

事例3 「2次不等式」の指導

1. 事例の概要

2次不等式の指導においては、**事例1**、**事例2**を踏まえて、座標平面上に表された範囲を数直線上で考えたり、言葉や不等式で表現したりすることを通して、2次不等式の解法を理解させる。

導入では、代数的な解法が中心であった1元1次不等式を、関数の定義域と値域との関係をもとに座標平面上で考察させ、不等式とグラフとの関係を把握させる。その際、座標平面上で考えた1次不等式の解を、数直線上で表現させ、既習事項との結び付きを図った。同様にして、2次関数の定義域と値域との関係から2次不等式の解となる範囲を考察させた。考察させる際には、座標平面上に表された範囲を、言葉で表現させ、さらにそれを不等式で表現させることによって、範囲の表現方法を確認した。また、グラフ上で考えられる範囲（グラフ上の $y > 0$ である範囲、 $y > 0$ である x の範囲、 $y > 0$ である y の範囲）が、それぞれ何を意味しているか考察させることによって、不等式と関数の値の変化の関係の理解を深めさせ、2次不等式の解法に習熟させたいと考えた。

指導の最後に、確認テストを行い、理解の状況の把握に努めた。不等式を解かせることだけでなく、グラフ上に不等式の解を表現させることによって、解の範囲を的確に把握しているかどうか、それを表現することができるかどうか確認した。

2. 指導の展開

(1) 単元「2次不等式」のねらい・評価規準、学習計画・評価計画

①単元のねらい・評価規準

単元のねらい

2次関数のグラフと x 軸との位置関係から、2次不等式の解の意味を理解させ、2次不等式の解を求めることができるようにし、グラフを活用することのよさを認識させる。また、具体的な事象の中に、不等式が成り立つ関係があることを考察し、2次不等式を活用して、解決できるようにさせる。

単元の評価規準

関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	表現・処理	知識・理解
㉑ 2次不等式の解に関心をもち、2次関数のグラフを活用して、2次不等式を解こうとする。 ㉒ 具体的な事象の考察に2次不等式を活用しようとする。	㉑ 2次不等式の解と2次関数のグラフの関係を考察することができる。 ㉒ 具体的な事象の中に不等式が成り立つ関係があることを考察することができる。	㉑ 2次関数のグラフを活用して、2次不等式の解を求めることができる。 ㉒ 数量の関係を2次不等式で表すことができる。	㉑ 2次不等式の解の意味を2次関数のグラフとの関係から理解している。

②学習計画・評価計画

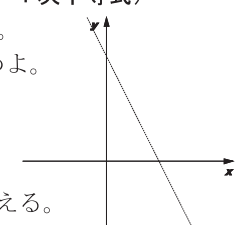
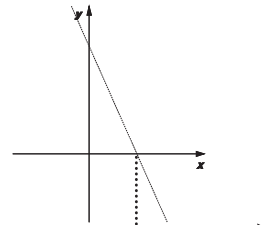
時間	学習活動	評価規準	評価方法
第1時間 (実践例の授業)	<関数のグラフと不等式> ・関数の定義域・値域の考察をもとに、1次関数のグラフと1次不等式の関係性を把握し、1次不等式の解を座標平面上に表現する。 ・関数の定義域・値域の考察をもとに、2次関数のグラフと2次不等式の関係性を把握し、2次不等式の解をグラフ、言葉、不等式で表現する。	㉑、㉒	ワークシート、発言の様子、小テストから考察の状況を把握する。

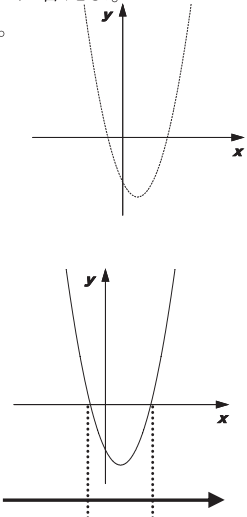
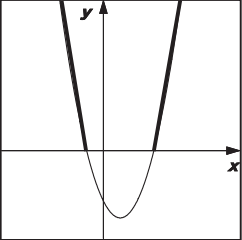
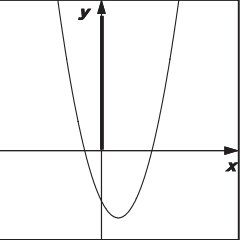
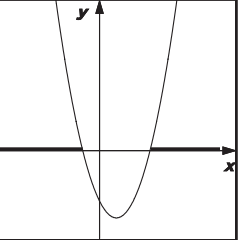
時間	学習活動	評価規準	評価方法
第2時間	<2次不等式の解法1> ・2次関数のグラフが x 軸と異なる2点で交わるとき、そのグラフを活用して、2次不等式の解を求める。	㉑、㉒	ワークシート、机間指導から取組の状況を把握する。
第3時間	<2次不等式の解法2> ・2次関数のグラフが x 軸と1点で接するとき、または、共有点をもたないときに、そのグラフを活用して、2次不等式の解を求める。	㉑、㉒	ワークシート、小テスト、机間指導から取組の状況を把握する。
第4時間	<2次不等式を活用した具体的な事象の考察> ・具体的な事象について、2次不等式を活用して解決し、その解の意味を吟味する。また、2次不等式を活用して解決できる問題を作成する。	㉑、㉒、㉓	応用課題「問題作り」をレポートとして提出させ、取組の状況を把握する。

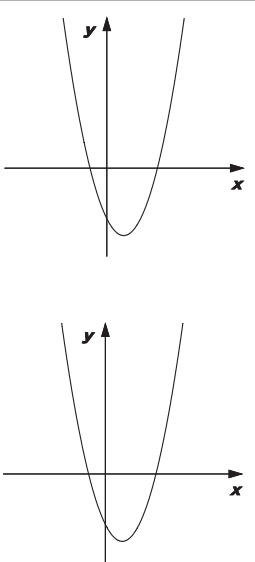
(2) 授業のねらいと評価方法

本授業のねらいは、「関数の定義域・値域の考察から、関数のグラフと不等式の間を把握し、不等式の解をグラフ上に表現したり、言葉や不等式で表現したりすることができる」ことにある。また、評価については、ワークシートの記述内容や授業中の発言から考察の状況を確認するとともに、小テストを実施して理解の状況を把握する。

(3) 授業展開

指導内容	学習活動（課題・発問・活動等）	指導上の留意点								
・1次関数のグラフと1次不等式の関係	<p>○1次関数の定義域・値域と値の変化と1次不等式の解のグラフ上での考察</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>課題1（1次関数の定義域・値域、グラフ、1次不等式） 関数 $y = -2x + 5$ について次の間に答えよ。</p> <p>1 定義域が $-1 \leq x \leq 3$ のとき値域を求めよ。</p>  <p>2 関数 $y = -2x + 5$ の y の値の符号を考える。 下のグラフを用いて考えなさい。</p> <p>①関数のグラフにおいて $y > 0$ となる部分を赤で図示せよ。</p> <p>② $y > 0$ となる x の範囲を x 軸上に太く図示せよ。</p> <p>③関数のグラフにおいて $y < 0$ となる部分を青で図示せよ。</p>  <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="padding: 2px;">x の値</td> <td style="width: 30px;"></td> <td style="width: 30px;"></td> <td style="width: 30px;"></td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">y の符号</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table> <p>3 関数 $y = -2x + 5$ の値の符号について、2を参考にして、表に言葉でまとめよ。</p> </div> <p>・1次関数の定義域・値域と1次不等式の関係の考察</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>$y > 0$ である x の範囲は、結局、何になっているだろうか。</p> <p>$y = -2x + 5$ であるから、$y > 0$ である x の範囲は、不等式 $-2x + 5 > 0$ の解と同じである。</p> </div>	x の値				y の符号				<p>・範囲をグラフ上で確認するとともに、言葉で表す(事例1)。</p> <p>・座標平面から数直線上の範囲を考察することにより、既習事項との関連を図る。</p> <p>・定義域と値域との関係が不等式に関連していることに気付かせる。</p> <p>・不等式を代数的に解いた解と一致していることに気付かせる。</p>
x の値										
y の符号										

指導内容	学習活動（課題・発問・活動等）	指導上の留意点																
<p>・ 2次関数の定義域・値域と値の変化</p> <p>・ 2次関数のグラフと2次不等式の関係</p>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> 不等式 $-2x+5>0$ の解を、グラフの下の直線上に表してみよう。 </div> <p>○ 2次関数の定義域・値域と値の変化</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> <p>課題2（2次関数の定義域・値域と値の変化） 2次関数 $y=x^2-2x-3$ について、次の問いに答えよ。</p> <p>1 定義域が $0\leq x\leq 3$ のとき値域を求めよ。</p> <p>2 関数 $y=x^2-2x-3$ の y の値の符号を考える。 ① 関数のグラフにおいて $y>0$ となる部分を赤で図示せよ。 ② 関数のグラフにおいて $y<0$ となる部分を青で図示せよ。</p> <p>3 関数 $y=x^2-2x-3$ の値の符号を表に言葉でまとめよ。</p> </div> <div style="text-align: center;">  </div> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto; text-align: center;"> <tr> <td style="padding: 2px 5px;">x の値</td> <td style="width: 20px; height: 15px;"></td> <td style="width: 20px; height: 15px;"></td> <td style="width: 20px; height: 15px;"></td> <td style="width: 20px; height: 15px;"></td> <td style="width: 20px; height: 15px;"></td> <td style="width: 20px; height: 15px;"></td> <td style="width: 20px; height: 15px;"></td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px 5px;">y の符号</td> <td style="width: 20px; height: 15px;"></td> <td style="width: 20px; height: 15px;"></td> <td style="width: 20px; height: 15px;"></td> <td style="width: 20px; height: 15px;"></td> <td style="width: 20px; height: 15px;"></td> <td style="width: 20px; height: 15px;"></td> <td style="width: 20px; height: 15px;"></td> </tr> </table> <p>○ 2次不等式の解のグラフ上での考察</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> 2次不等式 $x^2-2x-3>0$ の解を表しているのは、グラフ上では、どこになるだろうか。 </div> <p>【予想される生徒の反応】</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: flex-start;"> <div style="text-align: center;"> <p>①</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>②</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>③</p>  </div> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> <p>①、②、③で示された部分はそれぞれ何を表しているだろうか。</p> </div> <p>①は関数 $y=x^2-2x-3$ のグラフにおいて、$y>0$ である部分</p> <p>②は $y>0$ である y の範囲</p> <p>③は関数 $y=x^2-2x-3$ のグラフにおいて、$y>0$ を満たす x の範囲</p>	x の値								y の符号								<p>・ 1次関数と同様に考察させる。</p> <p>・ 不等式の解とは何かを確認する。</p> <p>・ それぞれが何を表しているかを生徒に発言させ、生徒の言葉でまとめていく。</p>
x の値																		
y の符号																		

指導内容	学習活動（課題・発問・活動等）	指導上の留意点
<p>・本時のまとめ</p>	<p>→ 2次不等式 $x^2 - 2x - 3 > 0$ の解は、関数 $y = x^2 - 2x - 3$ のグラフにおいて、$y > 0$ を満たす x の範囲、すなわち、③が2次不等式の解を表している。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>課題3（2次不等式とグラフとの関係）</p> <p>1 2次不等式 $x^2 - 2x - 3 < 0$ の解をグラフ上に表し、解を言葉と式で表せ。</p> <p>言葉： _____</p> <p>式： _____</p> <p>2 2次不等式 $x^2 - 2x - 3 \geq 0$ の解をグラフ上に表し、解を言葉と式で表せ。</p> <p>言葉： _____</p> <p>式： _____</p> </div>  <p>・課題3を用いた本時の学習内容の確認、宿題（課題4）の確認、次時の予告、小テスト</p>	<p>・範囲をグラフ上で確認するとともに、言葉、式で表現させる（事例1）。</p> <p>・「または」と「かつ」を確認する。</p>

(4) ワークシート

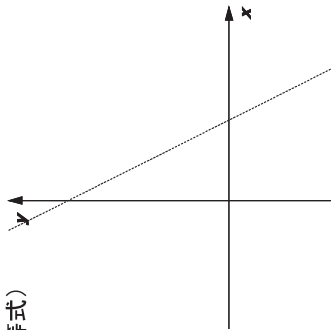
数学ワークシート 2次不等式

～2次不等式はどのように解けばいいんだろう～

課題1 (1次関数の定義域・値域、グラフ、1次不等式)

関数 $y = -2x + 5$ について次の問いに答えよ。

- 1 定義域が $-1 \leq x \leq 3$ のとき値域を求めよ。



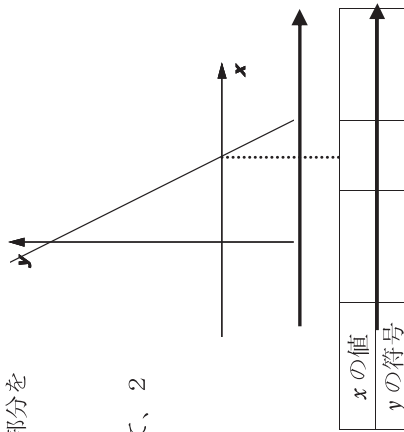
- 2 関数 $y = -2x + 5$ の y の値の符号を考える。

下のグラフを用いて考えなさい。

- ① 関数のグラフにおいて $y > 0$ となる部分を赤で図示せよ。

- ② $y > 0$ となる x の範囲を x 軸上に太く図示せよ。

- ③ 関数のグラフにおいて $y < 0$ となる部分を青で図示せよ。

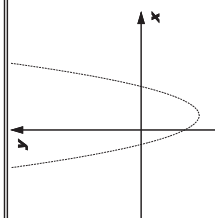


- 3 関数 $y = -2x + 5$ の x の値の符号について、2を参考に、表に言葉でまとめよ。

課題2 (2次関数の定義域・値域と値の変化)

2次関数 $y = x^2 - 2x - 3$ について、次の問いに答えよ。

- 1 定義域が $0 \leq x \leq 3$ のとき値域を求めよ。

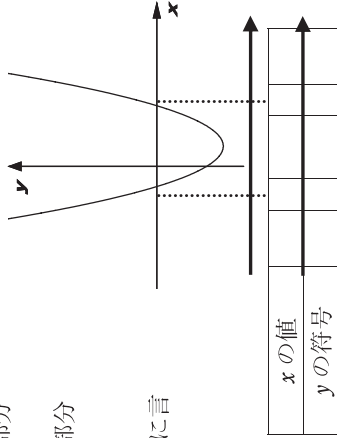


- 2 関数 $y = x^2 - 2x - 3$ の y の値の符号を考える。

- ① 関数のグラフにおいて $y > 0$ となる部分を赤で図示せよ。

- ② 関数のグラフにおいて $y < 0$ となる部分を青で図示せよ。

- 3 関数 $y = x^2 - 2x - 3$ の x の値の符号を言葉でまとめよ。

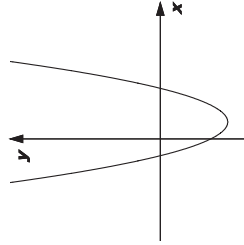


課題3 (2次不等式とグラフとの関係)

- 1 2次不等式 $x^2 - 2x - 3 < 0$ の解をグラフ上に表し、解を言葉と式で表せ。

言葉：

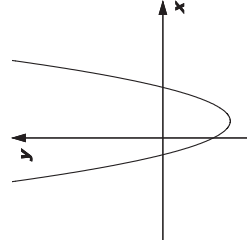
式：



- 2 2次不等式 $x^2 - 2x - 3 \geq 0$ の解をグラフ上に表し、解を言葉と式で表せ。

言葉：

式：



3. 評価

授業後に小テストを実施するとともに、誤答の生徒に聞き取り調査を実施し、理解の状況の把握に努めた。

(1) 小テストの問題、予想される解答

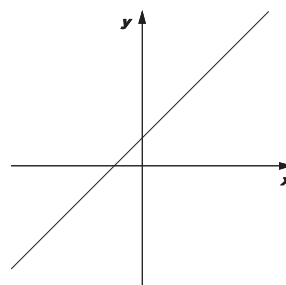
①小テストの問題

確認テスト（2次不等式）

問題1 右の図は、関数 $y=x+1$ のグラフである。

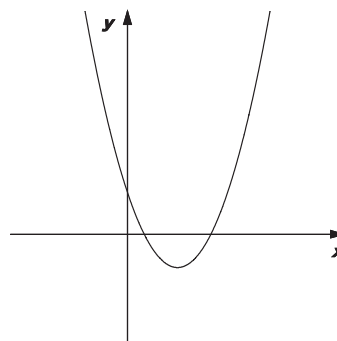
次の問に答えよ。

- (1) 関数のグラフにおいて $y < 0$ となる部分を赤で図示せよ。
- (2) $y < 0$ となる x の範囲を x 軸上に青で図示し、その範囲を式で答えよ。



問題2 右の図は、関数 $y=x^2-6x+5$ のグラフである。次の問に答えよ。

- (1) 関数のグラフにおいて $y > 0$ となる部分を赤で図示せよ。
- (2) $y > 0$ となる x の範囲を x 軸上に赤で図示し、その範囲を式で答えよ。
- (3) 2次不等式 $x^2-6x+5 \leq 0$ の解をグラフ上に青で図示し、解を式で答えよ。



②予想される解答

「関数のグラフにおいて $y < 0$ となる部分」と「 $y < 0$ となる x 軸上の x の範囲」との区別が十分でないことから、グラフ上に範囲を図示することはできないが、範囲を式で答えることはできる生徒がいることが予想される。

また、生徒によっては、範囲の表現する力が十分養われていなく、図示することはできるが、式で答えることはできない生徒もいると思われる。特に、問題2(2)では図示することはできるが、それを式に表したときに「 $x > 1, 5 < x$ 」や「 $1 < x < 5$ 」となってしまうような解答が予想される。また、等号が含まれる場合と等号が含まれない場合の区別がつかない生徒がいることも考えられる。

(2) 小テストの結果（対象生徒 39名）

①正答率

問題1 (1) 97.4% (2) 92.3%

問題2 (1) 97.4% (2) 79.5% (3) 82.1%

②主な誤答

問題1(1)では、「 $y > 0$ 」である範囲を図示した生徒が1名いた。この生徒に確認したところ、

勘違いであることが分かり、すべての生徒が、グラフ上で不等式を考えることができていた（問題 2 (1) も同様）。しかし、(2) では、正しく図示できているにもかかわらず、それを表現することができない生徒が 2 名いた。範囲を不等式で表現することは、その都度確認していかなければならない。

問題 2 (2) では、「 $x > 1, 5 < x$ 」と解答した生徒が 2 名、「 $1 < x < 5$ 」と解答した生徒が 1 名いた。また、不等式の形は正しいが、 x 軸との交点の座標を正しく求めることができずに誤答となった生徒が 3 名いた。

問題 2 (3) では、「 $1 \geq x, 5 \leq x$ 」と解答した生徒が 1 名、「 $x \geq 1, x \leq 5$ 」と解答した生徒が 1 名いた。これらの生徒は、(2) で、「 $x > 1, 5 < x$ 」、「 $1 < x < 5$ 」と間違えた生徒であった。これらの生徒のうち 1 名は、問題 1 でも範囲を正しく表現できていなかった。また、 x 軸との交点を正しく求めることができなかった生徒は、同様に(3)も間違っていた。しかし、考え方、表現方法は正しく、正確に交点の座標を求めることができれば問題は無いと考えられる。

③結果の考察

不等式の解をグラフ上で考察することについては、おおむね定着が図られた。関数の定義域と値域の関係から、不等式の解を考察することによって、既習事項との結びつきを意識できた。また、関数の値の変化として、グラフを捉えることも理解が深まった。

しかし、グラフ上に 2 次不等式の解を表現できても、それを言葉や式で表現することができない生徒が、依然として存在する。2 次不等式の学習の直前にも「範囲の表現」については復習したが、十分とは言えなかった。「 $x < 1, 5 < x$ 」と表現すべきところを「 $x > 1, 5 < x$ 」と表現してしまう生徒については、補習の機会を設定して再度指導し、理解の定着を図りたい。これらの生徒については、「うっかり」間違ってしまったところもあるが、誤答に疑念をもてるようになるまで取り組ませたい。

また、特に 2 次不等式の解では、「または」と「かつ」の理解が明確でない生徒が存在することも分かった。「 $x < 1, 5 < x$ 」と「 $1 < x < 5$ 」の意味を再度考えさせる場面を次時に設定し、2 次不等式の理解の定着を図りたい。2 次不等式の解とともに、2 次方程式の解についても、数学 A の「論理」の単元で再度確認する必要がある。