数学科学習指導案

**Ⅰ　単元の指導計画・評価計画**

１　単元名　場合の数と確率「確率」

２　単元の目標

　　・具体的な事象の考察などを通して，試行や事象の考えを明確にして，確率の基本的な法則をまとめ，余事象などに

ついて理解する。

・集合の考えとその要素の数え方を適切に活用し，同様に確からしい事象の確率を求められるようにする。

・独立な試行について，具体例を通してその意味を理解する。それを基に，反復試行の確率を求められるようにする。

・条件付き確率について，具体例を通してその意味を理解する。また，条件付き確率の公式から，確率の乗法定理を

導き出す。

３　単元の評価規準

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 関心・意欲・態度 | 数学的な見方や考え方 | 数学的な技能 | 知識・理解 |
| Ａ１ 確率の考えのよさを認識して，それらをいろいろな事象の考えに活用しようとする。Ａ２ 確率の基本的な性質を考察するのに集合の考えを利用しようとする。Ａ３ 独立な試行とその確率，反復試行の確率，条件付き確率について関心をもち，それらを活用しようとする。 | Ｂ１ 事象を数理的にとらえ，論理的に考えることができる。Ｂ２ 試行や事象の考えを用いて，確率の基本的な法則について考えることができる。Ｂ３ 順列，組合せおよび集合の考えを利用して，いろいろな事象の確率を調べることができる。Ｂ４ 実生活に数学的な見方や考え方が活用できることが分かる。 | Ｃ１ 確率の基本的な法則を用いて，事象の確率を処理することができる。Ｃ２ 集合の考えを用いて，和事象，排反事象および余事象の確率を処理することができる。Ｃ３ 独立な試行の確率，反復試行の確率，条件付き確率を適切に処理することができる。Ｃ４ 確率のいろいろな事象を表現し，処理する手順や推論の方法を身に付け，的確に問題が解決できる。 | Ｄ１ 確率の基本的な概念，定理，用語・記号などを理解し，基本的な知識が身に付いている。Ｄ２ 不確定な事象を数理的にとらえ，処理することの有用性を理解している。Ｄ３ 独立な試行の確率，反復試行の確率や条件付き確率の意味を理解している。 |

４　単元の授業計画並びに評価計画（14時間）

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 時間 | 学習活動 | 評価規準とのかかわり | 評価方法 |
| 第１時間 | 試行，事象について学び，確率の定義を理解する。 | Ａ１，Ｂ１ | 観察，ノート |
| 第２時間 | 組合せや順列の考え方を用いて，簡単な確率を求める。 | Ｂ２，Ｂ３ | 観察，ノート |
| 第３時間 | 集合を用いて，積事象，和事象，排反事象を理解する。 | Ａ２，Ｃ２ | 観察，ノート |
| 第４時間 | 確率の基本性質を理解し，それを用いて確率を求める。 | Ｄ１ | 観察，ノート |
| 第５時間 | 和事象，余事象の確率を求める。 | Ａ２，Ｃ１ | 観察，ノート |
| 第６時間第７時間 | 独立な試行について理解し，その確率を求める。 | Ａ３，Ｃ３，Ｄ３ | 観察，ノート |
| 第８時間第９時間 | 反復試行について理解し，その確率を求める。 | Ａ３，Ｃ３，Ｄ３ | 観察，ノート |
| 第10時間 | 条件付き確率とその求め方について理解する。 | Ａ３，Ｄ３ | 観察，ノート |
| 第11時間第12時間 | 乗法定理を用いて，確率を求める。 | Ａ３，Ｃ３，Ｄ３ | 観察，ノート |
| 第13時間**（本時）**第14時間 | 演習 | Ｂ４，Ｃ４ | 観察，ノート，ワークシート |

**Ⅱ　本時の計画**

１　本時の目標（評価規準）

　・Ａ君がＢ君，Ｃ君の２人とさいころやコインを使ったゲームをするとき，勝負に勝つ場合を具体的に想定し，その確率を求めることができる。（ Ｃ４ ）

２　本時の「数学的な技能」の評価と「努力を要する」生徒への手立て

　　・「十分満足できる」状況（Ａ）

Ａが勝負に勝つ全ての場合を列挙し，その確率を求めることができる。さらに，この勝負における対戦順の２つの場合に対して，どちらの場合で勝負をした方が勝つ確率が高くなるのか，根拠をもって説明することができる。

　　・「おおむね満足できる」状況（Ｂ）

Ａが勝負に勝つ全ての場合を列挙し，その確率を求めることができる。

・「努力を要する」状況（Ｃ）と評価した生徒への手立て

Ａが勝負に勝つ場合が全て列挙できているか観察し，まずそのそれぞれの場合での確率を求めることができるよう机間指導などを行う。

３　本時のポイント

これまでに学んだ様々な確率についての考え方や求め方を用いて，より実践的な問題に取り組む。ここでは，ＡがＢ，Ｃのそれぞれと異なるゲームを行う問いについて考える。

まず，ＡがＢ，Ｃそれぞれとのゲームに勝つ確率を求め，その後，Ｂ，Ｃの２人と交互に３回ゲームをする間に２連勝する確率（２連勝した時点でゲームは終了。）を考える。その際に，実際にさいころやコインを用いた試行を行わせることで，どのような場合が起こりうるのかを確認させる。その上で，Ｂ，Ｃのどちらと先に対戦した方が勝負に勝つ確率が高くなるのかを予想させ，その確率を求めさせる。

そして，２つの場合の確率が何故そうなるのかという点について，確率を求める過程を検証する中で，“負ける確率”に着目することによって，その理由に気付かせたい。このような学習活動を通して，直感的な結論と論理的に導き出した結論が異なる場合があることに気付かせ，論理的思考の重要性を認識させたいと考えている。

４　本時の展開

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 指導内容 | 学習活動（課題、発問、活動等） | 指導上の留意点および評価 |
| 導入ＡがＢ，Ｃとのゲームで勝つ確率を求める。（５分） | 問１　Ａ君は，友人のＢ君，Ｃ君とそれぞれ次のようなゲームをすることになった。Ｂ君：さいころを２回振り，出た目の数が同じならＡ君の勝ち。それ以外はＡ君の負け。Ｃ君：コインを１回投げ，表が出たらＡ君の勝ち。それ以外はＡ君の負け。課題１　Ａ君が，Ｂ君，Ｃ君のそれぞれに勝つ確率を求める。＜予想される生徒の解答＞・$\frac{1}{6}$ ，$\frac{1}{2}$ | ・ＡがＢ，Ｃとそれぞれどのようなゲームを行うのか確認させる。・これまでの学習を振り返り，ＡがＢ，Ｃに勝つ確率を求めさせる。・周囲の生徒と答え合わせや相談をするよう指示する。 |
| 展開Ｂ，Ｃと交互に３回ゲームをする間にＡが２連勝する場合を考え，その確率を予想する。（７分）さいころとコインを用いて実際に勝負を行う。（８分）自らが予想した対戦順で勝負をするとき，Ａがその勝負に勝つ確率を求める。（10分） | 問２　Ｂ君，Ｃ君が次のような提案をしてきた。「Ｂ，Ｃの２人と交互に，合計３回ゲームをしよう。その間にＡ君が２連勝したらＡ君の勝ちだ。」【発問】Ａ君が，Ｂ君，Ｃ君と勝負する場合，対戦順はどのようなものが考えられるか。＜予想される生徒の解答＞・Ｂ－Ｃ－Ｂ・Ｃ－Ｂ－Ｃ【発問】対戦順を，①Ｂ－Ｃ－Ｂ，②Ｃ－Ｂ－Ｃとする。①と②のどちらの順番で勝負した方が，Ａが勝つ確率が高くなると思うか。どちらかを選び，その理由も答えよ。＜予想される生徒の解答＞・①，②・ＡがＢに勝つ確率は $\frac{1}{6}$ ，Ｃに勝つ確率は $\frac{1}{2}$ なので，Ｃと２回戦う②の方が，Ａが勝つ確率が高くなるから。課題２　ペアを作り，さいころとコインを用いて，①，②のそれぞれの順番で，この勝負を行う。＜予想される生徒の解答＞・①でＡが勝った。・②でＡが負けた。【発問】①，②のそれぞれ場合において，Ａが勝ったペアはどのくらいいるか。【発問】この結果と最初の自分の予想を踏まえて，改めて①，②のどちらの順番で勝負した方が，Ａが勝つ確率が高くなると思うか。課題３　自分が選んだ①または②の対戦順で戦うとき，Ａが勝負に勝つ確率を求める。＜予想される生徒の解答＞・① $\frac{11}{72}$ ，$\frac{1}{6}$ ，$\frac{5}{864}$ ，$\frac{1}{144}$・② $\frac{1}{8}$ ，$\frac{1}{6}$ ，$\frac{1}{288}$ ，$\frac{1}{144}$ | ・Ｂ，Ｃそれぞれとの対戦を「ゲーム」，Ｂ，Ｃと交互に３回ゲームをすることを「勝負」と呼ぶことにする。・この勝負では，対戦する順番が２通りあることを確認する。・ＡがＢに勝つ確率が $\frac{1}{6}$ ，Ｃに勝つ確率が $\frac{1}{2}$ であることから，Ｃと２回戦う②の方が，Ａが勝つ確率が高くなると予想する生徒が多くなるのではないかと考えている。・ペアの一方をＡ，他方をＢ＆Ｃとして行う。また，①と②で役割を入れ替える。・各ペアに挙手させ，Ａが勝ったペアの数を調べる。・最初の予想も踏まえ，①，②のどちらの立場を取るか考えさせる。評価【数学的な技能】Ａが勝負に勝つ場合を具体的に想定し，その確率を求めることができる。　　　　　　　　　　Ｃ４・手が止まっている生徒には，まずＡが勝つパターンを考えることを伝える。・一方の確率が求められた生徒には，他方の確率も求めてみるよう指示する。・周囲の生徒と答え合わせや相談をするよう指示する。・求めた確率は，答え合わせを兼ねて全体で共有する。 |
| まとめ求めた確率を比較し，なぜそうなるのか考える。（５分）２つの対戦順について，計算の過程を検証し，その理由について考える。（10分） | 【発問】②より①の方が，Ａが勝つ確率が高くなるが，この理由は何だろうか。＜予想される生徒の解答＞・負－勝－勝のとき，負けの確率が①と②で異なるから。・分からない。【発問】②より①の方が，Ａが勝つ確率が高くなる理由を，計算の過程を検証しながら考えてみよう。課題４　①，②において，Ａが勝負に勝つ勝敗のパターンを考える。＜予想される生徒の解答＞・勝－勝・負－勝－勝課題５　①，②において，Ａが勝負に勝つ確率を求める過程での共通点と相違点に着目し，②より①の方が，Ａが勝つ確率が高くなる理由を考える。＜予想される生徒の解答＞・１，２回戦を連勝するとき，その確率はＢ，Ｃの順番に関わらず同じになる。・２，３回戦を連勝するとき，その確率はＢ，Ｃの順番に関わらず同じになるが，１回戦は負けるので，その確率が①と②で異なる。・①の場合，Ｂに負ける確率は $\frac{5}{6}$ で，Ｃに負ける確率は $\frac{1}{2}$ であるから，勝つ確率を考えると，①の方が②より高くなる。 | ・ここでは，理由を考え予想をすることに重きを置く。・周囲の生徒と話し合いながら考えるよう指示する。・２つの対戦順において，その確率を求める計算の過程を確認しながら，その共通点と相違点に着目させる。・Ａが勝負に勝つのは，①，②のどちらの場合においても次のいずれかである。(*ⅰ*) 勝－勝　　(*ⅱ*) 負－勝－勝・計算の過程を(*ⅰ*)，(*ⅱ*)のそれぞれの場合について検証する。・まず(*ⅰ*)において，２連勝するときには，Ｂ，Ｃのどちらと最初に対戦してもＡの勝つ確率は変わらないことを確認する。・(*ⅱ*)において，(*ⅰ*)の結果から２，３回戦で２連勝する確率が①と②で変わらないことを利用して，Ａが勝つ確率は，１回戦でＡが負ける確率に依存するということに気付かせたい。 |