

I 「範囲」についての現状

1 「範囲についての確認テスト」の結果から見えてくる生徒の現状

(1) 確認テスト（事前）の実施について

①対象、実施時期等

対 象：研究協力委員の学校の第1学年 合計 234 名

実施時期：平成 18 年 6 月から 7 月 1 次不等式、2 次関数を学習する前

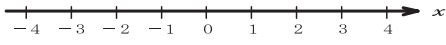
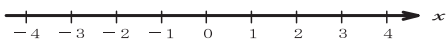
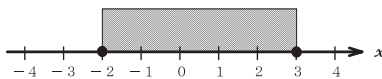
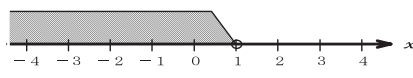
時 間：おおむね 10 分程度

②出題のねらい

中学校の学習内容に配慮するとともに、範囲についての理解の状況を把握するために、言葉、図（数直線、グラフ）、式で表現された範囲を、他の形式で表現することができるかどうかを確認する。

(2) 問題と正答率

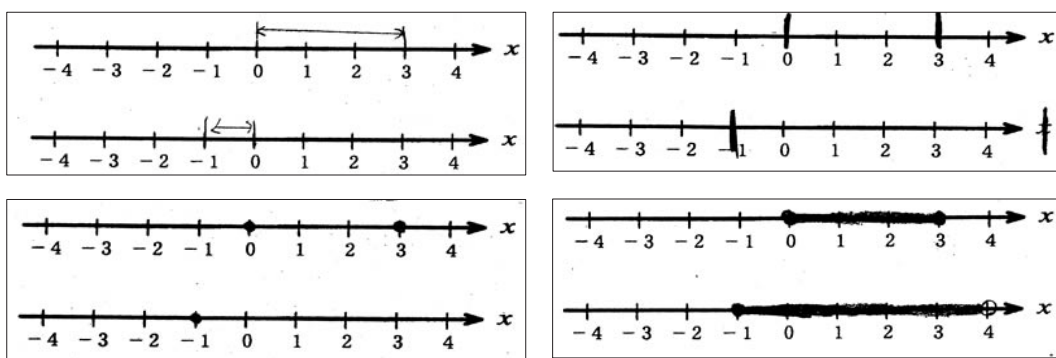
①範囲の把握について（問題 1、2）

<p>1 次の範囲を右の数直線に図示せよ。</p> <p>① $0 \leq x \leq 3$</p>  <p>② $x > -1$</p> 	<p>① 正答率 66.2%</p> <p>② 正答率 50.0%</p>
<p>2 下の数直線に示された範囲を式で表せ。</p> <p>①</p>  <p>②</p> 	<p>① 正答率 85.5%</p> <p>② 正答率 59.8%</p>

式で表現された範囲を数直線上に図示できるかどうか（問題 1）、また、数直線上に図示された範囲を式で表現することができるかどうか（問題 2）を確認した。

その結果、下図のように、様々な表現方法の解答が見られた。このことから、数直線上に範囲を表現することについては、中学校で学んだ表現方法と、高等学校で学ぶ表現方法が異なることに留意して指導しなければならないことが分かる。また、問題 2 ②では、「 $-x < 1$ 」という解答がいくつか見られた。このような表現に疑問をもてる感覚を身に付けさせることも必要である。

問題 1 の生徒の解答

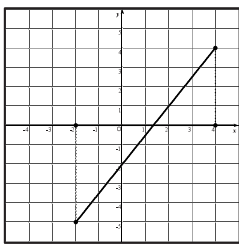
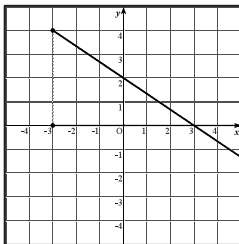
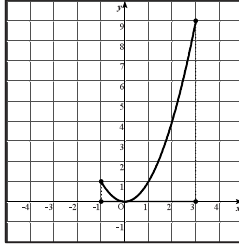
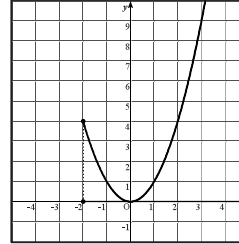


また、両端が決まっている範囲 ($a \leq x \leq b$) を数直線上に図示したり、式で表現したりする方

が、片端しか決まっていない範囲 ($x > a$) を数直線上に図示したり、式で表現したりするよりも正答率が高い。このことは、中学校での変域の扱いにおいて「 $a \leq x \leq b$ 」という形式の問題が多く、「 $x > a$ 」という形式の問題が少ないことに起因していると考えられる。1次不等式が高等学校に移行したことによって、「 $x > a$ 」という形式の範囲の認識が薄いことがうかがえる。

さらに、問題1②、問題2②の誤答を見ると、問題1②では、「 $x < -1$ 」を図示した生徒が11.5%、問題2②では、「 $x > 1$ 」と表現した生徒が16.7%あった。式で表現したときに、左辺に x があるときは、数直線上の範囲も -1 よりも左側であり、その逆も同様であると認識してしまっているようである。このことは、式で表現されたものと数直線上に表現されたものが関連付けられていないことから起こると考えられる。特に、「 $x > -1$ 」の範囲を図示することができない生徒が半数いることから、範囲を言葉で表現すること、数直線上に表現すること、式で表現することを有機的に結び付けていく指導の工夫が大切となる。

②関数の値域における範囲の把握について（問題3、4、5、6）

<p>3 下の直線のグラフで表された関数の y の変域を求めよ。</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p>①</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>②</p>  </div> </div>	<p>①正答率 62.0% ②正答率 27.8%</p>
<p>4 次の関数の y の変域を求めよ。</p> <p>① $y = 2x$ ($-1 \leq x \leq 2$)</p> <p>② $y = -2x$ ($1 \leq x \leq 3$)</p>	<p>①正答率 68.8% ②正答率 59.4%</p>
<p>5 下の放物線のグラフで表された関数の y の変域を求めよ。</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p>①</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>②</p>  </div> </div>	<p>①正答率 58.5% ②正答率 30.8%</p>
<p>6 次の関数の y の変域を求めよ。</p> <p>① $y = 2x^2$ ($-1 \leq x \leq 2$)</p> <p>② $y = -x^2$ ($1 \leq x \leq 3$)</p>	<p>①正答率 29.1% ②正答率 40.5%</p>

関数の値域については、1次関数、2次関数のそれぞれについて、グラフから値域を求める問題（問題3、5）と、式から値域を求める問題（問題4、6）を出題した。

1次関数よりも2次関数の値域を求める問題の方が正答率が低い。それぞれの問題を見ると、1次関数については、グラフから値域を求める問題よりも、式から値域を求める問題の方が正答率が高い。2次関数については、問題5①の正答率58.5%に対して、問題6①の正答率29.1%であることから分かります。式から値域を求める問題よりもグラフから値域を求める問題の方が正答率が高い。1次関数は式から形式的に値域を求めることができるが、2次関数について

はそのことを苦手としている状況がうかがえる。このことは、問題 6①の正答率が 29.1%であったのに対して、問題 6②の正答率が 40.5%であったことからもうかがえる。特に、問題 6①では、「 $2 \leq y \leq 8$ 」と解答している生徒が 34.6%であった。式をみただけでは、2次関数の値の変化をイメージできない生徒が多いのではないかと考えられる。また、解答用紙の記入の状況からは、問題 5でグラフから値域を考えているにもかかわらず、問題 6ではグラフを用いて値域を考えている生徒が少なかった。

問題 3、5から、1次関数、2次関数についても「 $x > a$ 」という形式の問題についての正答率が低いことが分かる。このことは、問題 1、2と同じように、中学校であまり扱っていないことに起因していると考えられる。

以上の結果から、範囲を言葉で表現することと、数直線上に表現することと、式で表現することとが的確に結びついていない生徒が多いのではないかと考える。また、グラフから値域を求めることができるにもかかわらず、グラフがないときには代数的に値域を求める生徒が多いことも分かった。これらのことを踏まえて、指導の際には、範囲について形式的な理解にとどまらず、範囲の概念を形成し、グラフを有効に使えるような指導の工夫が大切であると考えられる。

2 中学校数学科の先生方へのアンケートから見てくる中学校数学科指導の状況

(1) アンケートの実施について

①対象、実施時期

対 象：教職 10 年目研修（16 名）、教職 5 年目研修（5 名）、初任者研修（14 名）を受講している中学校数学科教諭（合計 35 名）

実施時期：平成 18 年 7 月、8 月、10 月の研修日

②アンケートのねらい

中学校数学科教諭を対象とする質問紙調査により、中学校での範囲、不等式についての指導の実際等を明らかにする。

(2) アンケート結果

①不等式の導入について（不等号の読み方）

1 不等号の読み方をどのように指導していますか。				
「 $x > 1$ 」はどのように読むように指導していますか？				
「 x は 1 より大きい」	「 x 大なり 1」	2 通り	その他	合計
16 (45.7%)	6 (17.1%)	12 (34.3%)	1 (2.9%)	35

(数字は回答者数とその割合)

不等号の読み方については、学習指導要領でも特に言及されていない。アンケート結果からも、中学校では、教員によってまちまちであることが読み取れる。したがって、高等学校で 1 次不等式を指導する際には、最初の段階で読み方から丁寧に指導する必要がある。「 x 大なり 1」と読んだときに、その概念を理解できない生徒がいるということを教師は認識していなければならない。

②範囲の理解について（範囲の表現とその指導について）

2 生徒の理解の状況についてお答えください。A、B、C、Dに○を付けてください。

- (設問) ①数直線上で表現された範囲を不等号を用いて表現することができる。
 ②不等号を用いた式で表現された範囲を数直線上に表現することができる。
 ③不等号を用いた式で表現された範囲を言葉で表現することができる。
 ④言葉で表現された範囲を不等号を用いた式で表現することができる。
 A：8割程度の生徒が理解している。 B：6割程度の生徒が理解している。
 C：4割程度の生徒が理解している。 D：2割程度の生徒が理解している。

	A	B	C	D
①数直線→式	4 (11.8%)	16(47.1%)	13(38.2%)	1 (2.9%)
②式 →数直線	3 (8.8%)	18(52.9%)	11(32.4%)	2 (5.9%)
③式 →言葉	1 (2.9%)	17(50.0%)	15(44.1%)	1 (2.9%)
④言葉 →式	2 (5.9%)	10(29.4%)	20(58.8%)	2 (5.9%)

(数字は回答者数とその割合)

3 範囲を表す不等号（変域）を説明する場合、どのようなことに留意していますか。

(主な回答)

- ・ 範囲の概念を把握させる。
- ・ 不等号「 $>$ 」と「 \geq 」の区別を明確にさせたい（含まれるか、含まれないか）。
- ・ 3つ以上の数を不等号を使って表すときに大きい順や小さい順に必ず並べてから書く。
- ・ 等号との違いを認識させる。
- ・ 大小関係を認識させる。（あるものと1を比べたらあるものの方が大きくなる）
- ・ 文字は考えられるものすべてを表すと説明する。
- ・ 具体的な数で考えさせる。
- ・ 図などを用いて、また、生活の中での例を用いて説明をする。
- ・ 考える範囲が限られることに留意する。
- ・ x は常に左辺にして考えさせる。
- ・ 今まで「範囲」という概念に注意を払ったことがなかったので、今後注意したい。

範囲の表現（質問2）については、4割を超える教員が、生徒の理解は十分でないと感じている。個々に見ると、数直線上に表現された範囲を式で表現することや式で表現された範囲を数直線上に表現することは、おおむね把握していると感じている。また、式で表現された範囲を言葉で表現することは、それらよりもやや理解の程度が低いと感じている。さらに、言葉で表現された範囲を式で表現することは十分でないと感じていることが分かる。言葉で表現された範囲を把握することや、範囲を言葉で表現することなど、言葉に関する事項が予想していたよりも低かった。これは、指導の中で、範囲について考えさせる場面が少ないことや、それを発表させたり、生徒同士に意見交換をさせたりする場面が少ないからではないかと思われる。

指導の際に留意すること（質問3）については、自由記述で回答を求めた。回答では、等号が含まれる不等号と含まれない不等号について、意識して指導している教員が多かった。また、具体的な数や図を用いて考えさせたり、日常生活と関連付けたりするなど、工夫して指導している教員もいる。しかし、少数ではあるが、「 x は常に左辺にして考えさせる。」など形式的に表現さ

せている教員もいる。今回の回答では、数直線上への表現方法に留意したり、言葉で表現させたりするといったものは見られなかった。

③変域の指導について

4 1次関数の x の変域に対する y の変域の求め方をどのように指導していますか。

(主な回答)

- ・グラフを利用して指導する。
- ・具体的な例を用いて理解させる。
- ・対応表を用いて指導する。
- ・最大値と最小値を考えて求める。

5 2乗に比例する関数の x の変域に対する y の変域の求め方をどのように指導していますか。

(主な回答)

- ・グラフを利用して指導する。
- ・原点を通る場合をしっかりと頭に入れさせる必要がある。 x の変域が0をまたぐ場合は必ず最大か最小は0になることをしっかりと頭に入れさせたい。
- ・対応表を用いて指導する。
- ・頂点が含まれる場合と含まれない場合に注意させ、代入して求めさせる。

変域の指導については、おおむねすべての教員がグラフを利用して指導していることが分かった。多くの教科書でも、導入の段階ではグラフを利用している。しかし、生徒に実施したテストの結果から見ると、グラフを利用して考察することが定着しているとは言えない。指導はしているが、問題演習の段階で、「 x の変域の端点を代入して求めればいい」ことに気付いたのはよいが、変化の様子を考察することなく求めてしまっている生徒が多いのではないかと推測される。実際、中学校では、変域をさらに発展させる場面が少なく、生徒はそれで十分であると感じてしまうのであろう。

したがって、2次関数の最大値・最小値、2次不等式を指導する際には、単に値や解を求めさせるだけでなく、常に関数の値の変化をとらえさせながら、考察させる必要がある。その際、値の変化を範囲として適切にイメージし、表現できるようにさせなければならない。