事例１　場合分けの考え方を定着させるためのコンピュータの活用
～ 定義域に文字を含む二次関数の最大・最小の指導 ～

１．事例の概要
(1) 指導の改善

数学的な考え方の代表的なものの１つとして、場合分けの考え方がある。しかし、この考え方を理解することは、生徒にとってなかなか困難なことである。生徒にとっては、「面倒なもの」、「難しいもの」と感じ、未消化なまま授業が進んでしまうことが多い。また、教科書での扱いも、場合分けをすることが前提となっており、生徒が場合分けの必要性を実感できるまでには至っていないのが現状である。

本事例では、定義域に文字を含む二次関数の問題を題材として、場合分けの必要性を実感させるために、コンピュータでグラフを表示してグラフを動的にとらえさせ、その中で、二次関数の値の変化として最大値、最小値を捉え、それを表現させることにした。また、授業を進める際には、生徒一人一人の考え方を生かすために、教材の提示方法、発問等を工夫するとともに、それぞれの考え方を比較、検討する場面を設けた。それによって、場合分けについての理解を深め、定着を図りたいと考えた。授業を進めていく上では、生徒の実態把握は欠かせないものである。事前テスト、自己評価、確認テストを実施することによって、生徒の理解状況の把握に努めた。

(2) 指導の全体像

生徒の既習事項の定着状況を把握するために、事前テストを実施した。その結果を考慮して、授業の進め方、授業の中での発問を工夫した。また、授業後には、生徒自身の自己評価、確認テストを実施し、理解状況の把握に努めた。事前の準備では、ここまでの指導を考えていたが、生徒の自己評価、確認テストの結果を分析したところ、条件の範囲を不等号を用いて表現することができないという課題が浮き彫りとなり、追指導が必要であると判断した。そこで、二次不等式の授業の際に、不等号を用いた範囲の表現方法について指導した。その後、再度、同じ授業を実施し、確認テストにより場合分けについての理解状況を分析した。

指　導　の　全　体　像

- 事前テスト　…　・レディネス調査
- ↓
- 授　業
- ↓
- 自己評価
確認テスト　…　・理解状況の分析と事後指導の計画
- ↓
- 追指導
（授業）
- ↓
- 確認テスト　…　・理解状況の把握

２．指導の展開
(1) 事前テストから

事前テストでは、一次関数、二次関数の変域、定義域に制限がある二次関数の最大値、最小値について確認した。その結果は、次のとおりであった。

事前テスト

１．一次関数 $y=2x-1$ について、x の変域が $3\leqq x\leqq 5$ のときの y の変域を求めよ。
　　正答率　84.6%

２．二次関数 $y=-x^2$ について、x の変域が $-1\leqq x\leqq 2$ のときの y の変域を求めよ。
　　正答率　20.5%

3．二次関数 $y=2x^2-1$（$-1\leqq x\leqq 2$）の最大値、最小値を求めよ。 　　正答率　最大値 60.6%　最小値 45.5% 4．二次関数 $y=x^2-2x+3$（$-1\leqq x\leqq 3$）の最大値、最小値を求めよ。 　　正答率　最大値 48.5%　最小値 78.8% 5．二次関数 $y=-3x^2-18x+5$（$-3\leqq x\leqq 2$）の最大値、最小値を求めよ。 　　正答率　最大値 78.8%　最小値 63.6%

一次関数の y の変域を求める問題１の正答率は 84.6%であったのに対して、二次関数の y の変域を求める問題２の正答率は 20.5%であった。「関数の値域」については、定義域の両端の値を代入して求める生徒が多く、二次関数のグラフを通して、関数の値の変化を考察していないことがうかがえる。その一方で、定義域に制限がある二次関数の最大値、最小値については、６割から７割程度の正答率となっている。二次関数の最大値、最小値を求めることはできるが、値域を求めることができない生徒、すなわち、最大値、最小値を二次関数の値の変化として捉えているのではなく、形式的に求めた生徒が多かったことになる。今回の「場合分けの考え方を定着させる」授業を通して、最大値、最小値を形式的に求めるのではなく、二次関数の値の変化として捉えることができるようにすることも大切であると実感した。このことを授業後の確認テストでも、再確認することとした。また、定義域の両端で最大値をもつ問題４の正答率が他と比較すると極端に低いことも、同様の原因が考えられるので、授業後の変化を分析することとした。

(2) 授業の準備

○授業のねらいの設定

①場合分けの必要性を実感できるようにさせる。

ねらい達成のための発問のポイント

「なぜ、従来と同じように考えることができないのか。」（どこに違いがあるのかを把握することができるか）

「どのような場合に分ける必要があるのか。また、それはなぜか。」（場合分けをする必要性を実感することができるか）

②問題解決場面で場合に分けて考えたことを表現できるようにさせる。

ねらい達成のための発問のポイント

「場合に分けて考えたものを数学的に表現することができるか。」（数学的に表現することができるか）

○展開における工夫

①課題の設定

生徒自身が容易にグラフを描けるように、二次関数の式に文字が含まれている課題ではなく、定義域に文字が含まれている課題とした。ただし、$a\leqq x\leqq a+1$ のような複雑な範囲ではなく、定義域の一方を固定した範囲とした。また、場合分けが煩雑にならないように、最大値、最小値を同時に扱うのではなく、それぞれを順に取り扱った。

課題１　$a>0$ のとき、次の関数の最大値を求めよ。 　　　　$y=x^2-4x+5$（$0\leqq x\leqq a$）

課題２　$a>0$ のとき、次の関数の最小値を求めよ。 　　　　$y=x^2-4x+5$（$0\leqq x\leqq a$）

②ワークシートの活用

生徒にとって定数 a が様々な値を取ることを把握することは難しい。そこで、導入では、具体的な a の値について最大値、最小値を考えさせることとした。その際、a の値による違いが明白となるよう、ワークシートにいくつかの場合を記入させた（全部で６つ記入することが可能）。また、ここでは、グラフを描くことが主ではないので、グラフ用紙に、点線でグラフを表示しておき、定めた定義域の範囲だけを描かせた。

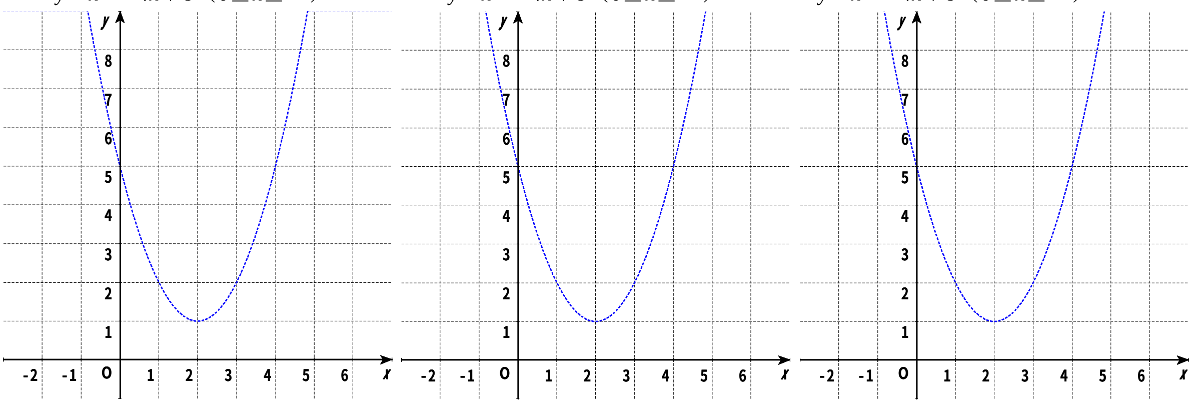
二次関数の最大・最小ワークシート

1年　組　番氏名＿＿＿＿＿

$a>0$ のとき、次の関数の最大値、最小値を考えよう。
$y=x^2-4x+5$（$0 \leqq x \leqq a$）

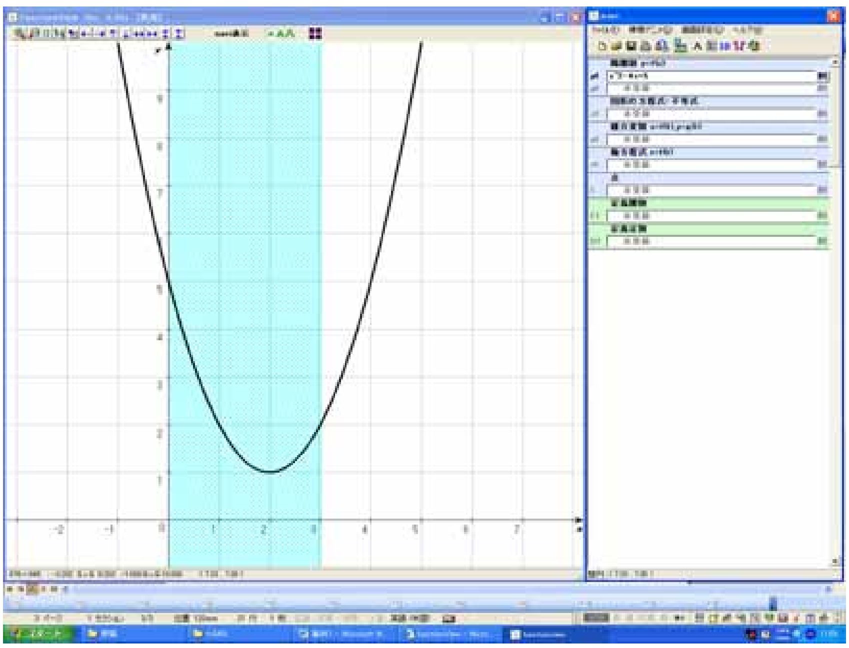
＊具体的な a について考えてみよう。

① $a=$　　のとき　$y=x^2-4x+5$（$0 \leqq x \leqq$　）
② $a=$　　のとき　$y=x^2-4x+5$（$0 \leqq x \leqq$　）
③ $a=$　　のとき　$y=x^2-4x+5$（$0 \leqq x \leqq$　）



③コンピュータの活用

上記のようなワークシートを用いた活動では、連続的にグラフの変化を捉えることが困難である。連続的にグラフを捉えさせるためには、コンピュータを利用することが有効であると考え、フリーソフトウェアの Function View（群馬県立桐生工業高等学校　和田啓助　教諭作成）を用いて、グラフが変化する様子をプロジェクタで提示して、観察させた。



今回利用した「Function View」は、パラメータによる区間の設定が容易であり、そのパラメータを変更することによって、グラフを動的にとらえることが可能である。

○自己評価シート、確認テストの準備

①自己評価シートの作成

授業のねらい、授業展開に合わせて、自己評価シートの質問項目を検討した。ここでは、関心・意欲・態度は除き、数学的な見方や考え方、表現・処理の観点に絞った評価項目とした。特に、どこでつまずいているのかが明らかとなるようにした。

二次次関数の最大・最小　自己評価シート

1年　組　番　氏名＿＿＿＿＿＿

この時間に学習した内容について、以下の記号で答えてください。

○：あてはまる，△：少しあてはまる，×：あてはまらない

課題1．$a>0$ のとき、次の関数の最大値を求めよ。
$y=x^2-4x+5$（$0\leqq x\leqq a$）

（　）①aの値が与えられたとき、二次関数の最大値・最小値を求めることができた。

（　）②最大値は定義域の左端か右端でとることがわかった。

（　）③最大値を求めるとき、aの値による場合分けが必要であることがわかった。

（　）④場合分けをして最大値を求めることができた。

課題2．$a>0$ のとき、次の関数の最小値を求めよ。
$y=x^2-4x+5$（$0\leqq x\leqq a$）

（　）⑤最小値は定義域の右端か頂点でとることがわかった。

（　）⑥最小値を求めるとき、aの値による場合分けが必要であることがわかった。

（　）⑦場合分けをして最小値を求めることができた。

※④と⑦で×の人に質問します。

（　）⑧スクリーンに映し出されたグラフでaの値が変化しているときは、どこで最大値や最小値をとっているかはわかったが、答えを書くことができなかった。

⑨今日の授業で印象に残っていることを書いてください。

②確認テストの作成

確認テストでは、事前テストの結果を踏まえて、事前テストと同じ問題を数題出題した。場合分けが必要な問題については、授業の中で下に凸の関数を扱ったので、確認テストでは、上に凸の関数とした。

数学　確認テスト　No.

1年　組　番　氏名＿＿＿＿＿＿

1．二次関数 $y=2x^2-1$（$-1\leqq x\leqq 2$）の最大値、最小値を求めよ。

2．二次関数 $y=x^2-2x+3$（$-1\leqq x\leqq 3$）の最大値、最小値を求めよ。

3．二次関数 $y=-3x^2-18x+5$（$-3\leqq x\leqq 2$）の最大値、最小値を求めよ。

4．$a>0$ とする。関数 $y=-x^2+6x+1$（$0\leqq x\leqq a$）について、次の問いに答えよ。

(1) 最小値を求めよ。

(2) 最大値を求めよ。

(3) 授業展開

指導内容	学習活動（課題・発問・活動等）	指導上の留意点
・定義域が変化する関数の最大値の考察 (4)授業展開記録 ①導入　参照	課題１．$a>0$ のとき、次の関数の最大値を求めよ。 $y=x^2-4x+5$（$0\leqq x\leqq a$） 自分で a の値をいくつか具体的に決めて、最大値を求めてみよう。 ○ a に自分で決めた値を代入して最大値を求める。 $0<a<4$、$a=4$、$a>4$ のそれぞれの場合について、指名された生徒が板書する。	・ワークシートを配付。a に適当な値を代入し、最大値を求めさせる。 (ワークシートの利用) ・３タイプの解答において、定義域のどこで最大値になるかを発見させる。
(4)授業展開記録 ②展開１　参照	最大値になるところはどんなところだろう。 ○ a の値によって、最大値は定義域の左端・右端のいずれでとるか見分ける。 課題１の解答は、どのように表現すればよいだろう。 ＜予想される生徒の反応＞ ・今までと違う。 ・いくつかの解答がある。	・生徒の発言を促し、生徒自身の表現で答えさせる。 ・課題１では、最大値が１通りでは表現できないことに気付かせ、場合分けの必要性を実感させる。
・Function View による最大値の確認 (4)授業展開記録 ③展開２　参照	a の値で場合に分けて考えたものをどのように表現すればよいだろう。 ○映し出されたグラフを見て、どのような場合分けになるかを考える。	・a の値を連続的に変化させ、どこで状況が変わるのかを気付かせる。
・定義域が変化する関数の最小値の考察	課題２．$a>0$ のとき、次の関数の最小値を求めよ。 $y=x^2-4x+5$（$0\leqq x\leqq a$）	・課題１で板書したグラフから考えさせる。
・Function View による最小値の確認	○映し出されたグラフを見て、どのような場合分けになるかを考える。	・a の値を連続的に変化させ、場合分けの方法を考えさせる。
・本時のまとめ	○映し出されたグラフによる確認 ○自己評価シートの記入 ○確認テストの実施	

(4) 授業展開記録

実際の授業展開の様子を先生（T）と生徒（S）の会話として以下に示す。

①導入

T：昨日まで、二次関数の最大値、最小値について考えてきました。
今日は、さらに一歩進んでみましょう。

課題１の提示（板書）

T：さて、同じように二次関数の最大値を考える問題です。
昨日までの問題との違いは何でしょうか？
S：定義域の中に a が入っている。
T：そうですね。a が入っていることだけが違いますね。しかし、これだけの違いで、ずいぶん違ってきますので、今日の授業はしっかり考えてくださいね。
では、問題に入りましょう。最大値を求めなさい、という問いですから、まずはどうすればよいですか？
S：最大値、最小値を求めるときは、標準形に直して、グラフを描いて考えます。
T：そうでしたね。では、標準形に変形してみましょう。

机間指導

S：標準形に変形して、グラフを描こうと思ったんだけど、定義域がよくわからないからグラフが描けないぞ。a が１とか２とかわかればできるのに。
T：今、Ｓ君が言ってくれたように、定義域が $0 \leqq x \leqq a$ と与えられているので、a がいくつかわからないので、グラフをどこまで描けばよいのかわかりませんね。しかし、グラフが描けないと最大値を求めることができません。実は、a の値は、いくつかわからないのではなく、いろいろな値を考えることができるのです。そこで、今からワークシートを使って、自分で a の値を具体的に決めて、最大値を求めてみましょう。
例えば、$a > 0$ なので、$a = 1$ であれば、定義域が $0 \leqq x \leqq 1$ になるので、そのときの最大値を求めればよいことになります。自分で、３つから４つの a の値を決めて、最大値を求めてみましょう。

導入では、前回までの学習の復習をするとともに、今までの問題との違いを認識させることに留意した。

また、ワークシートの取組を観察すると、a の値を自然数として考える生徒しかいなかった。具体的な例の提示を工夫する必要があった。

②展開１（具体的に a の値を定め最大値をそれぞれの場合に応じて考えることによって、場合分けの必要性を実感させる場面）

ワークシートの作業中に机間指導を行い、a ＝１、２、４、５の場合について解答した生徒をそれぞれ指名し、グラフと最大値を板書させた。

T：さて、今、a ＝１、２、４、５の場合について黒板に書いてもらいました。これを見て何か気が付くことはありませんか。
S：…（無言)。
T：では、もう少し考えるヒントを出しましょう。**最大値になるところはどんなところでしょうか。**
S：定義域の左側で最大になるときと、右側で最大になるときと、両側で最大になるときがある。

T：そうですね。１つの問題であるにも関わらず、最大値になるところが、定義域の右側であったり、左側であったり、両側であったりしていますね。
どういうときに右側、左側、両側になっていますか。

S：僕は、a＝３のときもやったんだけど、黒板と見比べると、a＝１、２、３のときに、左側になっているよ。

T：すばらしいね。３のときもやってあったんだね。他の人で、違うときに左側になっているという人いますか。

S：…（無言）。

T：では、a＝１、２、３のときに定義域の左側になっているということでいいですね。
では、右側になっているときはどうですか。

S：私は、a＝６と 10 のときをやりました。これと、黒板の結果を比べると、a＝５、６、10 のときだから、きっと、５以上のときは、右側になると思います。

T：そうかな。ここは後でもう少し検討してみよう。じゃ、最後に、両側で最大値になるのは、どういうときですか。

S：これは、黒板に書いてあるように、a＝４のときだと思います。

T：黒板を見れば、a＝４のときであるとわかりますが、本当にこのときだけでしょうか。
誰か説明できる人いますか。

S：…（無言）。

T：二次関数のグラフである放物線は、軸について対称なグラフでしたね。ですから、x＝２という軸を考えれば、a＝４のときにしか、両側で最大値になることはないですね。
では、**課題１の解答は、どのように表現すればよいでしょうか。**

S：…（無言）。

T：何でもいいですから、気付いたこと、感じたことを発表してみてください。隣の人と少し話をしても結構ですから、みんなで少し考えてみましょう。

教室が少しざわつく。

T：さて、誰か発表してください。

S：今までの問題とは違って、答えが１つではなくて、３つの答えを書かないといけないと思います。

S：左側になるときと、右側になるときと、両側になるときの３つが答えとして書けないといけないと思います。

ここでは、キーとなる発問が２つあった（ゴシック体で表記）。この２つの発問によって、解答として書かれる最大値が複数あることに多くの生徒が気付いたようである。しかし、ワークシートの取組、この場面でのやりとりから、「aは自然数である」という誤解が生じ、場合分けの際に、「$0 < a < 4$」と表現すべきところを「a＝１、２、３」と表現した生徒が多かった。

③展開２（コンピュータを用いて、aの値を連続的に変化させた様子を見せ、場合分けの方法を考えさせる場面）

下のように、黒板に３通りの最大値を板書し、確認した。

＊最大値になるのは、３通り

__________　x＝_____のとき最大値________（左側）
__________　x＝_____のとき最大値________（両側）
__________　x＝_____のとき最大値________（右側）

スクリーン上に $y=x^2-4x+5$（$0\leqq x\leqq a$）のグラフを映し出し、aを徐々に増加させて最大値として３つの答えを書かなければならないことを確認した。

T：ワークシートと、今、スクリーン上のグラフで確認してもらったように、最大値として３つの答えを書かなければならないことがわかりましたね。
　　では、この３つの答えは、何によって変わるのでしょうか。
S：今までの問題と違って、aがあるので３つの最大値が出てきてしまったし、今、先生は、画面上でaの値を動かしていたので、最大値がいろいろ変わるのは、aによって変わるんだと思います。
S：それと、さっきのワークシートの時も、$a=1$、２、３のときや、$a=4$のときと考えたので、３つの答えが出るのはaの値によって変わってくるんだと思います。
T：そうですね。aの値によって変わってくることがわかりますね。では、ここの黒板に書いてある（前ページ）ところにはどのように書けばよいでしょうか。
　　たとえば、両側で最大値になるときは、$a=4$のときだね。だから、ここは、「$a=4$のとき」、と表現すればいいね。では、残りの部分を、まずは自分で考えて書いてみましょう。

机間指導をすると、定義域の左側で最大値をとるとき、「$0<a<4$」あるいは「$a<4$」と表現すべきところを、「$a=1$、２、３」と表現している生徒や、「$a>4$」と表現すべきところを「$a=5$、６、７」と表現している生徒が半数近くいた。前述したとおり、ワークシートの印象が強いことによる影響であると判断し、机間指導後、再度、コンピュータを用いて、連続的な変化を観察させた。aの値が１、２、３だけではなく、1.1、1.2、…も考えられることや、また、それが連続的に変化している様子を確認させた。

T：今、見てもらったように、aの値は１、２、３のように整数とは限りません。では、この部分（$0<a<4$と書くべき場所を指して）はどのように表現したらよいでしょうか。
S：aが０より大きくて、４より小さければいいですよね…。言葉では表現できるけど式で表すのはどうしたらいいのか…。
S：「大きい」、「小さい」だから不等式で表せばいいのかな。でも、どう書けるんだ？
S：$a<4$（a小なり４）と表現すればいいのかな。
T：大分近づきましたね。問題に何か条件が付いていませんでしたか。
S：そうか、$0<a<4$（０小なりa小なり４）と書けばいいんだ。
T：そうですね。定義域の左側で最大値になるときは、「$0<a<4$」と表現すればよいですね。
　　では、定義域の右側で最大値になるときは、どうでしょうか。
S：同じように考えれば、$a>5$かな。
T：では、4.5などはどうなりますか。
S：そうか、aが４より大きくなればいいんだから、$a>4$となればいいんだ。

生徒は、一次不等式については、既に学習している。しかし、不等号を用いて示された範囲を図示することはできるが、与えられた範囲を不等号を用いて表現することは、定着していなかった。一次不等式の学習の際に、先を見通して指導する必要があった。

この後、最大値となるxの値と、最大値を確認した。さらに、最小値についての授業を進めたが、最大値を丁寧に求めたので、コンピュータの画面を見せただけで、最小値をとる場所が変化することや、場合分けの必要性を十分に感じることができたようである。また、aの値の範囲についても、スムーズに把握することができた。しかし、aの値の範囲を表現することができない生徒が多くいた。

(5) 自己評価と確認テストによる理解状況の分析

○自己評価結果（○：あてはまる　△：少しあてはまる　×：あてはまらない）

・選択肢による評価から

<table>
<tr><th colspan="2">質　　問</th><th>○</th><th>△</th><th>×</th></tr>
<tr><td rowspan="4">最大値</td><td>①aの値が与えられたとき、二次関数の最大値・最小値を求めることができた。</td><td>82.1%</td><td>15.4%</td><td>2.5%</td></tr>
<tr><td>②最大値は定義域の左端か右端でとることがわかった。</td><td>79.5%</td><td>12.8%</td><td>7.7%</td></tr>
<tr><td>③最大値を求めるとき、aの値による場合分けが必要であることがわかった。</td><td>76.9%</td><td>15.4%</td><td>7.7%</td></tr>
<tr><td>④場合分けをして最大値を求めることができた。</td><td>12.8%</td><td>59.0%</td><td>28.2%</td></tr>
<tr><td rowspan="3">最小値</td><td>⑤最小値は定義域の右端か頂点でとることがわかった。</td><td>74.4%</td><td>17.9%</td><td>7.7%</td></tr>
<tr><td>⑥最小値を求めるとき、aの値による場合分けが必要であることがわかった。</td><td>74.4%</td><td>17.9%</td><td>7.7%</td></tr>
<tr><td>⑦場合分けをして最小値を求めることができた。</td><td>15.4%</td><td>53.8%</td><td>30.8%</td></tr>
<tr><td>④と⑦で×の人</td><td>⑧スクリーンに映し出されたグラフでaの値が変化しているときは、どこで最大値や最小値をとっているかはわかったが、答えを書くことができなかった。</td><td>66.7%</td><td>25.0%</td><td>8.3%</td></tr>
</table>

・自由記述から（⑨今日の授業で印象に残っていることを書いてください。）
- ・コンピュータを使って説明があったので、わかりやすかった。イメージができた。
- ・場合分けをするのが難しい。（わかったつもりでも、実際にやろうとすると混乱した。）
- ・理解するのに苦労した。
- ・練習すればできる気がした。
- ・事前テストで最大値をとるのが２か所ある問題があったが、その意味がよく理解できた。

・考察

選択肢による評価からもわかるように、７割以上の生徒は、最大値、最小値をとる点が変化することは把握できた（②、⑤）。また、それが、aの値によって変わり、aの値による場合分けが必要であることも理解できていた（③、⑥、⑧）。しかし、「場合分けをして最大値、最小値を求めることができたか」の問いについては、最大値、最小値ともに求めることができたと答えた生徒が１割程度しかいないという結果であった。このことは、場合分けの必要性は把握できたが、aの値の範囲を適切に表現することができないために、最大値、最小値を求めることができない生徒が６割はいることを示している。特に、自由記述に書かれていた、「わかったつもりでも、実際にやろうとすると混乱した。」という言葉が象徴的であった。

また、コンピュータを使ったことに関しては、「きれいで見やすい」、「わかりやすい」、「最初は、aの値は具体的なものしか想像できなかったが、コンピュータの画面を見て、イメージができた」といった感想があった。コンピュータを使ったことが、グラフを動的にとらえさせることに有効であった。

○確認テスト結果

１．二次関数 $y=2x^2-1$（$-1\leqq x\leqq 2$）の最大値、最小値を求めよ。

最大値　60.6％（事前テスト）→87.5％（確認テスト）

最小値　45.5％（事前テスト）→78.1％（確認テスト）

２．二次関数 $y=x^2-2x+3$（$-1\leqq x\leqq 3$）の最大値、最小値を求めよ。

最大値　48.5％（事前テスト）→71.9％（確認テスト）

最小値　78.8％（事前テスト）→84.4％（確認テスト）

３．二次関数 $y=-3x^2-18x+5$（$-3\leqq x\leqq 2$）の最大値、最小値を求めよ。

最大値　78.8％（事前テスト）→84.4％（確認テスト）

最小値　63.6％（事前テスト）→65.6％（確認テスト）

４．$a>0$ とする。関数 $y=-x^2+6x+1$（$0\leqq x\leqq a$）について、次の問に答えよ。
(1) 最小値を求めよ。
(2) 最大値を求めよ。

(1) 最小値　正答 30.6％　誤答 58.3％　無答 11.1％

(2) 最大値　正答 33.3％　誤答 52.8％　無答 13.9％

・考察

確認テストの問題１、２、３の正答率の変化からわかるように、授業の中でコンピュータを使ってグラフを動的にとらえさせたことによって、最大値、最小値を二次関数の値の変化として考えることができるようになった生徒が明らかに増加した。特に、両端で最大値をもつ問題２の正答率が５割弱から７割以上に増えたことに、二次関数の最大値、最小値に対する認識の深まりが感じられる。また、自己評価の自由記述にみられるように、「事前テストの問題の意味がよく理解できた。」という生徒が多く、場合分けが必要な問題を通して、関数についての理解が深まった。

一方で、場合分けが必要な問題については、自己評価の結果同様に、正答に至るまでの生徒が３割と少なく、解答からも、悪戦苦闘している様子がうかがえた。特に、a の値の範囲を間違える生徒が多かった。最大値、最小値については、それぞれ２通り、３通り書けている生徒は全体の７割程度いるにも関わらず、半数近くの生徒は a の値の範囲が表現できずに誤答となった。

○自己評価と確認テストの結果から

授業のねらいの１つである「場合分けの必要性を実感できるようにさせる。」ことについては、概ね良好な結果であった。しかし、もう１つのねらいである「問題解決場面で場合に分けて考えたことを表現することができる。」ことについては、反省点が多かった。最大のポイントは、「a の値の範囲を表現することができない」ことにある。一次不等式が高等学校に移行したことによって、「範囲の概念をもてないまま高等学校に入学している生徒が多い」ということを、教師自身があまり認識していなかったことが大きな要因の１つである。従前の学習指導要領では、小学校で不等号を扱い、中学校で一次不等式を扱っていたが、現在は、中学校で初めて不等号を扱うことになっている。中学校の教科書では、関数の単元で、変域として「$x>3$」といった表現はあるが、それほど深い認識をしていなかったのではないかと想像できる。今後は、高等学校で学ぶ一次不等式の単元で、より一層の指導の充実を図ることが必要である。

今回の取組では、この後学習する二次不等式の際に、範囲を不等号を用いて表現させるなど、範囲、不等式の概念の育成をさらに図った後に、もう一度、本授業を実践することにした。

○追指導とその結果

二次不等式の学習の終了後に、再度コンピュータを用いて同様の授業を実践した。授業では、生徒の発言も多く、活発であった。特に、範囲を不等式で表現することについて学習した直後だったこともあり、aの値の範囲を適切に表現できた生徒が多かった。

また、確認テストの結果も以下のとおりであった。

問 $a>0$ とする。関数 $y=-x^2+6x+1$（$0\leqq x\leqq a$）について、次の問に答えよ。 (1) 最小値を求めよ。 (2) 最大値を求めよ。

(1) 最大値　前回　正答 30.6%　誤答 58.3%　無答 11.1%
　　　　　今回　正答 83.3%　誤答 16.7%　無答 0%

(2) 最小値　前回　正答 33.3%　誤答 52.8%　無答 13.9%
　　　　　今回　正答 80.6%　誤答 13.9%　無答 5.5%

数字からもわかるとおり、場合分けの必要性を認識し、それを表現することができるようになった。授業後の生徒の表情からも自信を読み取ることができた。もちろん、これで、場合分けが必要な問題をすべて解決できたわけではない。関数に文字が含まれた場合や、定義域の両端に文字が含まれた場合については、今後さらに演習していく必要がある。

３．今後の課題

数学の授業の在り方について

従来は、授業の進度の関係もあり、どうしても教師主導の授業が中心であった。問題の解き方を解説し、問、練習によってその内容の定着を図ることが多かった。今回の授業は、できるだけ生徒の発言を促すことに配慮し、そのための発問を準備した。生徒は、意外なほどに多くの考えを発言した。それらを通して、様々な見方や考え方、表現方法をもっていることがわかった。生徒の発言を授業に生かすことは、生徒を主体的に授業に取り組ませる方策の１つとして、とても大切なことである。また、生徒の考え方を生かす授業を進めていく上で重要なことは、教師の忍耐力であることもわかった。一言説明してしまえば、スムーズに流れていくとわかっていても、そこで耐え、あえて生徒の発言を引き出すことが大切である。生徒の「授業に参加したい」、「授業をわかりたい」という気持ちを、授業の中で上手に表現させることが教師には求められるのではないだろうか。

コンピュータの活用について

各教室にコンピュータとプロジェクタが整備されたが、それを活用するまでには至っていなかった。ハードの準備、ソフトの準備の時間を考えると、その一歩が踏み出せないのが現状であった。しかし、黒板とワークシートだけでは限界がある。ワークシートだけでは、「aが整数である」ことから抜け出すことができない生徒がかなりの数になったのではないだろうか。コンピュータは、連続的に変化する様子をイメージさせるためには、どうしても欠かせない教具の１つである。その後の定着にも、大きな影響があると感じた。また、今回の取組では、形式的に最大値、最小値を捉えていた生徒が、関数の値の変化としてとらえることができるようになったことも大きな収穫であった。コンピュータを活用できる場面を十分研究し、取り組んでいく必要がある。

指導に生かす評価の工夫について

授業を進める際に、教師は、「生徒のレディネスはおおよそこんなものだろう。」とか、

「中学校では､このあたりまで学習しているであろう｡」といった､大まかな把握はしている。しかし､実際のところは､教師の思いこみの部分も多く､的確に把握しているとは言い難い。最大値、最小値の問題が解けるということは、関数の値の変化として値域を把握しているであろうと考えていた。しかし、事前テストを通して、最大値、最小値を求める際に、形式的に求めていることが多く、関数の値の変化として捉えていないことがわかった。また、自己評価と確認テストを実施したことによって、評価に基づき指導の方向性を見いだすことができた｡従来､場合分けについては､「ここは難しいから」と教師があきらめていた部分が多く、なぜ定着されないのか、どこに原因があるのかを解明するまでには至っていなかった。自己評価と確認テストを実施することで、場合分けが必要なことは理解できたが、それを表現できるようになるまでには大きな壁があることがわかった。これは、場合分けに限ったことではない。生徒の状況を的確に把握し、それを基に、教材、授業展開を工夫していくことが重要である。

引用・参考文献

・http://hp.vector.co.jp/authors/VA017172/（高機能関数グラフ・図形表示ソフト Function View）

・国立教育政策研究所教育課程研究センター　平成 14 年度高等学校教育課程実施状況調査報告書