

## 事例1 「不等式と範囲」の指導

### 1. 事例の概要

「範囲についての確認テスト（事前）」の結果を参考に、中学校での学習内容を踏まえて次のように指導を展開した。

導入では、数の大小関係を数直線上で確認し、それを不等号を用いて表現させることにした。その際、「 $-2 < 0$ 」と「 $0 > -2$ 」の表現の違いにも言及した。このことは、「 $x > 1$ 」と「 $1 < x$ 」の表現の違いが不明確な生徒に、その違いを把握させるためである。次に、数直線上において、具体的な数をもとにして集合としての範囲の認識を深めさせた。その際、中学校での学習内容を踏まえ、数直線上における「範囲」の表現方法や、不等号の読み方にも触れた。指導の中心となる課題は、「範囲」を言葉で表現すること、数直線上に表現すること、不等式で表現することの3つを関連付けることである。これによって、生徒自身の中で「範囲」がイメージされ、自由に表現できるようになると考えた。

指導の最後に、確認テストを実施し、生徒の理解の状況を確認した。確認テストの問題は、「範囲についての確認テスト（事前）」の問題と同じものとして、指導後の変化が読み取れるようにした。

### 2. 指導の展開

#### (1) 単元「不等式」のねらい・評価規準、学習計画・評価計画

##### ①単元のねらい・評価規準

###### 単元のねらい

不等式の解の意味について扱い、不等式が大小関係についての条件を式に表したものであり、この条件を満たす変数の値の集合が不等式の解であることを理解させる。

###### 単元の評価規準

関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	表現・処理	知識・理解
①数量の関係を不等式で表すことのよさをとらえようとする。 ②具体的な事象の考察に1次不等式を活用しようとする。	①不等号の性質を等号の性質と対比してとらえることができる。 ②1次不等式の解について、数直線と対比したり、いろいろな数値を代入したりして考察することができる。 ③不等式の性質をもとにして、1次不等式の解き方を考察することができる。	①範囲を言葉、数直線、式で表現することができる。 ②数量の関係を1次不等式で表現することができる。 ③不等式の性質をもとにして、1次不等式を解くことができる。 ④1次不等式の解を数直線上に表現することができる。	①範囲の言葉、数直線、式による表現を関連付けて理解している。 ②不等式の中に含まれている文字の意味を理解している。 ③不等式の性質を理解している。 ④1次不等式とその解の意味を理解し、解を求めるための基礎的な知識を身に付けている。

##### ②学習計画・評価計画

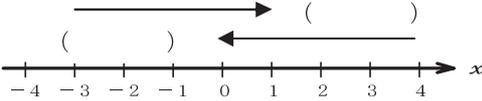
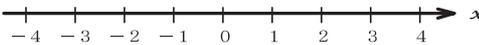
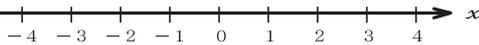
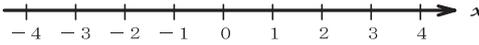
時間	学習活動	評価規準	評価方法
第1時間 (実践例の授業)	<b>&lt;範囲の把握&gt;</b> ・具体的な数を用いて数の大小関係を数直線上で考察し、言葉や不等式を用いて表現する。 ・言葉、数直線、不等式を用いて範囲を表現する。	①、①①、①②	ワークシート、小テストにより理解の状況を把握する。
第2時間	<b>&lt;不等式の性質&gt;</b> ・具体的な数値を用いたり、方程式の性質と対比したりして不等式の性質を考察する。	①①、①③	ワークシート、机間指導から考察の状況を把握する。

時間	学習活動	評価規準	評価方法
第3時間	<p>&lt;1次不等式の解法&gt;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>1次不等式にいろいろな数値を代入することによって、不等式の解の意味を考察する。</li> <li>不等式の性質をもとにして、1次不等式の解法を考察するとともに、その解を数直線上に表す。</li> </ul>	⑫、⑬、⑭ ④、⑭	小テスト、机間指導、発言の様子から取組の状況を把握する。
第4時間	<p>&lt;1次不等式を活用した具体的な事象の考察&gt;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>具体的な事象について、1次不等式を活用して解決し、その解の意味を吟味する。また、1次不等式を活用して解決できる問題を作成する。</li> </ul>	①、②、③	応用課題「問題作り」をレポートとして提出させ、取組の状況を把握する。

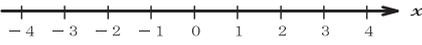
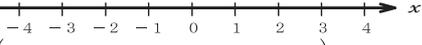
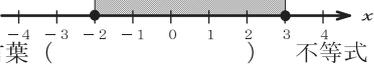
## (2) 授業のねらいと評価方法

本授業のねらいは、「範囲を言葉で表現すること、数直線上に表現すること、不等式で表現することを関連付けて理解することができる。」ことにある。また、評価については、ワークシートの記述内容を確認するとともに、小テストを実施して理解の状況を把握する。

## (3) 授業展開

指導内容	学習活動（課題・発問・活動等）	指導上の留意点
・数の大小関係	<p>○数直線上での数の大小関係の考察</p> <p>数の大小関係の式、言葉による表現</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p><b>課題1（数の大小関係1）</b></p> <p>1 数直線上では、（ ）にある数ほど大きく、（ ）にある数ほど小さい。</p>  <p>2 不等号を用いて表現せよ。</p> <p>(1) -2は0より小さい…（ ）</p> <p>(2) 3は2より大きい…（ ）</p> </div> <p>・不等号の読み方の確認</p> <p>「<math>-2 &lt; 0</math>」…-2小なり0        -2は0より小さい</p> <p>「<math>3 &gt; 2</math>」…3大なり2        3は2より大きい</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p><b>課題2（数の大小関係2）</b></p> <p>次の空欄に、不等号&lt;または&gt;を入れよ。また、大小関係を言葉で表現せよ。</p> <p>1 <math>1 \square 3</math> </p> <p>2 <math>-2 \square -3</math> </p> <p>3 <math>\square &lt; \square</math> </p> </div>	<p>・数直線上の点は右にあるほど大きく、左にあるほど小さいことを確認する。</p> <p>・不等式での表現では、主語となっている数を左辺にすることが予想されるが、小さい数を左辺とすることもあることに触れる。</p> <p>・整数以外の数を考えた生徒がいた場合は、発表させる。</p>



指導内容	学習活動（課題・発問・活動等）	指導上の留意点
<p>・本時のまとめ</p>	<p><b>課題5（範囲3）</b></p> <p>1 不等式 <math>x &gt; 2</math> の表す範囲を、数直線上に表現せよ。また、言葉で表現せよ。</p>  <p>( )</p> <p>2 「<math>x</math> は 2 以下である」という範囲を、数直線上に表現せよ。また、不等式で表現せよ。</p>  <p>( )</p> <p>3 下の数直線上に表された範囲を言葉と不等式で表現せよ。</p>  <p>言葉 ( ) 不等式 ( )</p> <p>・課題5を用いた本時の学習内容の確認。宿題の確認、次時の予告。</p>	

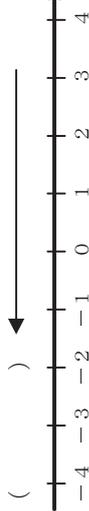
(4) ワークシート

数学ワークシート 範囲と不等式

～数や量の大小関係を言葉、数直線、不等式を使って表してみよう～

課題1 (数の大小関係1)

- 1 数直線上では、( ) がある数ほど大きく、( ) がある数ほど小さい。



- 2 不等号を用いて表現せよ。

- (1)  $-2$  は  $0$  より小さい... ( )  
 (2)  $3$  は  $2$  より大きい ... ( )

課題2 (数の大小関係2)

次の空欄に、不等号 $<$ または $>$ を入れよ。また、大小関係を言葉で表現せよ。

- 1  $1 \square 3$   
  
 2  $-2 \square -3$   
  
 3  $\square < \square$

課題3 (範囲1)

- 1 数直線上で、1より左側にある数を挙げよ。  
 ( )  
 2 数直線上で、1より右側にある数を挙げよ。  
 ( )

○範囲の不等式による表現

- ・不等式による表現 (不等号を用いて)

・数直線上の表現



課題4 (範囲2)

- 1 1より左側、右側にある数を、それぞれ言葉と不等式で表現せよ。また、数直線上に表現せよ。

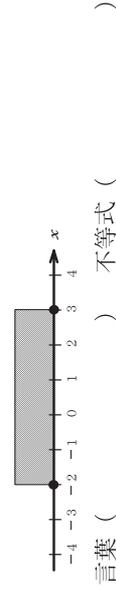
1より左側にある数	言葉	1より右側にある数
	不等式	
	数直線	

- 2 1を含んで1より左側、右側にある数をそれぞれ言葉と不等式で表現せよ。また、数直線上に表現せよ。

1を含んで1より左側にある数	言葉	1を含んで1より右側にある数
	不等式	
	数直線	

課題5 (範囲3)

- 1 不等式  $x > 2$  の表す範囲を、数直線上に表現せよ。また、言葉で表現せよ。  
  
 ( )
- 2 「 $x$ は2以下である」という範囲を、数直線上に表現せよ。また、不等式で表現せよ。  
  
 ( )
- 3 下の数直線上に表された範囲を、言葉と不等式で表現せよ。



### 3. 評価

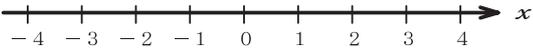
指導の最後に小テストを実施するとともに、誤答の生徒に聞き取り調査を実施し、理解の状況の把握に努めた。

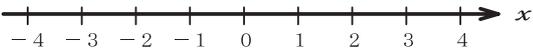
#### (1) 小テストの問題、予想される解答

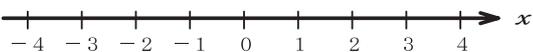
##### ①小テストの問題

**確認テスト（不等式の表す範囲）**

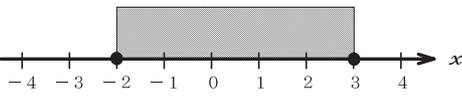
問題1 次の範囲を右の数直線上に図示せよ。

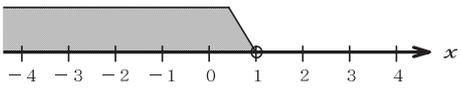
(1)  $x < 3$  

(2)  $0 \leq x \leq 3$  

(3)  $x > -1$  

問題2 次の数直線上に示された範囲を不等式で表現せよ。

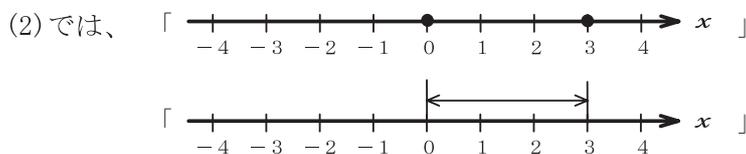
(1) 

(2) 

\*小テストの問題は、問題1(1)を除いて、事前に行った「範囲についての確認テスト」の問題と同じものとした。授業後に、理解の状況がどの程度変化したかを確認する。

##### ②予想される解答

事前に行った「範囲についての確認テスト（事前）」の正答率は、問題1(2)は55.3%、(3)は25.0%、問題2(1)は76.3%、(2)は40.8%であった。その際に、問題1では、以下のような誤答が見られた。



のように、0以上3以下であることは把握しているが、表現方法が未熟であった解答が、38.2%あった。



のように、-1より小さい範囲を図示したものが40.8%あった。

また、問題2(1)では、「 $-2 \leq 0 \leq 3$ 」、 $[-2 < x < 3]$ 、「 $-2 < 3$ 」といった解答が数は多くないが

見られた。問題 2 (2) では、「 $x > 1$ 」など、1 より大きいと考えた解答が 42.1% あった。

授業の中では、範囲の言葉、数直線、式による表現を関連付けるとともに、表現方法も確認するので、このような生徒は大きく減少すると期待できる。

## (2) 小テストの結果 (対象生徒 76 名)

### ① 正答率 (カッコ内は事前テストとの差)

問題 1 (1) 96.1% (2) 90.8% (+35.5) (3) 88.2% (+63.2)

問題 2 (1) 84.2% (+7.9) (2) 81.6% (+40.8)

### ② 主な誤答

問題 1 (2) では、表現方法がまだまだ十分でない生徒が 7 名 (9.2%) 見られたが、範囲の把握については特に問題はないと考えられる。また、問題 1 (3) では、事前テストのように、 $-1$  より小さい範囲を図示した生徒が 8 名 (10.5%) いた。

問題 2 (1) において、間違えた生徒 (12 名) のうちの半数は、「 $x$  は  $-2$  以上で  $3$  以下」というように、言葉で表現した生徒であった。問題 2 (2) では、同じように言葉で表現してしまった生徒もいたが、事前テストと同様に、「 $x > 1$ 」と解答した生徒が 7 名 (9.2%) いた。これらの生徒は、問題 1 (3) の誤答の生徒に含まれる。これらの生徒については、後日、補習を行い再度理解を促した。

### ③ 結果の考察

事前テストの結果と小テストの結果を比較すると、多くの生徒が範囲についての理解を深めつつあることが分かる。特に、「 $x > 1$ 」と「 $1 < x$ 」が同じであることは、範囲を言葉で表現したり、数直線上に表現したりすることを通して実感できたようである。本単元を学習する前は、言葉での表現、数直線上での表現、不等式での表現が関連付けられず、別々のものとしてイメージしていたようである。また、表現方法についても、授業の中で確認することによって明確になり、自信をもって表現することができるようになった。中学校での学習内容が減ったことを十分考慮し、丁寧な指導が大切であることが実感できた。また、範囲については、1 次不等式、関数の定義域・値域、最大値・最小値、2 次不等式等でも扱うことになる。そして、数直線上で考えていたものを、座標平面上で考えるなど、拡張されていくことになる。それぞれの場面で、今回の学習を振り返らせ、範囲の概念をさらに形成させていきたい。