
という関係が得られる。また、物体の大きさに対する虚像の大きさの比ｍは、④式より、

$$m = \frac{\mathrm{A'B'}}{\mathrm{AB}} = \boxed{\quad\quad}$$

であることがわかる。

4　演習問題

⑴ 焦点距離10ｃｍ の凸レンズの光軸上に、大きさ2.0ｃｍの物体ＡＢを置きます。物体ＡＢとレンズの中心から物体ＡＢまでの距離 a の値が、以下の①、②、③のとき、レンズによってできる像の位置と大きさをそれぞれ求めてみましょう。



① a ＝30ｃｍ　　② a ＝20ｃｍ　　③ a ＝8.0ｃｍ

	① a ＝30ｃｍ	② a ＝20ｃｍ	③ a ＝8.0ｃｍ
像の位置			
像の大きさ			

⑵ 光源から出た光を焦点距離ｆ〔ｃｍ〕の凸レンズで屈折させることにより、スクリーン上に実像をつくりたい。このとき、光源からスクリーンまでの距離Ｌはいくら以上であればよいですか。

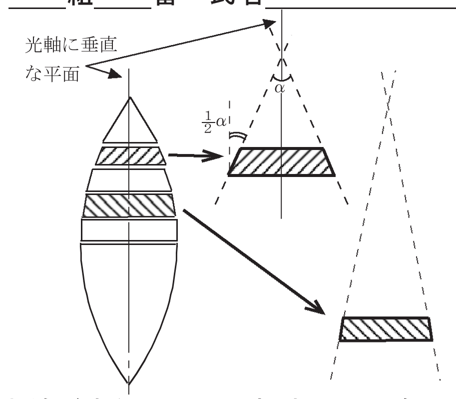
答　　　　　　　　　　〔ｃｍ〕以上

学習プリント２　「屈折の法則」から「レンズの結像公式」を導こう（１）

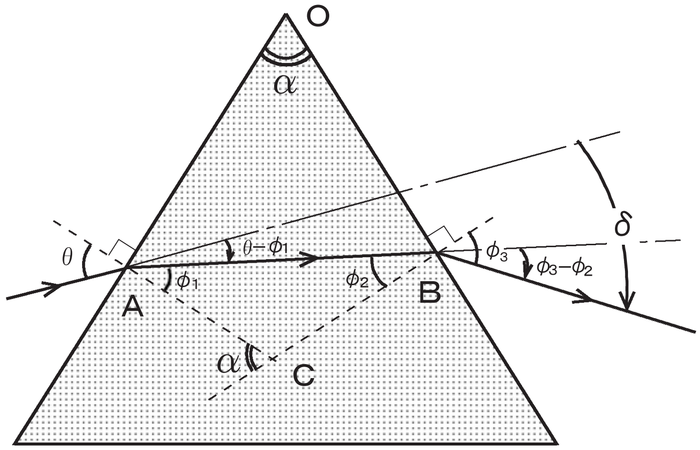
＿＿年＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

１　球面レンズとプリズムの関係

右図のように、球面で構成される凸レンズは、微小なプリズムの集合体と考えることができます。微小プリズムの頂角の大きさαは場所によって異なりますが、レンズ表面の傾き（光軸に垂直な平面とのなす角）の２倍に等しく、レンズの中心から離れた部分ほど大きいことがわかります。



２　プリズムによる振れの角δ



光線が空気中から屈折率ｎ、頂角αのプリズムに入射するとき、点Ａにおける入射角をθ、屈折角をϕ_1とすると、スネルの法則より、

$$1\cdot\sin\theta = n\cdot\sin\phi_1 \cdots ①$$

また、この光線がプリズムから空気中に出る点を点Ｂとし、点Ｂにおける入射角をϕ_2、屈折角をϕ_3とすると、

$$n\cdot\sin\phi_2 = 1\cdot\sin\phi_3 \cdots ②$$

光線は、点Ａと点Ｂで、進行の向きを時計回りに回転させており、その回転角はそれぞれ、$\theta-\phi_1$及び$\phi_3-\phi_2$です。

したがって、プリズムを通過することによる、この光線の振れの角（進行方向のずれ）δは、これらの和ですから、$\delta=(\theta-\phi_1)+(\phi_3-\phi_2)\cdots ③$　と表せます。

ここで、四角形ＯＡＣＢで、∠OAC＋∠CBO＝π　より、∠ACB＋α＝π
また、△ＡＣＢの内角の和がπより、∠ACB＋ϕ_1＋ϕ_2＝π
したがって、$\phi_1+\phi_2=\alpha\cdots ④$

θ及びαが十分小さいときを考えると、ϕ_1、ϕ_2、ϕ_3も十分小さくなるので、

$$\sin\theta \fallingdotseq \theta、\sin\phi_1 \fallingdotseq \phi_1、\sin\phi_2 \fallingdotseq \phi_2、\sin\phi_3 \fallingdotseq \phi_3$$

という近似が成り立ち、これらの関係及び④式を①式、②式に用いると、

$$\theta \fallingdotseq n\phi_1 \quad \therefore \phi_1 \fallingdotseq \frac{\theta}{n} \qquad \phi_2=\alpha-\phi_1=\alpha-\frac{\theta}{n} \qquad n\phi_2 \fallingdotseq \phi_3 \quad \therefore \phi_3 \fallingdotseq n\left(\alpha-\frac{\theta}{n}\right)$$

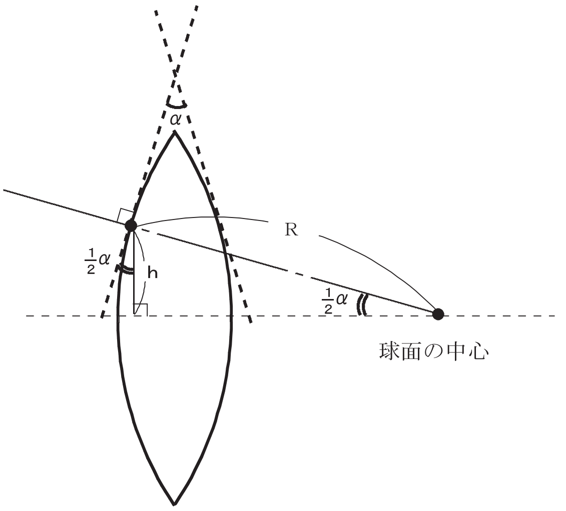
これらを③に代入すると、

$$\delta=\theta-\frac{\theta}{n}+n\alpha-\theta-\alpha+\frac{\theta}{n}=(n-1)\alpha$$

よって、光線が頂角αの十分小さなプリズムに、小さな入射角で入射する場合、振れの角δは入射角の大きさによらず、$\delta=(n-1)\alpha$　と表せ、頂角αに比例することがわかります。

（課題）
屈折率1.5のガラスでできた、頂角の大きさが3°のプリズムに対して小さな入射角で入射した光線の振れ角δは何radですか。また、頂角の大きさが２倍の6°の場合振れ角δは何radになりますか。

3　凸レンズによる振れの角



屈折率 n で、半径 R の２つの球面からなる薄い凸レンズを微小なプリズムに分けて考えましょう。レンズの光軸から距離ｈだけ離れた部分を、微小なプリズムと考え、その頂角の大きさを α とすると、球面の法線と光軸のなす角は $\dfrac{1}{2}\alpha$ であり、

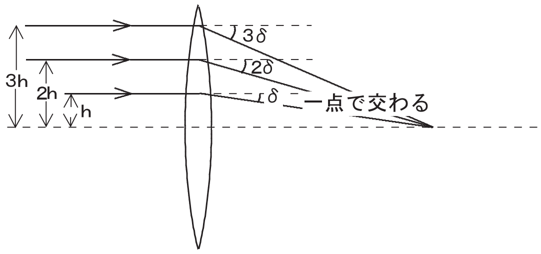
$$\frac{1}{2}\alpha \fallingdotseq \sin\left(\frac{1}{2}\alpha\right)=\frac{h}{R} \qquad \therefore \alpha \fallingdotseq \frac{2h}{R}$$

よって、光線の振れの角 δ は、

$$\delta=(n-1)\alpha=\frac{2(n-1)h}{R}$$

と表せ、光軸からの距離hに比例することがわかります。

4　凸レンズに入射する平行光線



光軸に平行に入射した光線の振れの角 δ は、光軸からの距離ｈに比例するため、

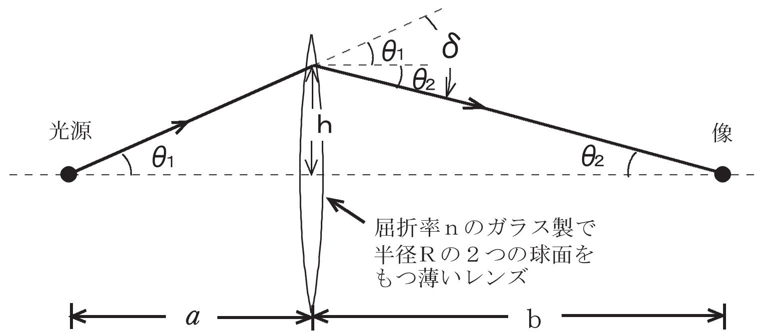
①レンズの中心に入射した光線は直進する。

②光軸に平行な入射光線は、レンズを通過した後、焦点（一つの点）を横切る。

という凸レンズの性質が説明できます。

5　凸レンズの結像公式と振れ角の関係

図のように、レンズからの距離 a の光源から出た光線が、光軸となす角 θ_1 でレンズに入射し、レンズ通過後には、光軸となす角 θ_2 で進んで、レンズからの距離 b の位置に集まったとします。このとき、この光線がレンズを通過する位置の、光軸からの距離をｈとしましょう。



図より、振れの角 δ は、$\delta=\dfrac{2(n-1)h}{R}=\theta_1+\theta_2$ と表せ、ｈが十分小さいとき、$\theta_1 \fallingdotseq \dfrac{h}{a}$,$\theta_2 \fallingdotseq \dfrac{h}{b}$ と近似できますから、

$$\frac{2(n-1)h}{R}=\frac{h}{a}+\frac{h}{b} \qquad \therefore \frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{2(n-1)}{R}$$

したがって、光源から出てレンズに入射した光線は、ｈの値によらず、すべて一点に集まることがわかります。また、凸レンズの結像公式

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{\mathrm{f}}$$

と比較すると、焦点距離ｆは、屈折率ｎと球面の半径Ｒを用いて、

$$f=\frac{R}{2(n-1)}$$

であることがわかります。

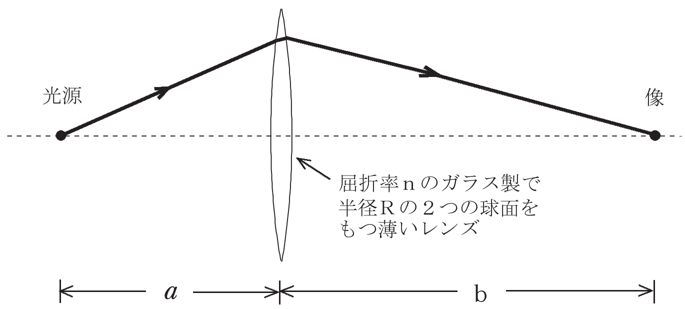
学習プリント３　「屈折の法則」から「レンズの結像公式」を導こう（２）

両面が球面でできた薄い凸レンズの場合、光源からレンズまでの距離 a、レンズから像までの距離 b、および、焦点距離 f の間には、

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}\qquad\text{（結像公式）}$$

という関係が成り立つことを学習しました。これは、

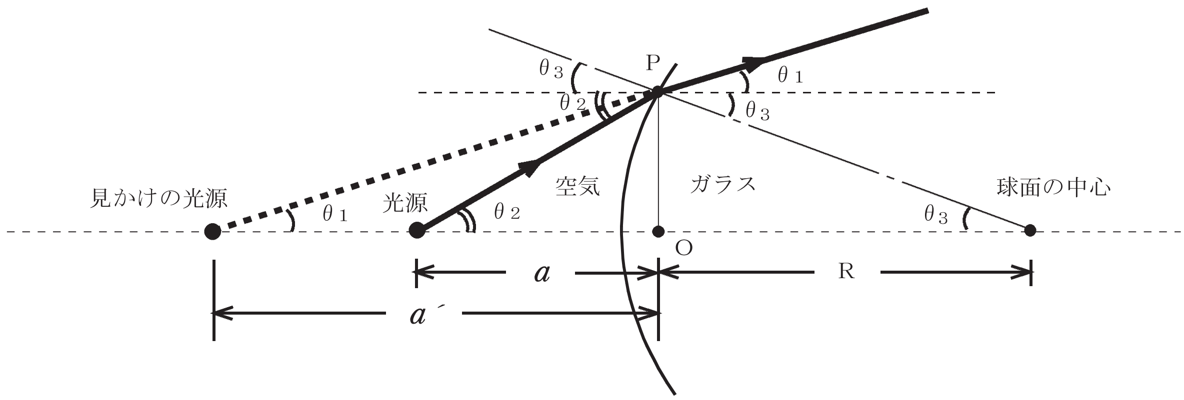
①レンズの光軸に平行な入射光線は、レンズを通過した後、反対側の焦点を横切る。
②レンズの中心に入射した光線は直進する。



などの凸レンズの性質から導け、球面の凸レンズがこのような性質をもつ理由を、学習プリント１では、凸レンズを微小プリズムの集合とみなして考察しましたが、ここでは別の考え方で、スネルの法則から直接凸レンズの結像公式を導いてみましょう。

上図のように、光源からの光がレンズによって像を結ぶときには、光線は空気中からレンズの左面に入るときと、右面から空気中に出るときの２回屈折して進路が曲がります。光線は光軸に十分近いコースを通るものとし、両方の球面ともその半径Ｒは十分大きく、レンズの厚みは無視できるものとして、２回の屈折についてスネルの法則を用いてみましょう。（ただし、図は見やすさを考え、レンズの厚みやレンズ中の光線と光軸の距離などを実際より大きく表現しています。）

〔左面での屈折〕



図のように、光線が屈折率ｎのガラスに入射する点をＰ、レンズの中心をＯとし、見かけの光源と点Ｏとの距離を a' とします。また、図のように角度 θ_1、θ_2、θ_3 を定めます。

図より、レンズ左面への入射角は、$\theta_2+\theta_3$、屈折角は、$\theta_1+\theta_3$ であるので、空気の屈折率を１としてスネルの法則を用いると、

$$1\cdot\sin(\theta_2+\theta_3)=n\sin(\theta_1+\theta_3)$$

また、図より距離ＰＯを θ_1、θ_2、θ_3 を用いて表すと、

$$PO=a'\tan\theta_1=a\tan\theta_2=R\tan\theta_3$$

となり、θ_1、θ_2、θ_3 が十分小さいものとすると、上の２式は近似的に、

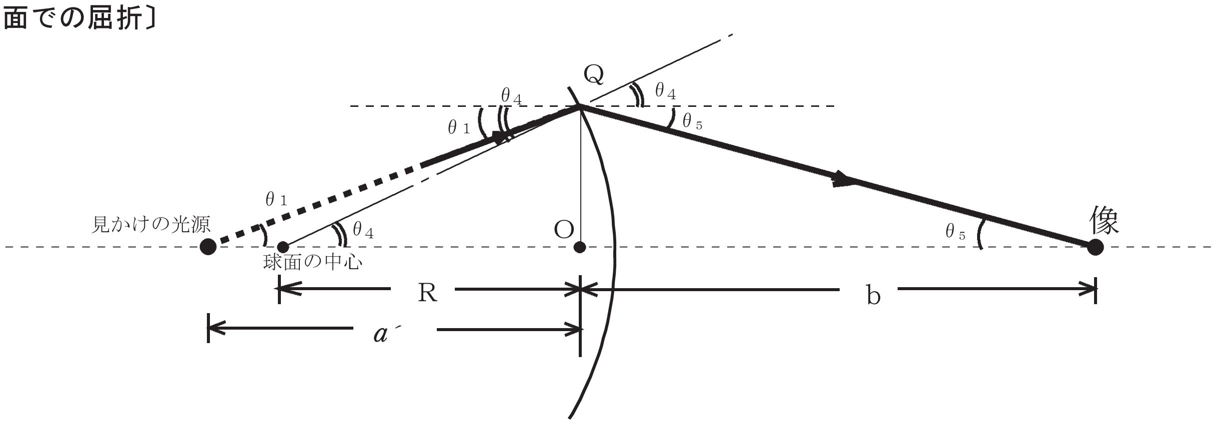
$$\theta_2+\theta_3=n(\theta_1+\theta_3)\cdots\cdots①$$

$$PO=a'\theta_1=a\ \theta_2=R\theta_3\ \cdots\cdots②$$

と表せます。①、②よりa'をn、a、Ｒを用いて表すと、

$$a' = \frac{nRa}{R-(n-1)a} \quad \cdots ③$$

〔右面での屈折〕



図のように、光線が屈折率 n のガラスから空気中に出る点をＱ、空気中に出た光線が光軸を横切る点に像ができるものとし、像と点Ｏとの距離をbとします。また、図のように角度θ_4、θ_5 を定めます。
図より、レンズ右面への入射角は、$\theta_1-\theta_4$ 、屈折角は、$\theta_4+\theta_5$ であるので、スネルの法則より、

$$n \cdot \sin(\theta_4-\theta_1) = 1 \cdot \sin(\theta_4+\theta_5)$$

また、図より距離ＱＯをθ_1、θ_4、θ_5を用いて表すと、

$$QO = a'\tan\theta_1 = R\tan\theta_4 = b\tan\theta_5$$

となり、θ_1、θ_2、θ_3 が十分小さいものとすると、上の２式は近似的に、

$$n\theta_4 - n\theta_1 = \theta_4+\theta_5 \quad \cdots ④$$

$$QO = a'\theta_1 = R\theta_4 = b\theta_5 \quad \cdots ⑤$$

と表せる。④、⑤よりa'をn、b、Ｒを用いて表すと、

$$a' = \frac{nRb}{(n-1)b-R} \quad \cdots ⑥$$

よって、③、⑥の２式より、

$$\frac{nRa}{R-(n-1)a} = \frac{nRb}{(n-1)b-R} \qquad \therefore \ \frac{1}{a}+\frac{1}{b} = \frac{2(n-1)}{R}$$

という、レンズの結像公式と同等の関係式が得られます。したがって、焦点距離f とn 、Ｒの関係は、

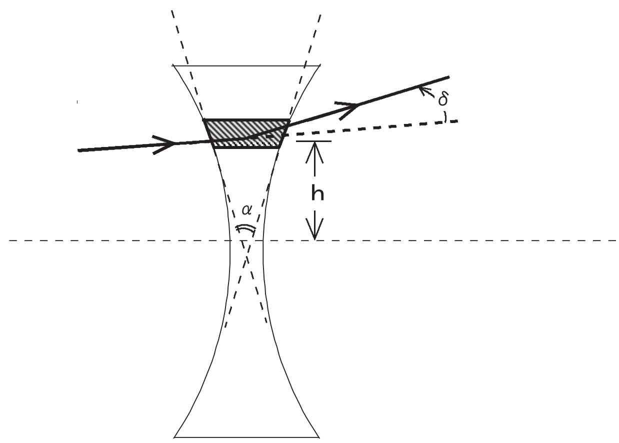
$$f = \frac{R}{2(n-1)}$$

であることがわかります。

学習プリント４　凹レンズの結像公式

＿＿年＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

１　凹レンズの性質



凸レンズのときと同様に、半径Rの球面から成る凹レンズを、微小なプリズムの集合と考え、光軸からの距離がｈの部分のプリズムの頂角αは、

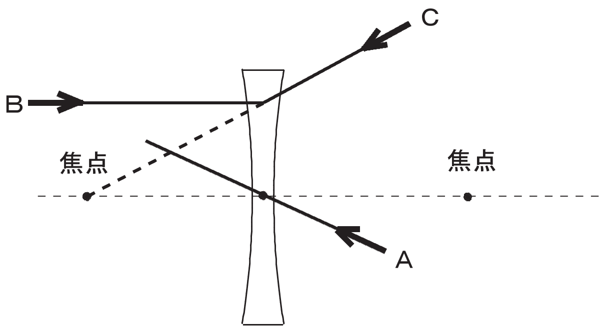
$$\alpha \fallingdotseq \frac{2h}{R}$$

であるから、この部分を通過する光線の振れ角δは、凸レンズの場合と等しく、

$$\delta = (n-1)\alpha = \frac{2(n-1)h}{R}$$

と表せます。ただし、振れの向きは凸レンズのときの反対で光軸に対して外向きになります。

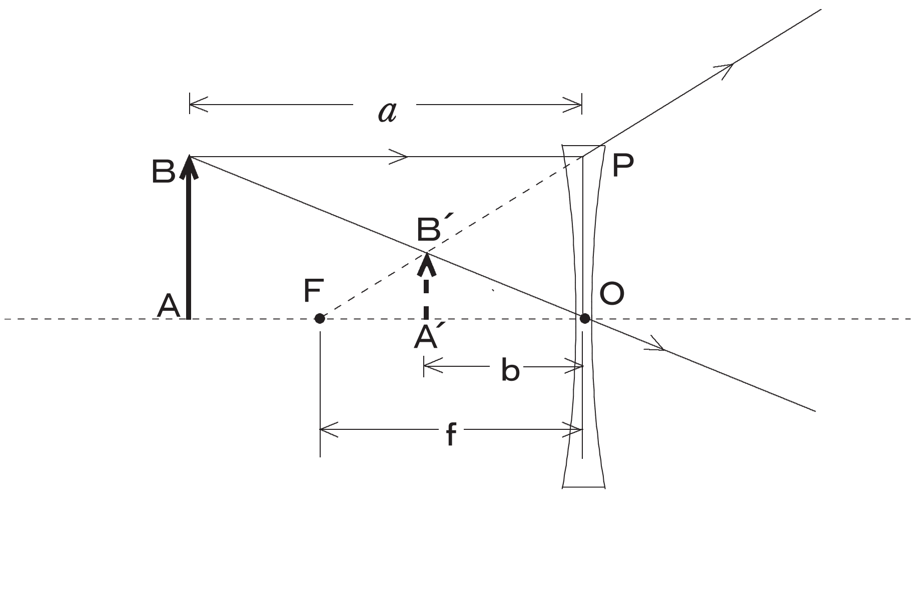
したがって、凹レンズを通過する光線の振れ角は、光軸からの距離ｈに比例するため、次のような３つの規則があります。



Ａ：	
Ｂ：	
Ｃ：	

２　凹レンズの結像公式

図のように、凸レンズからの距離 a の位置にある物体ＡＢから出た光が、焦点距離ｆの凹レンズに入射し、レンズからの距離ｂの位置に虚像ができているとき、a、ｂ、ｆの間に成り立つ関係式（結像公式）を導いてみましょう。



△ＡＢＯ∽△Ａ′Ｂ′Ｏより、

ＡＢ：Ａ′Ｂ′ ＝ $\boxed{\qquad}$ ： $\boxed{\qquad}$ ……①

△ＯＰＦ∽△Ａ′Ｂ′Ｆより、

ＯＰ：Ａ′Ｂ′ ＝ $\boxed{\qquad}$ ： $\boxed{\qquad}$ ……②

また、ＢＰが光軸に平行であるから、ＡＢ＝ＯＰより、①式の右辺と②式の右辺は等しい。したがって、

$\boxed{\qquad}$ ： $\boxed{\qquad}$ ＝ $\boxed{\qquad}$ ： $\boxed{\qquad}$

が成り立つ。この式を整理すると、

$$\frac{1}{\boxed{\qquad}} - \frac{1}{\boxed{\qquad}} = -\frac{1}{\boxed{\qquad}}$$

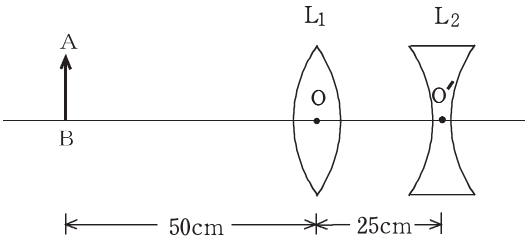
という関係式が得られる。また、物体の大きさに対する虚像の大きさの比ｍは、①式より、

$$m = \frac{A'B'}{AB} = \boxed{\qquad}$$

であることがわかる。

３　演習問題

右図のように、焦点距離30cmの凸レンズL_1と、焦点距離60cmの凹レンズL_2および物体ＡＢを配置する。図の点Ｏと点Ｏ′は、L_1およびL_2の中心を表している。以下の⑴から⑶の問題を解いてみましょう。



⑴　L_1によるＡＢの像Ａ′Ｂ′と点Ｏとの距離はいくらですか。

答　　　　　　　　　ｃｍ

⑵　２つのレンズL_1、L_2によるＡＢの像Ａ″Ｂ″と点Ｏ′との距離はいくらですか。ただし、像Ａ″Ｂ″は、L_1による像Ａ′Ｂ′を実在の物体と見なしたとき、L_2によってできるＡ′Ｂ′の像と考えられます。

答　　　　　　　　　ｃｍ

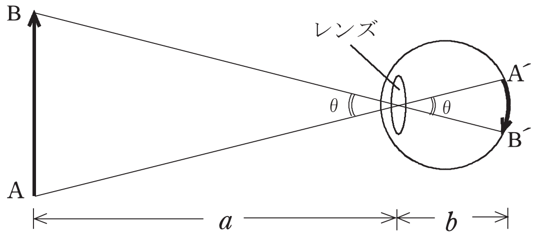
⑶　前問⑵の像は、実像ですか、虚像ですか。また、その像の大きさは物体ＡＢの大きさの何倍になりますか。

答　　　　　像、　　　　　倍

学習プリント５　虫眼鏡、望遠鏡の倍率

＿＿年＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

１　目のレンズのはたらき



　物体ＡＢから出た光が角膜と水晶体で構成される凸レンズによって屈折し、網膜上に実像ができている状態が、物体ＡＢがはっきりと見えている状態です。このとき、物体ＡＢと目の距離を a、レンズと網膜の距離を b、レンズの焦点距離を f とすると、

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}$$

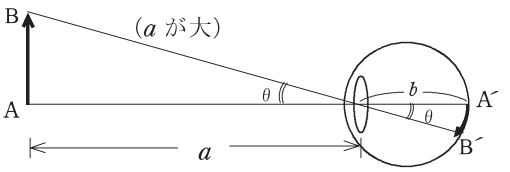
　が成り立つ必要があり、a の値に応じて水晶体のふくらみ具合を、ほとんど無意識のうちに変化させることによって f の値を調節し、ピントを合わせています。

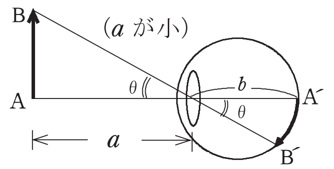
（　遠くのものを見るとき→ a が大きい→ f を大きく→水晶体のふくらみを小さくする
　　近くのものを見るとき→ a が小さい→ f を小さく→水晶体のふくらみを大きくする　）

２　目で見た物の大きさ

　目で物体ＡＢを見たとき感じる大きさは、網膜に写った実像A´B´ の大きさに比例すると考えられ、$\overset{\frown}{A'B'} = b\ \theta$　ですから、角 θ に比例します。（この θ を「視角」とよびます。）

　物体ＡＢをできるだけ大きく拡大して見たい場合は、θ をできるだけ大きくすればよいから、a をできるだけ小さくすればよいことになります。（目をできるだけ近づければよい、という当たり前の話）





θ は通常、十分小さいので

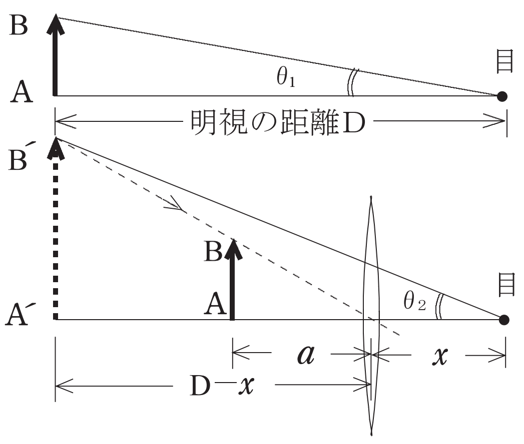
$$\theta \fallingdotseq \tan\theta = \frac{AB}{a}$$

より、a に反比例

　ただ、このとき目のピントを合わせるためには f をできるだけ小さくする必要がありますが、水晶体の調節には限度があります。長時間、疲れないで見続けることができる、a の最小値には個人差がありますが、成人の平均値は25ｃｍ程度とされています。この距離25ｃｍを明視の距離とよび、光学機器の倍率計算に用いられます。したがって、肉眼でものを見るとき、2.5ｃｍまで近づけて見ることができれば倍率は10倍、2.5ｍｍなら倍率100倍で観察できることになります。（できる人いますか？　無理ですよね）

３　虫眼鏡の原理

　凸レンズを用いて実物より大きな実像を明視の距離の位置につくることにより、視角 θ を大きくします。



（肉眼で）

　ＡＢを明視の距離Ｄの位置に置きます。視角 θ_1 は、

$$\theta_1 \fallingdotseq \tan\theta_1 = \frac{AB}{D} \quad \cdot\cdot ①$$

（虫眼鏡を使用して）

　目からの距離 x の位置に焦点距離 f の凸レンズを置き、ＡＢの虚像A´B´ が明視の距離Ｄの位置にできるようにします。目の位置からA´B´ を見込む角（視角）θ_2 は、

$$\theta_2 \fallingdotseq \tan\theta_2 = \frac{A'B'}{D}$$

　このとき、ＡＢとレンズの距離を a とすると、

$$\theta_2 \fallingdotseq \frac{1}{D} \times AB \times \frac{D-x}{a} \quad \cdot\cdot ②$$

①、②より虫眼鏡を使ったことによる倍率mは、 $m=\dfrac{\theta_2}{\theta_1}=\dfrac{D-x}{a}$ と表せます。

また、凸レンズの結像公式より $\dfrac{1}{a}-\dfrac{1}{D-x}=\dfrac{1}{f}$ の関係があり、これら２式より a を消去すると、

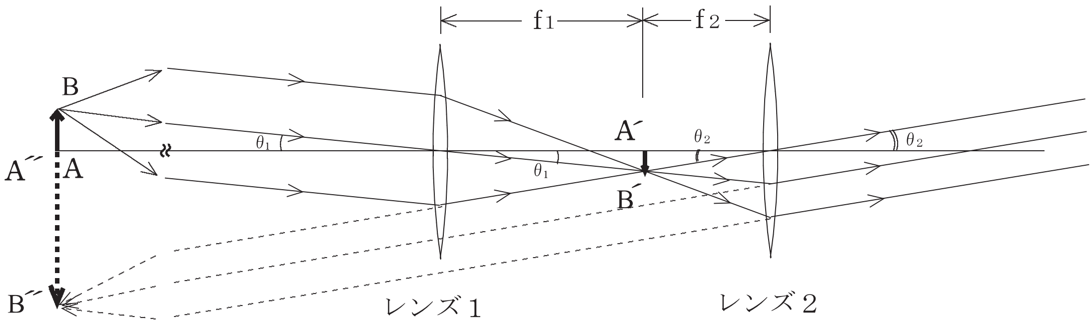
$$m=(D-x)\times\left(\frac{1}{D-x}+\frac{1}{f}\right)=1+\frac{D-x}{f}$$

が得られます。この結果から、m は $x=0$ のとき最大値 $1+\dfrac{D}{f}$ となり、これが一般に虫眼鏡の倍率とされています。したがって、ｃｍ単位で表した虫眼鏡の倍率mは、$m=1+\dfrac{25}{f}$ ということになり、焦点距離の短いレンズほど倍率が高いことがわかります。

４　ケプラー式望遠鏡の原理（参考）

遠方の物体を拡大して観察しようとするときは、虫眼鏡のように凸レンズ一枚で大きな虚像をつくることはできません。そこで、凸レンズを二枚用意し、一枚目の凸レンズでつくった実像を二枚目の凸レンズを用いて拡大して観察するようにします。この原理に基づく望遠鏡を、ケプラー式望遠鏡とよびます。

図のように、凸レンズ１（焦点距離 f_1）と凸レンズ２（焦点距離 f_2）を、光軸を合わせ、レンズ間の距離が f_1+f_2 になるように配置してケプラー式望遠鏡をつくり、遠方の物体ＡＢを観察することを考えてみましょう。



物体ＡＢを肉眼で観察したときの視角が θ_1 であるとします。物体ＡＢが十分遠方にあるとき、光軸上の点Ａから出てレンズ１に入射する無数の光線は、互いに平行になっているため、レンズ１の焦点に集まります。また、点Ｂからの光線も同様に平行光線となっていますから、レンズ１の 焦点面（光軸に垂直で焦点を含む面）上の一点に集まるため、レンズ１の焦点面に実像A′B′ ができます。このとき、レンズ１の焦点面とレンズ２の焦点面は一致しているため、点A′ から出たとみなせる無数の光線は、レンズ２通過後は光軸方向の平行光線となり、同様に点B′ から出たとみなせる無数の光線は、光軸に対してある傾きをもった平行光線となります。平行光線を目で観察すると、無限遠方からの光と同等ですから、レンズ２通過後の光を目で見ると、無限左方に倒立の虚像A″B″ が見えることになります。

このとき、A″B″ の視角を θ_2 とすると、望遠鏡の倍率mは、ＡＢの視角 θ_1 に対する、A″B″ の視角 θ_2 の比であるから、

$m=\dfrac{\theta_2}{\theta_1}$ と表せます。また、図より $A'B'=f_1 tan\theta_1=f_2 tan\theta_2$ の関係があり、θ_1、θ_2 が通常は十分小さく、

$A'B'\fallingdotseq f_1\theta_1\fallingdotseq f_2\theta_2$ と近似できるため、 $m=\dfrac{\theta_2}{\theta_1}=\dfrac{f_1}{f_2}$

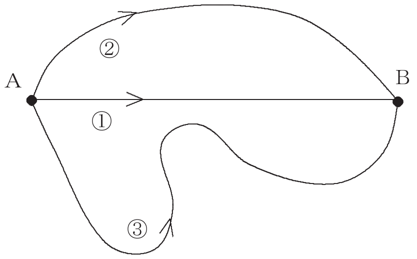
と表せます。したがって、対物レンズの焦点距離 f_1 が大きいほど、接眼レンズの焦点距離 f_2 が小さいほど高倍率となることがわかります。

学習プリント６　フェルマーの原理

＿＿年＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

光の性質については、これまで、反射の法則（媒質の境界で反射が起こるとき、入射角と反射角が等しい）、屈折の法則（入射角、屈折角と媒質中の光速の関係）を学習してきました。これらの法則は「ホイヘンスの原理」によって説明できたわけですが、これから紹介する「フェルマーの原理」によっても説明することができます。フェルマーは１７世紀のフランスの数学者（職業は弁護士）で、フェルマーの最終定理で有名ですから聞いたことがある人もいるでしょう。

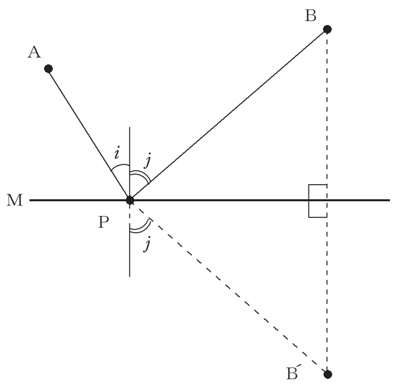
１　フェルマーの原理とは



フェルマーの原理をわかりやすく表現すると、「光線が一点から他の点まで進むときの実際の経路は、可能な全ての経路のうち、所要時間が最小となる経路である。」という原理です。（「所要時間が最小となる経路」の、より正確な表現は「その経路をわずかにずらしたとき、所要時間に実質的な変化が起こらないような経路」です。）

例えば図のように、点Ａから出た光が点Ｂに到達するとき、真空中、または媒質が均質であれば光速は変化しませんから、実際の経路は距離が最短な経路ということになり、直線である①となります。

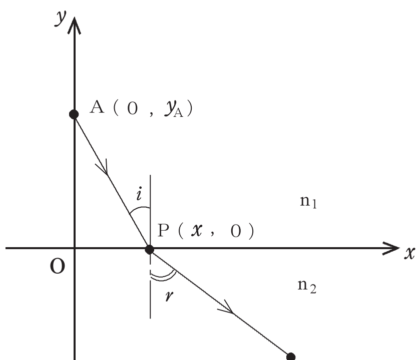
２　反射の法則

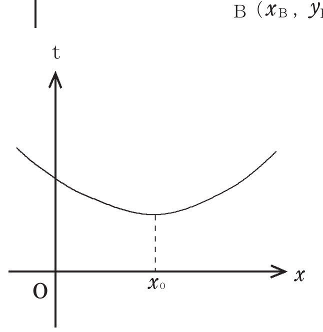


図のように、点Ａから出た光のうち、鏡Ｍ上の点Ｐで反射してから点Ｂに到達する光線の経路を考えましょう。

真空中、または媒質が一様である場合、フェルマーの原理によれば、Ｍ上の点Ｐは距離ＡＰ＋ＰＢを最短にするような点ということになります。点Ｂの、Ｍに対して対称の位置にある点をＢ´とすると、ＰＢ＝ＰＢ´ですから、点ＰはＡＰ＋ＰＢ´が最短になるような点であり、したがってＡ、Ｐ、Ｂ´が一直線上に並ぶ必要があります。このとき、図より入射角 i と反射角 j が対頂角の関係にならなければならないからこれらは等しいことになり、フェルマーの原理から反射の法則が導けたことになります。

３　屈折の法則





真空中の光速を c とし、屈折率 n_1 の媒質中の点Ａから出た光線が屈折率 n_2 の媒質中の点Ｂに到達するとき、媒質境界面上の点Ｐを通過するものとします。図のように x 軸、y 軸を定め、Ａ、Ｐ、Ｂの座標を（０，y_A）、（x，０）、（x_B，y_B）とし、所要時間を t とすると点Ｐは、

$$t=\frac{AP}{\frac{c}{n_1}}+\frac{PB}{\frac{c}{n_2}}=\frac{n_1\sqrt{x^2+y_A{}^2}+n_2\sqrt{(x_B-x)^2+y_B{}^2}}{c}$$

を最小にする点ということになります。このとき、x と所要時間 t の関係をグラフに表すと、t が最小（極小）となる点（x_0，０）でグラフの接線の傾きが０となるから、$\frac{dt}{dx}=0$ が成り立ち、n_1、n_2、c は x によらない定数ですから、$\frac{d}{dx}\left(n_1\sqrt{x^2+y_A{}^2}\right)+\frac{d}{dx}\left(n_2\sqrt{(x_B-x)^2+y_B{}^2}\right)=0$

$$\therefore\ n_1\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{\sqrt{x^2+y_A{}^2}}\times 2x-n_2\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{\sqrt{(x_B-x)^2+y_B{}^2}}\times 2(x_B-x)=0$$

入射角、屈折角を i、r とすると、

$$\sin i=\frac{x}{\sqrt{x^2+y_A{}^2}}\text{、}\qquad \sin r=\frac{x_B-x}{\sqrt{(x_B-x)^2+y_B{}^2}}$$

と表せますから、$n_1 \sin i = n_2 \sin r$ という、スネルの法則と同じ結果が得られます。

4　凸レンズの結像公式

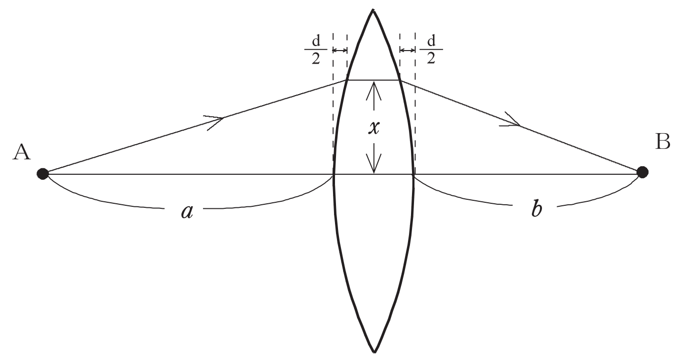


図１

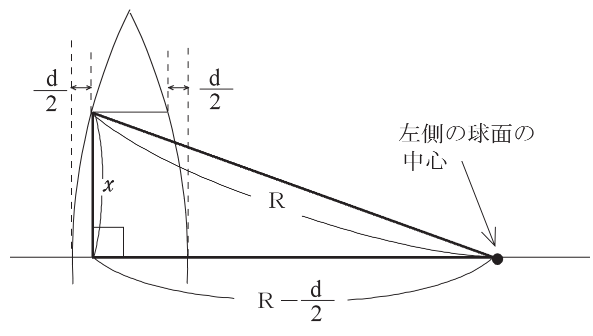


図２

図１のように、点Ａから出て凸レンズを通過する全ての光線が点Ｂに達する条件をフェルマーの原理によって考えてみると、全ての経路で所要時間が同じ、ということになります。そうでなければ、所要時間が最小となる光線のみしかＢ点に達することができません。光は空気中からガラスに入るとスピードが落ちますから、空気中の距離の短い光軸付近を通るコースに対して、空気中を遠回りしてレンズの周辺部を通過するコースでは、ガラスの厚みが薄くなっていなければならないことになります。

凸レンズは屈折率が n の物質でできていて、その両面は半径Ｒの球面であるものとします。点Ａから点Ｂまで直進する経路での所要時間を t_0 とし、また、光軸から x だけ離れた場所でレンズを通過する経路での所要時間を t とすると、t が x によらず t_0 に等しくなれば、点Ａから出て凸レンズを通過する光線は全て点Ｂに達することができます。

この関係を、点Ａとレンズの距離を a、レンズと点Ｂの距離を b とし、光軸上のレンズの厚みと光軸から x だけ離れた部分のレンズの厚みの差を d として、式に表してみましょう。

$$t-t_0=\frac{\sqrt{a^2+x^2}+d+\sqrt{b^2+x^2}}{c}-\left(\frac{a+b}{c}+\frac{nd}{c}\right)=0\cdots①$$

ここで、x が a、b、Ｒに比べて十分小さい近軸光線に限るものとすると、

$$\sqrt{a^2+x^2}=a\sqrt{1+\frac{x^2}{a^2}}=a\left(1+\frac{x^2}{a^2}\right)^{\frac{1}{2}}≒a\left(1+\frac{1}{2}\times\frac{x^2}{a^2}\right)=a+\frac{x^2}{2a}\ \cdots②$$

同様に、

$$\sqrt{b^2+x^2}≒b+\frac{x^2}{2b}\ \cdots③$$

と近似できます。また、図２の直角三角形で、三平方の定理を式に表し、$d\ll R$ として近似を行うと、

$$\begin{aligned}R^2&=x^2+\left(R-\frac{d}{2}\right)^2\\&=x^2+R^2\left(1-\frac{d}{2R}\right)^2\\&≒x^2+R^2\left(1-2\times\frac{d}{2R}\right)\\&=x^2+R^2-Rd\end{aligned}$$

よって、 $d=\dfrac{x^2}{R}\ \cdots④$ と表せます。

これら②、③、④を①の式に代入すると、

$$\frac{x^2}{2a}+\frac{x^2}{2b}+(1-n)\times\frac{x^2}{R}=0\qquad\therefore\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{2(n-1)}{R}$$

このように x が消え、焦点距離 f が、 $f=\dfrac{R}{2(n-1)}$ の凸レンズの結像公式が得られました。

したがって、球面の凸レンズの場合、光源の一点から出てレンズの光軸付近を通過し、実像の一点に到達する無数の光線の所要時間は、全て等しいことが確かめられたことになります。

おわりに　”学びの場を広げる”

10年くらい前から、一般にもインターネットが利用されるようになって、少しずつデジタル教材も充実してきました。初期は文字情報に静止画像が加わる程度でしたが、アニメーションを駆使したシミュレーション、動画像など魅力的な教材も増えています。

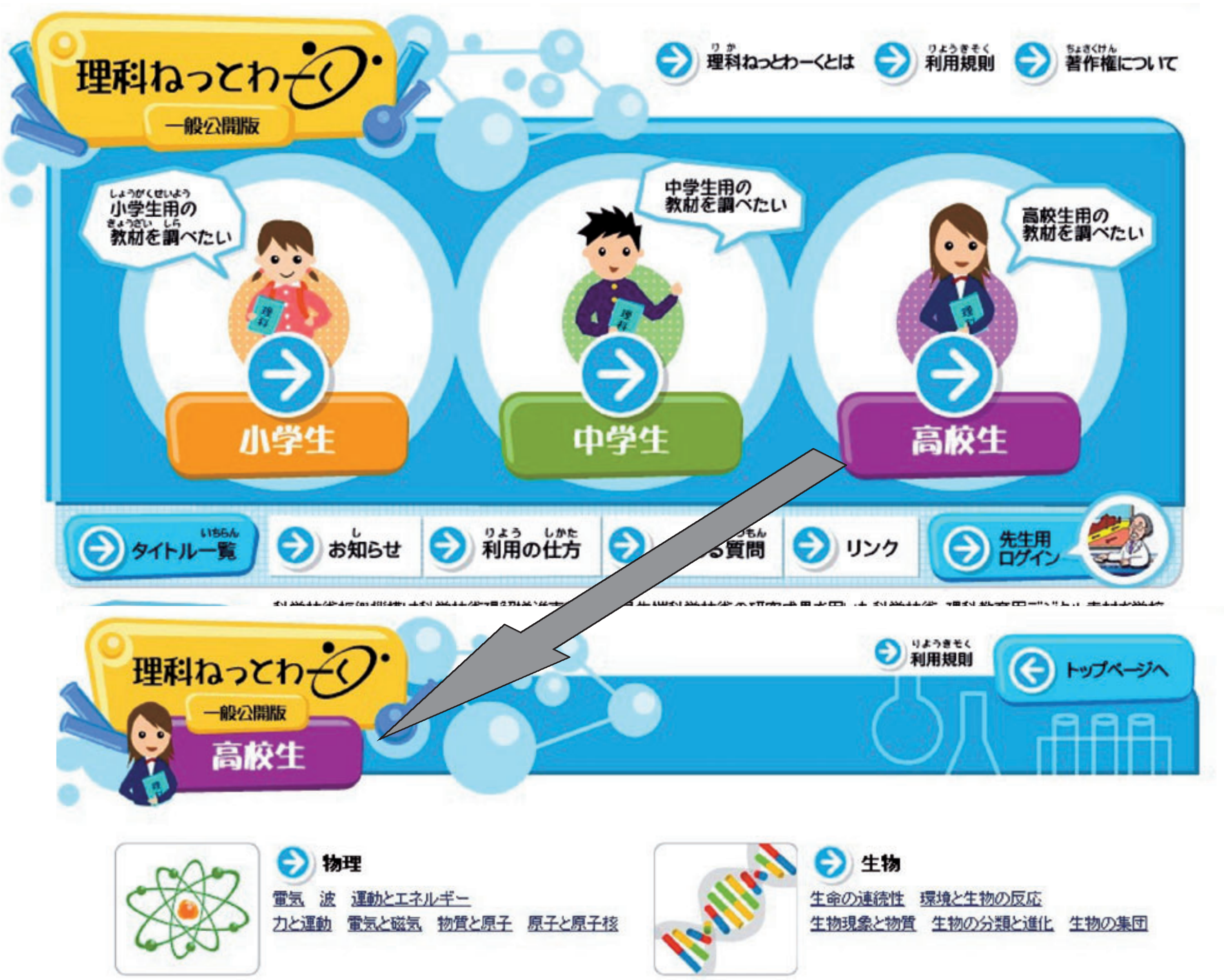
こうした教材は、学校の授業では時間的な制約もあり、なかなか活用し切れません。学校の授業ではできるだけ実物にふれさせたいということからも、自宅学習でデジタルコンテンツを活用することも効果的な利用の一つと考えられます。

現状では、すべての家庭でインターネットが自由に使える環境になっているわけではありませんが、今後、さらに技術革新や普及が進むことが予想されます。10年後を見据えて、準備をしてもよいと思います。

学びの場を学校以外に広げることも大切な考え方ではないでしょうか。

ここでは、インターネットで閲覧や入手が可能なデジタル教材「理科ねっとわーく」を紹介します。

教材紹介　**デジタル教材の利用［理科ねっとわーく］**（科学技術振興機構）



○　一般公開版として、生徒が自宅で利用できる教材が公開されています。
　　http://rikanet2.jst.go.jp/koukou/koukou.php
○　先生が会員登録して、学校で利用する教材もあります。
　　http://www.rikanet.jst.go.jp/

高等学校における教科指導の充実
理　科《 物理領域 》

発　行　平成19年3月
栃木県総合教育センター　研究調査部
〒320-0002　栃木県宇都宮市瓦谷町1070
TEL 028-665-7204　　FAX 028-665-7303
URL http://www.tochigi-c.ed.jp