# 事例１　「絶対値」の理解を深め、納得を促す指導の工夫

## 1　事例の概要

日頃､「絶対値は難しい」､「絶対値は苦手だ」という生徒の声を聞くことが多い。そこで、生徒に「絶対値の学習に関するアンケート」を行ったところ、70%近くの生徒は絶対値を含む式の値を求めることができると回答した一方、75%の生徒はその求め方を理解できていない、という結果が得られた。また、90%以上の生徒は絶対値の定義や式の意味が理解できていないことも分かった。さらに､「絶対値の内容が理解できるようになるためには、どのようなことが必要か」という質問に対し、多くの生徒は「繰り返し問題を解いて、解法のパターンを覚える」と回答していた。

**絶対値の学習に関するアンケート（研究協力委員の学校の生徒 32 人）**

| | あてはまる | ややあてはまる | あまりあてはまらない | あてはまらない |
|---|---|---|---|---|
| 絶対値を含む式の値を求めることができる。 | **4(12.5%)** | **18(56.3%)** | 8(25.0%) | 2(6.3%) |
| 絶対値を含む式の値の求め方は納得して理解できている。 | 2(6.3%) | 6(18.8%) | **18(56.3%)** | **6(18.8%)** |
| 絶対値の定義や式の意味を理解できている。 | 0(0%) | 3(9.4%) | **21(65.6%)** | **8(25.0%)** |
| 絶対値に関する学習は全体的に難しく、苦手である | **5(15.6%)** | **17(53.1%)** | 7(21.9%) | 3(9.4%) |

この結果から、生徒の絶対値に関する学習は、定義や式の意味を理解し、納得することより、パターンにあてはめて解く、ということを重要視していると考えられる。

そこで今回の取組では、絶対値の定義や式の意味から絶対値を含む方程式・不等式までの指導の中で、常に絶対値の定義を振り返りつつ、式の意味を考えながら方程式や不等式の解法を理解させることにより､「絶対値」の理解を深め、納得を促す授業展開を考えた。

絶対値を含む式の意味を言葉で表現させたり、数直線上に表現させたりしながら絶対値の定義を確認させることで、式の意味をしっかり把握させ、その上で、絶対値を含む方程式について、定義を用いて容易に解ける問題から容易には解けない問題へと発展させ、その解法を考える中で場合分けによる解法を見いださせる。その際に、それぞれの解法のよさを考えさせることで、場合分けは絶対値を含む問題を解くための道具の１つであり､「絶対値は場合分けがすべて」ではないことを認識させる。

## 2　指導計画

### (1) 単元「絶対値」の学習計画

①　単元の目標

絶対値の意味を理解し、その定義をもとに、絶対値を含む式の計算をすることができる。また、式の見方を豊かにするとともに、絶対値を含む方程式・不等式の解法を考察し、解くことができるようにする。

② 単元の評価規準

| 関心・意欲・態度 | 数学的な見方や考え方 | 表現・処理 | 知識・理解 |
|---|---|---|---|
| $\boxed{\text{A1}}$ 絶対値に関心をもち、定義に基づいて計算しようとする。<br>$\boxed{\text{A2}}$ 目的に応じて絶対値を含む式の変形をしようとする意欲をもつ。 | $\boxed{\text{B1}}$ 絶対値の考え方を理解できる。<br>$\boxed{\text{B2}}$ 絶対値を含む式の定義に着目したり、その性質に着目したりして、いろいろな式の見方ができる。 | $\boxed{\text{C1}}$ 簡単な絶対値の計算することができる。<br>$\boxed{\text{C2}}$ 絶対値を含む方程式・不等式が解くことができる。 | $\boxed{\text{D1}}$ 絶対値の定義や性質を理解している。<br>$\boxed{\text{D2}}$ 絶対値を含む方程式・不等式が表す意味を理解している。 |

③ 単元の指導計画

| 時間 | 学習内容 | 指導上の留意点 | 評価規準 |
|---|---|---|---|
| 1時間目 | 絶対値の定義、性質<br>（ワークシート No1） | 絶対値を含む式の意味を、定義を用いて表現させる。 | $\boxed{\text{A1}}$, $\boxed{\text{B1}}$ |
| 2,3 時間目<br>**（実践例）** | 絶対値を含む方程式の解法<br>（ワークシート No2,3） | 複数の解法を考えさせ、それぞれの解法のよさを表現させる。 | $\boxed{\text{A2}}$, $\boxed{\text{B2}}$, $\boxed{\text{C1}}$, $\boxed{\text{C2}}$<br>$\boxed{\text{D1}}$, $\boxed{\text{D2}}$ |
| 4時間目 | 絶対値を含む不等式の解法<br>（ワークシート No4） | | |

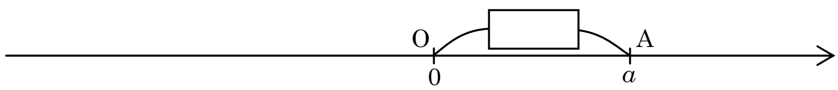
## (2) 授業で使用したワークシート

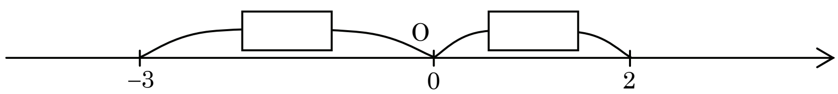
絶対値ワークシート　No1　　　　　　　　年　　組　　　番　氏名

**〈絶対値の意味〉**

数直線上で、実数 $a$ に対応する点 A と原点 O との距離 OA を $a$ の＿＿＿＿＿といい、

記号＿＿＿＿で表す。




問　絶対値の記号を用いずに表せ。また、その意味を言葉で書け。

$|-3|=$ 　　　　　　　　　　　　　$|2|=$

＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿　　　＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

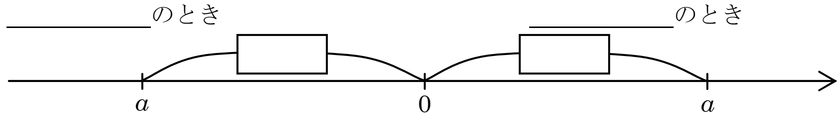
$|-3.5|=$ 　　　　　　　　　　　$\left|\dfrac{3}{5}\right|=$

＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿　　　＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

**〈絶対値の記号の一般化〉**

$|a|$ …この式の意味は＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

＿＿＿＿＿のとき　　　　　　　　　　　＿＿＿＿＿のとき




$|a|$ を絶対値の記号を用いないで表すと

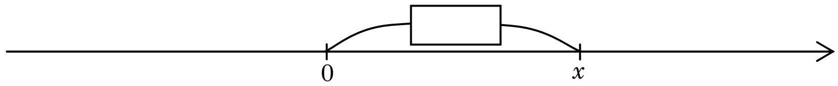
（$a$ の値によって絶対値記号のはずし方が異なる　→　$a$ の値による場合分けが必要）

## 絶対値ワークシート　No2　　　　年　　組　　　番　氏名

**〈絶対値を含む式の意味〉**

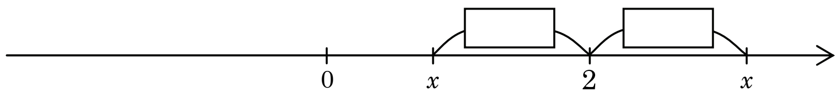
例　①$|x|$ の意味を言葉で表現しよう。

実数 $x$ に対応する点と________との________ ⇒ ________からの________



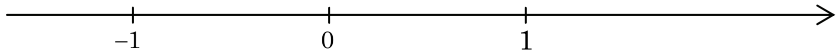

②$|x-2|$ の意味を言葉で表現しよう。

実数________に対応する点からの__________




③$|x+1|$ の意味を言葉で表現しよう。

実数________に対応する点からの__________



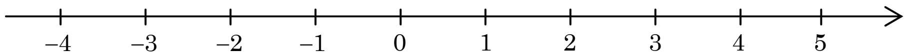

**〈絶対値を含む方程式の解法〉**

例　①方程式　$|x|=3$　を満たす $x$ の値を求めよ。

・$|x|=3$ の意味を言葉で表してみよう。

______________________________________________

・この方程式の意味を数直線上に表してみよう。



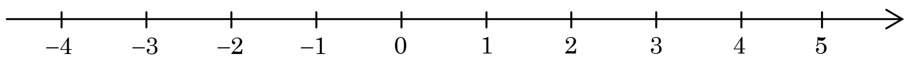

したがって、この方程式を満たす $x$ の値は　$x=$______________

②方程式　$|x-2|=3$　を満たす $x$ の値を求めよ。

・$|x-2|=3$ の意味を言葉で表してみよう。

______________________________________________

・この方程式の意味を数直線上に表してみよう。



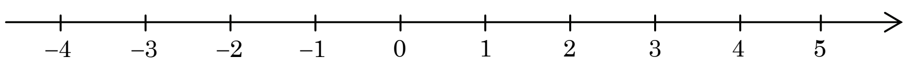

したがって、この方程式を満たす $x$ の値は　$x=$______________

③方程式　$|x-2|=3x$　を満たす $x$ の値を求めよ。

・$|x-2|=3x$ の意味を言葉で表してみよう。

______________________________________________

・この方程式の意味を数直線上に表してみよう。




したがって、この方程式を満たす $x$ の値は　$x=$______________

⇒　※　②と③の難しさの違いに着目してみよう！

| ［難しさの違いは何か］ | ［どうすれば解決できるか］ |
| --- | --- |
| | |

**〈絶対値を含む方程式の「新たな解法」！〉**

・絶対値を含む方程式が難しい理由は…

|  |
|---|
|  |

→どうすれば解決できるか？

|  |
|---|
|  |

$\boxed{\text{例}}$　①方程式　$|x|=3$　を満たす $x$ の値を「新たな解法」を用いて求めよ。

$|x|$ は、（ｉ）$x \geqq$____のとき________

（ⅱ）$x <$____のとき________　となる。

（ｉ）のとき

（ⅱ）のとき

（ｉ）（ⅱ）より、この方程式を満たす $x$ の値は　$x=$____________________

②方程式　$|x-2|=3$　を解け。

|  |
|---|
|  |

③方程式　$|x-2|=3x$　を解け。

|  |
|---|
|  |

④方程式　$|x+2|+|x-3|=7$　を解け。

・難しいのはなぜ？

|  |
|---|
|  |

→どうすれば解決できるか？

|  |
|---|
|  |

・方程式を解いてみよう！

|  |
|---|
|  |

ワークシート No2 と No3 の解法を比較し、それぞれのよさを考えよう。

| No2 のよさ | No3 のよさ |
|---|---|
|  |  |

絶対値ワークシート　No4　　　　　　　　　　年　　組　　　番　氏名

〈絶対値を含む不等式〉

例　①不等式　$|x|>3$　を満たす $x$ の範囲を求めよ。

・$|x|>3$ の意味を言葉で表してみよう。

＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

・この不等式を満たす $x$ の値の範囲を数直線上に図示してみよう。

$-4$　$-3$　$-2$　$-1$　$0$　$1$　$2$　$3$　$4$　$5$

したがって、この不等式を満たす $x$ の値の範囲は　$x=$＿＿＿＿＿＿＿＿

②方程式　$|x-2|<3$　を満たす $x$ の値の範囲を求めよ。

・$|x-2|<3$ の意味を言葉で表してみよう。

＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

・この不等式を満たす $x$ の値の範囲を数直線上に図示してみよう。

$-4$　$-3$　$-2$　$-1$　$0$　$1$　$2$　$3$　$4$　$5$

したがって、この不等式を満たす $x$ の値の範囲は　$x=$＿＿＿＿＿＿＿＿

③方程式　$|x-2|<3x$　を満たす $x$ の値の範囲を求めよ。

・$|x-2|<3x$ の意味を言葉で表してみよう。

＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

・この不等式を満たす $x$ の値の範囲を数直線上に図示してみよう。

$-4$　$-3$　$-2$　$-1$　$0$　$1$　$2$　$3$　$4$　$5$

・この不等式を満たす $x$ の値の範囲を求めるためには、どうすればよいだろう？
方程式の解法を参考に解決してみよう！

### (3) 2，3時間目「絶対値を含む方程式の解法」の学習計画

①　目標

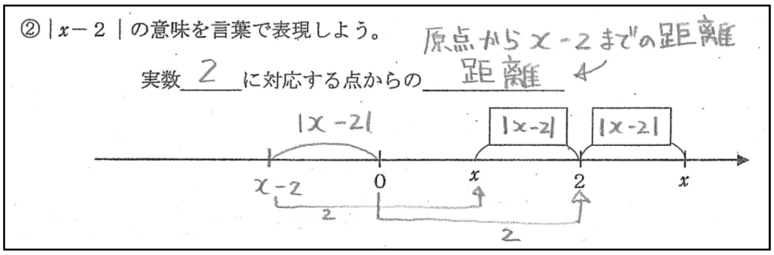
絶対値を含む方程式の解法のよさを考察することができるとともに、方程式を解くことができる。

②　指導計画

| 指導内容 | 学習活動 | 指導上の留意点 |
|---|---|---|
| （導入）<br>・絶対値を含む式の意味の確認 | （ワークシート No2）<br>$|x|$，$|x-2|$，$|x+1|$ の意味を、言葉と数直線で表現してみよう。 | ・絶対値は距離であることを確認する。<br>・絶対値を含む式の意味を自分自身の言葉で表現させる。 |

<table>
<tr><td>（展開）<br>・定義を用いた絶対値を含む方程式の解法</td><td>$\boxed{\text{①} \lvert x \rvert = 3 \text{ を満たす } x \text{ の値を求めよ。} \quad \text{②} \lvert x-2 \rvert = 3 \text{ を満たす } x \text{ の値を求めよ。}}$<br>○方程式の意味を言葉で表現する。<br>○方程式の意味を数直線上に表現する。<br>○方程式の解を求める。<br>$\boxed{\text{③} \lvert x-2 \rvert = 3x \text{ を満たす } x \text{ の値を求めよ。}}$<br>○方程式の意味を言葉で表現する。<br>○方程式の意味を数直線上で表現する。<br>②と③の違いを考えてみよう。<br>［発問：難しさの違いは何か。］<br>（予想される生徒の反応）<br>・右辺に $x$ があるかないか。<br>・距離を使えるか使えないか。<br>［発問：どうすれば解決できるか。］<br>（予想される生徒の反応）<br>・場合分けをする。</td><td>・「距離」という言葉を用いて表現させる。<br>・言葉を数直線で表現させる。<br><br>・数直線で表現することは難しいことを実感させる。<br><br>・周囲の生徒と話し合わせることにより、場合分けの存在に気付かせる。</td></tr>
<tr><td>・場合分けを用いた絶対値を含む方程式の解法</td><td>（ワークシート No3）<br>絶対値を含む方程式の「新たな解法」を考えてみよう。<br>［発問：絶対値を含む方程式が難しいのはなぜか。］<br>（予想される生徒の反応）<br>・絶対値をどのように計算していいか分からない。<br>［発問：どうすれば解決できるか。］<br>・場合分けをする。<br><br>次の方程式を、場合分けを用いて解け。<br>① $\lvert x \rvert = 3$　② $\lvert x-2 \rvert = 3$　③ $\lvert x-2 \rvert = 3x$<br>○①、②、③の解法を確認する。<br>○③の図形的意味を確認する。<br><br>④方程式 $\lvert x+2 \rvert + \lvert x-3 \rvert = 7$ を解け。<br>［発問：この方程式が難しいのはなぜか。］<br>（予想される生徒の反応）<br>・絶対値記号が２つあって、どう計算していいか分からない。<br>［発問：どうすれば解決できるか。］<br>・場合分けをする。<br>・距離で考える。<br>○方程式④の図形的意味を確認する。</td><td>・ワークシート No2 で得られた結果を利用させる。<br><br>・①、②はワークシートNo2で得られた解答と一致することを確認する。<br>・③は距離が見えづらいので、場合分けが有効であることを実感させるとともに、距離を用いた解法も提示し、式の図形的意味を考えさせる。<br><br>・「距離で考える」という意見が出なければ、教師側から距離による解法を提示し、式の図形的意味を考えさせる。</td></tr>
<tr><td>（まとめ）<br>・解法の比較</td><td>ワークシート No2，No3 で学んだ解法の比較をし、それぞれのよさを考えよう。</td><td>・それぞれの解法のよさを生徒自身の言葉で表現させる。<br>・どちらか一方の解法がよい、という結論は出さない。</td></tr>
</table>

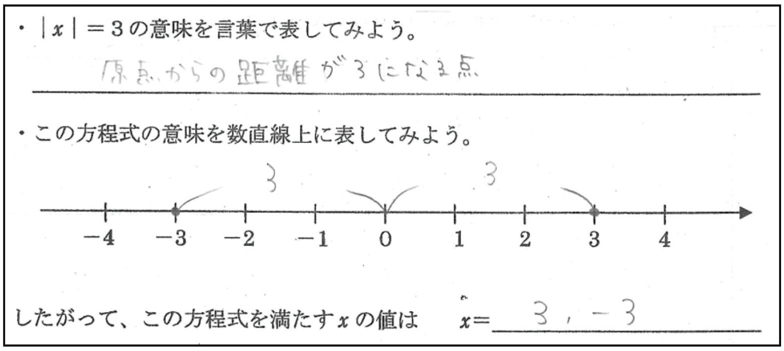
## 3　授業記録




ワークシートNo2を配付し、$|x|$，$|x-2|$，$|x+1|$の意味を言葉と数直線で記入させた。

$|x-2|$の意味について生徒に発問したところ、生徒は「原点から$x-2$までの距離」と答えた。

そこで、数直線上に点$x-2$をとらせ、原点と点$x-2$を正の方向に2だけ移動させることにより、$|x-2|$は2から$x$までの距離であることを理解させた。

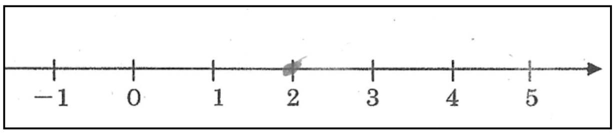



次に、方程式 $|x|=3$…① に取り組ませた。まず、方程式①の意味を言葉で表現させたところ、生徒によって書き方の差異はあるものの、概ね右のような表現をしていた。その後、方程式①の意味を数直線上に表し、方程式の解を求めさせたところ、ほとんどの生徒が迷いなく書けていた。式を言葉で表すことによって、その方程式の意味を読み取ることができ、方程式を容易に解くことができたようである。

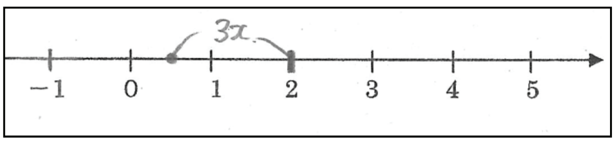
また、方程式 $|x-2|=3$…② について、①と同様な手順で取り組ませたところ、ほとんどの生徒が迷いなく解いていた。

続いて、方程式 $|x-2|=3x$…③ について、①と同様な手順で取り組ませた。以下は生徒とのやりとりの一部である。

教　師：③の意味を言葉で表すと、どうなりますか？
生徒Ａ：2からの距離が$3x$になるところです。
教　師：なるほど。先ほどの②と同様に考えると、Ａさんのようなことになりますね。他の表し方を考えた人はいますか？
生　徒：……
教　師：では、今Ａさんが言ってくれたことを数直線上に表してみましょう。周りの人たちと相談してもかまいません。
生徒Ｂ：とりあえず、2 のところに印をつけて…（右図）
？？Ｃ、かけないよね？




生徒Ｃ：そうなんだよ。どうかいていいか分からないんだ。
生徒Ｄ：私はこうかいてみたけど（右図）。




生徒Ｂ：距離が $3x$ っていうのはおかしくない？
生徒Ｃ：$x$ によって距離が変わっちゃうし、それに$x$がマイナスだと距離じゃないし。

生徒Ｄ：……
生徒Ｃ：右辺に x があると、今までみたいにはいかないみたいだね。
教　師：数直線で考えようとすると、なかなか難しいようですね。どうして難しいのでしょうか？②は数直線に表すことができて、③は数直線に表しにくいとすると、どこに違いがあるのでしょうか。その違いを考え、どうすれば、解決できるか、ワークシートに書いてみましょう。

②と③の違いが、右辺に x を含むか、含まないかであることはすぐに気付いた。そこで、その違いが、なぜ、数直線に表すことを困難にしているか考えさせた。そこでは、「距離を表す数字に分からない文字 x が含まれているから、距離を示すことができない。」という意見が出された。そこで、では、どうすれば解決できるかを考えさせた。なかなかアイディアは浮かばなかったようであったので、「数直線（図形的意味）にとらわれず、絶対値の定義に戻って考える」ことを助言した。多くの生徒は忘れていたが、ある生徒から「場合分け」をすることが提案され、他の生徒も思い出したようである。

この後、ワークシート No3 を配付し、「絶対値を含む方程式が難しい理由」「どうすれば解決できるか」について、先ほどの議論を基に生徒自身の言葉で記入させた。難しい理由としては、

- 絶対値の記号があるから
- 数直線で表すことができるときとできないときがあるから

といった理由が挙げられた。

また、その解決策としては、

- 数直線に表す
- 絶対値記号を、場合分けをしてはずす

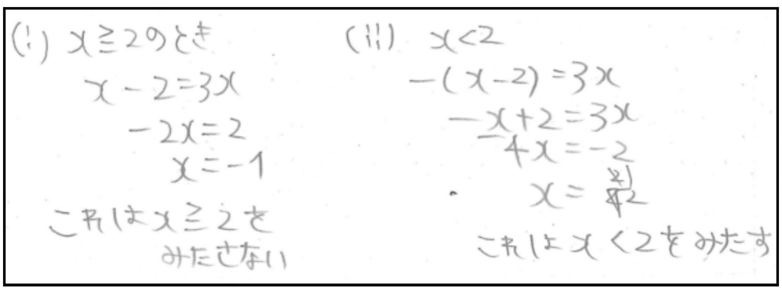
といった方法が挙げられた。

理由と解決策を発表させ、質問を受けた後に 3 つの方程式 $|x| = 3$ …①、$|x - 2| = 3$ …②、$|x - 2| = 3x$ …③ を、場合分けを用いた解法で取り組ませた。

①はワークシートの穴埋め、②は黒板で生徒とやりとりをしながら取り組ませ、得られた解答がワークシート No2 と一致することを確認した。

③は時間をとって自由に取り組ませた。①、②の直後だったこともあり、生徒は比較的スムーズに解決することができた。x≧2 のとき、③は条件に適さない解が出てくることを、見落としている生徒が何人かいたため、補足をした。

［方程式③の生徒の解答］



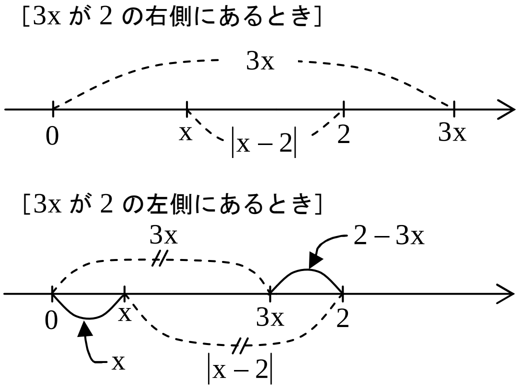

また、③については、数直線上に表せないことから、定義を用いて解くことの可能性についての議論はなされなかった。そこで、場合分けを用いた解法を確認した後に、次のような定義を用いた解法について紹介し、方程式の図形的意味について確認させた。

［方程式③の定義を用いた解答］

$|x-2| \geqq 0$ であるから、$x \geqq 0$ である。

$|x-2|$ は数直線上で 2 から x までの距離、3x は数直線上で原点から 3x までの距離であるから、数直線上で 3x が 2 の右側にあるときには、$|x-2|=3x$ を満たさない。

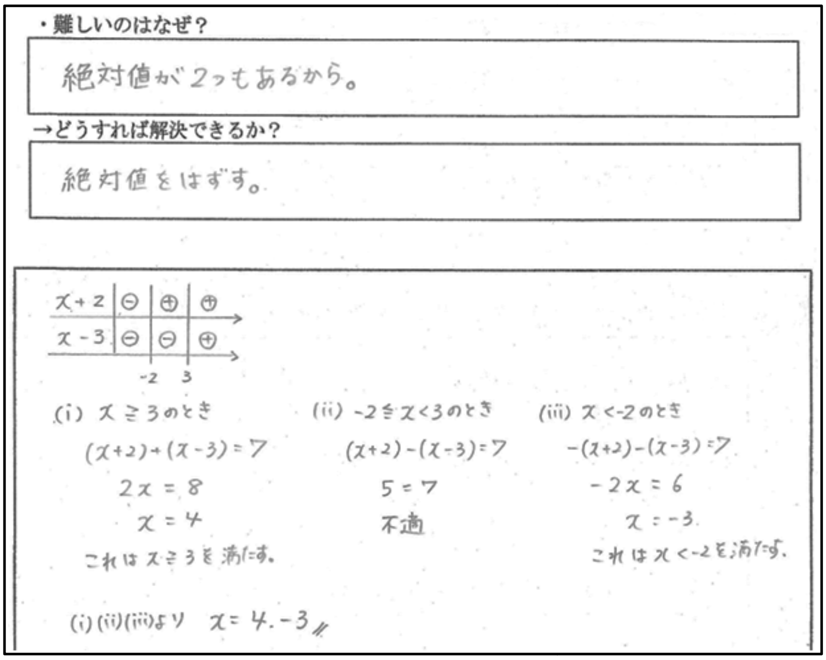
3x が 2 の左側にあるとき、右図より $x=2-3x$ が成り立つから、$x=\dfrac{1}{2}$




続いて、方程式 $|x+2|+|x-3|=7$ …④ に取り組ませた。

絶対値記号が２つあるため、生徒は若干とまどっていたが、先ほどと同様に「方程式④が難しい理由」「どうすれば解決できるか」を考えさせてから、問題に取り組ませた。生徒とのやりとりの中で、場合分けを用いればよいことがすぐに出てきたので、２つの絶対値をはずす手順に注意させながら、解答を導かせた。

［方程式④の生徒の解答］



・難しいのはなぜ？

絶対値が2つもあるから。

→どうすれば解決できるか？

絶対値をはずす。

| | | | |
|---|---|---|---|
| $x+2$ | ⊖ | ⊕ | ⊕ |
| $x-3$ | ⊖ | ⊖ | ⊕ |
| | | −2 | 3 |

(i) $x \geqq 3$ のとき
$(x+2)+(x-3)=7$
$2x=8$
$x=4$
これは $x \geqq 3$ を満たす。

(ii) $-2 \leqq x < 3$ のとき
$(x+2)-(x-3)=7$
$5=7$
不適

(iii) $x<-2$ のとき
$-(x+2)-(x-3)=7$
$-2x=6$
$x=-3$
これは $x<-2$ を満たす。

(i)(ii)(iii)より $x=4,-3$

また、定義を用いた解法について生徒に問いかけたところ、$|x+2|+|x-3|$ が数直線上で−2 から x までの距離と、3 から x までの距離の和であることまでは答えられたが、それを数直線上に表現することはできなかった。そこで以下のような解法に触れ、定義を用いても解けることを理解させた。

［方程式④の定義を用いた解答］

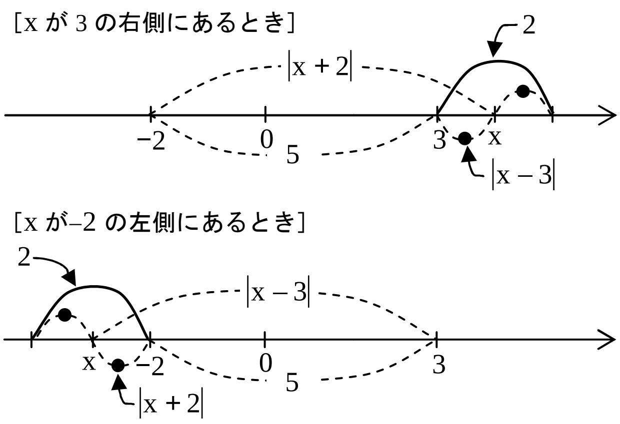
$|x+2|+|x-3|$ は、数直線上で x から−2 までの距離と、x から 3 までの距離の和である。

−2 から 3 までの距離は 5 であるから、④が成り立つとき、x は−2 と 3 の間にはない。

x が 3 の右側にあるとき、右図より 3 から x までの距離は 1 であるから $x=4$

x が−2 の左側にあるとき、右図より、−2 から x までの距離は 1 であるから $x=-3$

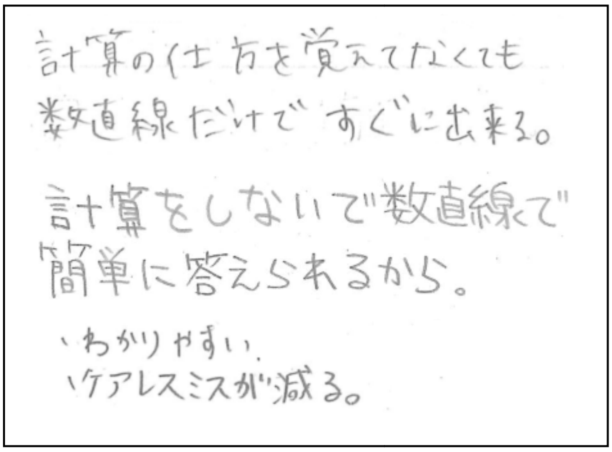
ゆえに　$x=-3,\ 4$



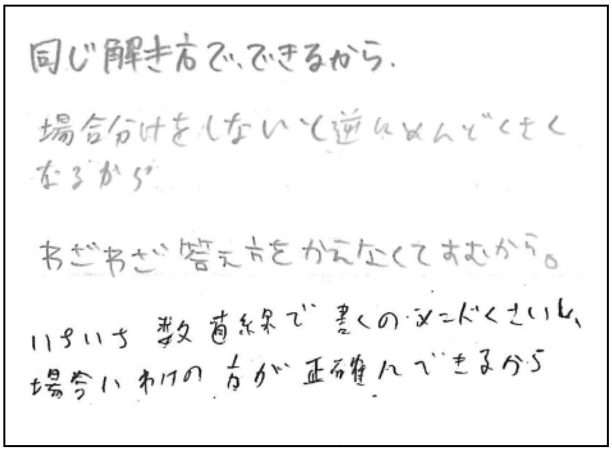
授業の終わりに、定義を用いた解法（ワークシート No2）のよさと、場合分けを用いた解法（ワークシート No3）のよさを記入させた。

定義を用いることのよさは「計算量が少なくてすむ」「場合分けの計算方法を知らなくても図をかけば解ける」、場合分けを用いることのよさは「同じ解き方でできる」「数直線で考えるのは難しいときもある」などと書いていた。それぞれの解法のよさを実感できていたようである。

「定義を用いることのよさ」の記入例




「場合分けを用いることのよさ」の記入例




## 4　授業後の検証

### (1) 小テストの結果から

不等式まで指導した後、絶対値を含む方程式・不等式の小テストを実施した。テスト問題と集計結果は以下のとおりである。

［小テストの結果（実施人数 31 人）］

| 問題 | 定義 | | 場合分け | |
|---|---|---|---|---|
| | 正解 | 不正解 | 正解 | 不正解 |
| ①　$\lvert x+3\rvert=2$ | 8(25.8%) | 1(3.2%) | 21(67.7%) | 1(3.2%) |
| ②　$\lvert x+2\rvert+\lvert x-3\rvert=9$ | 0(0%) | 0(0%) | 30(96.8%) | 1(3.2%) |
| ③　$\lvert x-4\rvert<1$ | 13(41.9%) | 1(3.2%) | 15(48.4%) | 2(6.5%) |
| ④　$\lvert x+1\rvert+\lvert x-2\rvert>5$ | 0(0%) | 0(0%) | 29(93.5%) | 2(6.5%) |

４題全体での正答率は 93.5%と高く、学習内容の理解度は良好な結果といえる。

解法の選択では、場合分けによる方法で解いた生徒は①が 71%、③が 55%であり、依然として場合分けによる解法を好んでいる結果であった。しかし、定義による方法で解いた生徒がそれぞれ 29%、45%いたことは、大きな成果であったと言える。以前であれば、ほぼ全ての生徒が場合分けによる方法で解いていたが、少なくともこれらの生徒は絶対値の意味や絶対値を含む方程式の意味を理解し、納得することができていたようである。また、小テスト終了後に、場合分けによる方法で解いていた生徒に聞き取り調査をしたところ、「何となく意味は分かるけど、やっぱり、１つのパターンで問題を解いたほうが楽。」と回答する生徒がいた。その生徒に、絶対値を含む方程式の意味を確認したところ、数直線上に表すことができ、解も求めることができた。絶対値の意味を理解はしているが、それでもやはり、「１つのパターンで解く」ことにこだわる生徒の意識を変えることが、これからは重要となる。

### (2) 振り返りシートの結果から

振り返りシートの集計結果は次のとおりである。

［振り返りシートの集計結果（実施人数 31 人）］

| 質問項目 | あてはまる | ややあてはまる | あまりあてはまらない | あてはまらない |
|---|---|---|---|---|
| ①「絶対値の意味」が理解できた。 | 18(58.1%) | 13(41.9%) | 0(0%) | 0(0%) |
| ②「絶対値を含む式の意味」が理解できた。 | 12(38.7%) | 19(61.3%) | 0(0%) | 0(0%) |
| ③式の意味を「言葉で表現して確認する」ことは、理解を深めることに役立つ。 | 11(35.5%) | 17(54.8%) | 3(9.7%) | 0(0%) |
| ④式の意味を「数直線上に表して確認する」ことは、理解を深めるのに役立つ。 | 16(51.6%) | 14(45.2%) | 1(3.2%) | 0(0%) |
| ⑤絶対値を含む方程式・不等式の「定義を用いた解法」が理解できた。 | 9(29.0%) | 18(58.1%) | 4(12.9%) | 0(0%) |
| ⑥絶対値を含む方程式・不等式の「場合分けをする解法」が理解できた。 | 13(41.9%) | 18(58.1%) | 0(0%) | 0(0%) |
| ⑦「定義を用いた方法」と「場合分けをする解法」のそれぞれのよさが理解できた。 | 16(51.6%) | 13(41.9%) | 2(6.5%) | 0(0%) |

⑧今日の授業を通して分かったことを書いてください。（主な記述）

**＜問題の意味を理解し、解決に役立った＞**

・絶対値の意味が分かったから、問題をただ解くだけよりも、理解しながら問題がとけた。

・いつもは意味が理解できず、やり方だけを覚えていたけど、今日の授業は意味も理解できたし、やり方もよく分かった。

・今までは解き方だけを覚えて解いていたけど、言葉で意味を理解することで、定義と場合分けのそれぞれのよさが理解できた。

・定義と場合分けのそれぞれのいい所が理解できた。定義、場合分けの区別が分かった。

**＜解法の意味が分かった＞**

・場合分けをする意味が分かった。なぜ場合分けをするのか、考え方を変えることができた。

・意味から考え、絵をかいて問題を解くと分かりやすかったことです。

**＜その他＞**

・絶対値記号をとにかくはずせば、難しい問題でないことが分かった。

・２つの方法があったが、自分は場合分けが一番やりやすいことが分かった。

事前のアンケート結果では、絶対値の意味、解き方の意味を理解し、納得している生徒は少なかったが、振り返りシートのアンケート結果を見ると、大きく改善していることが分かる。①、②、⑤、⑥の結果を見ると、絶対値の意味、方程式・不等式の解法については、定義を用いた解法を除いて、全ての生徒が、「理解できた」、「ほぼ理解できた」と回答した。定義を用いた解法については、$|x-2|=3x$ 、$|x+2|+|x-3|=7$ についても扱ったためか、４名の生徒が「あまり理解できなかった」と回答した。これらの式の扱いについては、式の見方を豊かにするために扱ったが、その結果、理解の妨げになってしまったのではないかと考えられる。

また、③、④の結果を見ると、全ての生徒が、言葉で表現し確認すること、数直線上に表して確認することが理解を深めることに役立つと回答した。これは、理解がさらに深まり、納得している状況を示していると考えられる。それは、自由記述の記述内容を見ても読み取れる。「絶対値の意味が分かったから、問題をただ解くだけよりも、理解しながら問題がとけた。」、「いつもは意味が理解できず、やり方だけを覚えていたけど、今日の授業は意味も理解できたし、やり方もよく分かった。」という回答からは、解法を覚えるのではなく、解法を理解し、納得し、解決するこ

とができた生徒の内面が示されている。

さらに、自由記述で、「今までは解き方だけを覚えて解いていたけど、言葉で意味を理解することで、定義と場合分けのそれぞれのよさが理解できた」、「定義と場合分けのそれぞれのいい所が理解できた。定義、場合分けの区別が分かった」と記述した生徒は、理解し、納得した上で、解法のよさを味わうことで、数学のおもしろさを実感していることがうかがえる。問題を解けるだけではなく、様々な解法のよさを味わうことができる感性を磨くことが、数学のおもしろさを実感するためには、必要なことだと感じた。

一方で、「絶対値記号をとにかくはずせば、難しい問題でないことが分かった」、「２つの方法があったが、自分は場合分けが一番やりやすいことが分かった」と回答する生徒もいた。また、小テストでも、全ての問題を場合分けして解いている生徒もいた。これらの生徒については、あきらめることなく、継続して、学習内容が納得できるように、おもしろさを実感できるように工夫をしていくことが大切である。

## ５　実践を振り返って

今回の取組では、定義や式の意味を理解し、納得させることに重点を置き、折に触れて絶対値の定義を振り返りつつ、式の意味を言葉や数直線で確認させることで理解と納得を深めさせる展開とした。また、２つの方程式の違いを考えさせたり、２通りの解法のよさを考えさせたりする場面では、生徒たち同士で意見交換を行わせた。これにより、絶対値の定義や式の意味について授業中に「分かった！」「簡単だ！」と発言したり、うなずいたりするなど、納得した表情を浮かべる生徒が普段の授業より多かった。

また、$|x-2|=3x$ や $|x+2|+|x-3|=7$ など、普段は定義との関係を考察しない問題について、数直線上での式の意味を表現させた。このことにより、戸惑いを感じてしまった生徒もいたが、多くの生徒にとって、式には意味があることを実感させることができ、その結果、式の見方をより豊かにさせることができたと考えられる。

一方的に定理や解法を説明し、生徒たちがただ受け身的に問題を繰り返し解きながら解法を身に付けていくだけの学習では、学習内容を理解させ、納得させ、そして、おもしろさを実感させることはできない。生徒たちに考えさせながら定義や式の意味の理解を深め、納得させていくことが重要である。そして、納得することで、数学のよさを味わうことができ、数学を学ぶおもしろさを実感することにつながっていき、さらに、反復練習による定着も容易になる。

生徒に数学の学習内容を理解させ、納得させ、おもしろさを実感させるためには、以下のことに留意することが重要である。

- 授業の場面で、生徒に「何を考えさせるのか」、「どのように考えさせるのか」を明確にすること
- 教材を精選し、授業の中で生徒が考える場面、そして、その考えを述べる場面を適切に設定すること

今回の取組だけでは、納得まで至らず、おもしろさを感じられない生徒も存在した。数時間の取組では、全ての生徒が納得し、おもしろさを感じられるとは限らない。あらゆる分野の学習において、理解させ、納得させ、その上で、おもしろさを実感させることができる授業を展開していくことが重要となる。