事例Ⅷ　学習課題「熱力学第２法則についての理解を深めよう」

１　ねらい

学習プリントを用いた演習を通して、熱伝導や熱力学の第２法則に関する理解を深めるとともに、論理的思考力、読解力、文章表現力を向上させる。

２　学習プリントごとの目的

学習プリント１「熱と温度」

熱、温度、内部エネルギーという用語の正確な意味を確認させるとともに、熱伝導が高温の物体から低温の物体への向きにしか起きない理由を、原子どうしの衝突から考察させる。熱伝導というマクロな熱現象が、莫大な数の分子原子の衝突というミクロな運動の結果としてもたらされることを簡単な数式を用いて証明させることで、統計力学の考え方につながるような、基礎的な概念を形成しようとするものである。

事例Ⅰ「熱伝導を利用した比熱の測定」、事例Ⅱ「空気中、水中の微粒子が行うブラウン運動」、事例Ⅲ「ペランの方法によるアボガドロ数の測定」と組み合わせて学習することも考えられる。

学習プリント２「熱力学の第２法則」

高等学校の物理の教科書に記載されている基本法則は、ほとんどが数式で表現されているが、熱力学の第２法則は、高等学校の数学では表現が難しいため、数式でなく文章で表現されている。ここでは、第２法則の様々な文章表現のうち、代表的な二つである「トムソンの原理」と「クラウジウスの原理」を取り上げ、命題と論理に関する数学の手法を用いて、この二つの表現が物理学的に同値であることを証明し、熱力学の第２法則に関する理解を深めるとともに、読解力、文章表現力を向上させることを目的とする。

事例Ⅳ「スターリングエンジンの仕組みを利用したおもちゃの製作」と組み合わせて学習することも考えられる。

学習プリント３「熱機関の効率」

熱力学の第２法則を用いて、「カルノーの定理」を証明するとともに、熱機関の最大効率を与える「カルノーサイクル」について、熱力学の第１法則を用いて考察し、熱効率が熱源の温度だけで決まることを理解する。

事例Ⅳ「スターリングエンジンの仕組みを利用したおもちゃの製作」、事例Ⅴ「スターリングクーラーの製作」、事例Ⅵ「ジクロロメタンを用いたヒートポンプモデルの製作」と組み合わせて学習することも考えられる。

学習プリント１　「熱と温度」　　　※*イタリック体* は、解答例を表す。

熱と温度に関する次の文章を読んで、下の（１）から（４）の問いに答えなさい。

物体を構成している原子、分子、イオン等の粒子は、目には見えないが絶えず不規則な運動をしている。この運動は熱運動とよばれ、物体の温度は、①熱運動の激しさの程度を表している。したがって、物体は全体としてのマクロな運動に基づく力学的エネルギーとは別に、構成粒子のミクロな熱運動に基づく力学的エネルギー（運動エネルギー＋粒子間にはたらく力による位置エネルギー）の総和としてのエネルギーをもっており、これを内部エネルギーと呼ぶ。

温度の異なる二つの物体を接触させておくと、接触面において両物体を構成する莫大な数の粒子は弾性衝突を繰り返し、個々の粒子は衝突の際に運動エネルギーの一部または全部を相手に与えたり、相手から与えられたりする。②多くの粒子について、衝突でやりとりするエネルギーを統計的に考察すると、物体全体としては常に、平均運動エネルギーの大きな方の物体から、平均運動エネルギーの小さな方の物体に向かってエネルギーが移動することが分かる。つまり、接触前に高温だった方の物体から低温だった方の物体へとエネルギーが移動し、両物体を構成する粒子の平均運動エネルギーが等しくなったところで、見かけ上、エネルギーの移動が止む。このとき物体間を移動したエネルギーを熱とよぶ。

（１）下線部①熱運動の激しさの程度を、より具体的に表す語を文中から抜き出し、　　　の中に記入しなさい。

平均運動エネルギー

（２）次のＡ、Ｂ、Ｃの文は、いずれも物理学的な意味で誤りを含んでいる。誤りを正した文を、　　　の中に記入しなさい。

Ａ　風邪が原因で、熱が出た。

風邪が原因で、体温が高くなった。

Ｂ　高温の物体は、その物体が低温のときより多くの熱をもっている。

高温の物体は、その物体が低温のときより多くの内部エネルギーをもっている。

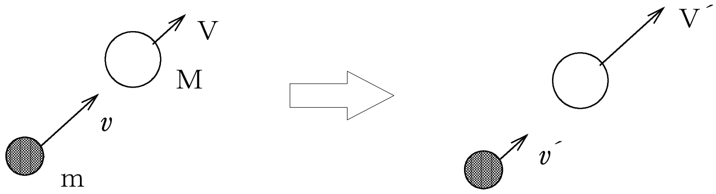
Ｃ　甘い食べ物はカロリーが高い。

甘い食べ物は、化学的エネルギーを多く含んでいる。

（３）下の文章は、下線部②について考察した結果をまとめたものである。文中の空欄に、適切な式または語句を記入しなさい。

温度の異なる二物体が接触しているときの、熱の移動の向きを調べるため、気体と固体が接触している場合の例について考えよう。気体では分子は、ほぼ自由に飛びまわっており、固体の原子はそれぞれのつり合いの位置を中心にして振動している。気体の分子が固体の表面の原子と衝突するとき、エネルギーのやりとりが行われるが、この際、原子が壊れたり、原子内の電子の運動状態が変化したりしないものとすると、衝突の前後で運動エネルギーの和は保存される。計算を単純にするため、気体は単原子分子であるものとし、気体分子及び固体原子の運動は、常に同一直線上で行われる場合に限定して考えることにする。

図のように、気体分子と固体原子の質量をそれぞれm、Mとし、両粒子の衝突前の速度をv、V、衝突後の速度をv'、V'とする。



衝突の前後で、運動量が保存されることを式に表すと、

$$\boxed{mv+MV=mv'+MV'} \quad \cdots①$$

となる。また、運動エネルギーが保存させることを式に表すと、

$$\boxed{\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}MV^2=\frac{1}{2}mv'^2+\frac{1}{2}MV'^2} \quad \cdots②$$

となる。これらの式より、衝突の際、気体分子から固体原子に移動するエネルギーΔKを求めよう。ΔKは気体分子が失う運動エネルギー、または固体原子が得るエネルギーであるから、

$$\triangle K=\frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}mv'^2=\frac{1}{2}MV'^2-\frac{1}{2}MV^2 \quad \cdots③$$

と表せる。したがって、ΔKを求める基本的な方法は、式①、②を解くことによって得られた V'（またはv'）を式③に代入することであるが、ここでは計算をさらに簡単にするため、運動エネルギー保存を表す式②の代わりに、一直線上の弾性衝突では反発係数が 1 であることを表す、次式④を用いることにする。

$$1=\boxed{-\frac{v'-V'}{v-V}} \cdots④$$

①、④を解いて、V' を求めると、

$$V'=\boxed{\frac{2mv+(M-m)V}{m+M}}$$

これを③式に代入して、

$$\triangle K=\boxed{\frac{4mM}{(m+M)^2}\cdot\left(\frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}MV^2+\frac{1}{2}(M-m)vV\right)} \quad \cdots⑤$$

という式が得られる。したがって、ΔKの符号は v、Vの値によって正になったり負になったりすることが分かる。気体分子と固体原子の衝突は、固体表面のいたるところで極めて多数回起こっており、気体分子の速度、固体原子の速度とも、向きや大きさがまちまちであるから、ΔK は正負の様々な値をとると考えられる。そこで、多数の気体分子や固体原子による多数回の衝突について、ΔKの平均値を考えてみることにする。ある量Xの平均値を$\overline{X}$ で表すものとすると、ΔKの平均値 $\overline{\triangle K}$ は、

$$\overline{\triangle K}=\frac{4mM}{(m+M)^2}\cdot\boxed{\left(\frac{1}{2}m\overline{v^2}-\frac{1}{2}M\overline{V^2}+\frac{1}{2}(M-m)\overline{v\cdot V}\right)} \quad \cdots⑥$$

となるが、$\overline{v\cdot V}$の部分に着目してみる。vと V は互いに独立であるから、多数の様々な衝突の中から、仮にv がある特定の値をとる衝突のみを取り出すと、その中には、V が正の場合と負の場合が偏りなく含まれていると考えられるので、$v\cdot V$ の値としても正及び負のものが均等に含まれることにより、$\overline{v\cdot V}=0$ と考えられる。そうすると式⑥は、

$$\overline{\triangle K}=\frac{4mM}{(m+M)^2}\cdot\boxed{\left(\frac{1}{2}m\overline{v^2}-\frac{1}{2}M\overline{V^2}\right)}$$

となり、気体分子の平均運動エネルギーの方が、固体原子の平均運動エネルギーより大きなときには、$\overline{\triangle K}>0$であるが、気体分子の平均運動エネルギーが固体原子の平均運動エネルギーより小さいときには $\overline{\triangle K}<0$ となる。つまり、温度の異なる物体が接しているとき、熱伝導の向きは物質の種類に依存せず、必ず、平均運動エネルギーの大きい方の物体から、平均運動エネルギーの小さい方の物体への向きであることが分かる。

学習プリント２　「熱力学の第２法則」　※*イタリック体* は、解答例を表す。

熱と温度に関する次の文章を読んで、下の（1）、（2）の問いに答えなさい。

エネルギー保存の法則が知られていなかった時代、エネルギーの補給なしに仕事をし続ける機械をつくろうと、多くの人が努力を重ねた。このような機械を第１種の永久機関といい、そんな都合の良い機械をつくることはできないと主張しているのが熱力学の第１法則である。第１種の永久機関が不可能ならば、熱をどれだけ無駄にせず仕事に変換できるかが次の課題となるが、もし、熱を100%仕事に変えるような機械が実現できれば、その便利さは第１種の永久機関に劣らないことが知られており、このような機械は第２種の永久機関とよばれる。なぜなら、通常の熱機関を動かして熱を仕事に変えようとするときには、必ず高温の熱源と低温の熱源が必要となり、高温の熱源から奪った熱の一部を低温の熱源に捨てないと、熱機関を動かし続けることはできないが、もし、熱を全て仕事に変換するような機関があれば、熱を捨てるための低温の熱源が不要となるため、海水から熱を取って航行する船や、大気から熱を吸収して走る自動車が作れるからである。船のスクリューで海水を撹拌したり、自動車がブレーキをかけたりするときに熱が発生するから、地球が寒冷化してしまう心配はない。しかし、実際には熱を全て仕事に変えるような熱機関をつくることは、どうやってもできそうにないことが分かってきた。この、第２種の永久機関が実現不可能であることは、熱力学の第１法則とは別の基本法則であると考えられ、熱力学の第２法則とよばれる。この法則は、他の多くの物理法則と違って数式に表すのが難しく、高等学校の教科書では文章で表現されることが多い。しかも、表現方法が一通りではなく、様々な文章表現が知られており、何ともすっきりしない法則である。以下に示すＡ、Ｂは熱力学の第２法則の代表的な文章表現であり、発見者の名前をとって、それぞれ、トムソンの原理、クラウジウスの原理とよばれる。

Ａ	熱を全て仕事に変え、それ以外に何の痕跡も残さないようにすることは不可能である。	(トムソンの原理)
Ｂ	低温の物体から高温の物体に熱を移動させ、それ以外に何の痕跡も残さないようにすることは不可能である。	(クラウジウスの原理)

Ａについて、何らかの痕跡が残ってよいのなら、熱を全て仕事に変えることは可能である。例えば、気体が等温膨張をするときは、気体は熱を吸収して外部に仕事をするが、内部エネルギーが変化しないことから、熱を全て仕事に変えていることが分かる。ただし、その結果として気体の圧力が減少し、体積が増加するという変化が残ってしまう。

また、Ｂについて、熱の移動の向きが逆で、高温の物体から低温の物体に熱が移動し、それ以外に何の痕跡も残らない現象なら、様々な場面でごく普通に起こっている熱伝導である。また、何らかの痕跡を残してよいのなら、低温の物体から高温の物体に熱を移動させることは可能である。例えば、［　　a　　］ただし、その結果として［　　b　　］という変化が残ってしまう。

それでは次に、Ａ（トムソンの原理）とＢ（クラウジウスの原理）が同値であることを証明してみよう。それには、次の命題①、②を両方とも示すことができればよい。

①「Ａが成立するとき、Ｂが成立する。」　②「Ｂが成立するとき、Ａが成立する。」

ところが、これらを直接証明するのは難しい。そこで、①、②の対偶を証明することにする。

数学で学習したように、ｐ、ｑを条件として、「ｐならばｑである」という命題があるとき、「ｑでなければｐでない」という命題を、もとの命題の対偶といい、ある命題とその対偶は、真偽が一致する。例えば、「$x=2$ならば、$x^2=4$である」という命題と、その対偶である「$x^2\neq4$ならば$x\neq2$である」は論理的に同じことを言っており、いずれも真である。これを利用して、ある命題を証明するのに、その対偶を考えて証明することがある。例えば、「整数ｎの平方が偶数ならば、ｎは偶数である」という命題は、その対偶を考えて次のように証明することができる。

（証明）［　　c　　］

それではいよいよ、A（トムソンの原理）とB（クラウジウスの原理）が同値であることを証明しよう。命題①、②の対偶はそれぞれ、

①’「Bが成立しないとき、Aが成立しない。」　②’「Aが成立しないとき、Bが成立しない。」

である。まず、①’の証明をする。

クラウジウスの原理が成り立たず、低温の物体から高温の物体に熱を移動させ、何の痕跡も残さないような過程Ｐが可能だとする。高温熱源から熱Q_1を吸収し、低温熱源に熱Q_2を捨てることによって仕事Ｗをする熱機関があるとき、過程Ｐによって低温熱源から高温熱源に熱Q_2を移動させれば、結果として、この熱機関は熱Q_1-Q_2を全て仕事Ｗに変え、それ以外に何の痕跡も残さないことになるから、トムソンの原理が成り立たないことになる。次に ②’の証明をする。

トムソンの原理に反する熱機関があったとする。この熱機関が低温熱源から受け取った熱Ｑを全て仕事に変えるとき、その仕事の内容が、例えば、棒で高温熱源の表面を摩擦することであれば、低温熱源の内部エネルギーが減少し、その分、高温熱源の内部エネルギーが増加するから、低温の物体から高温の物体に熱を移動させて何の痕跡も残さなかったことになり、クラウジウスの原理が成り立たないことになる。

以上により、A（トムソンの原理）とB（クラウジウスの原理）は同値であることが証明できた。

（１）文中の空欄ａからｄに当てはまる語、文章、式を次の□の中に記入しなさい。

ａ　*エアコンを利用して、室内から奪った熱を、室内よりも気温の高い室外に移すことが可能である。*

ｂ　*エアコンは電力を消費するため、発電所において、何らかのエネルギーが減少する*

ｃ　*この命題の対偶は、「ｎが奇数ならば、ｎの平方は奇数である」であり、これを証明すればよい。ｎを奇数とし、整数ｋを用いて $n=2k+1$ とおくとn^2は、*

$$
\begin{aligned}
n^2 &= (2k+1)^2 \\
&= 4k^2+4k+1 \\
&= 2(2k^2+2k)+1
\end{aligned}
$$

と表せ、$2k^2+2k$ は整数であるから、n^2は奇数である。したがって、もとの命題「整数ｎの平方が偶数ならば、ｎは偶数である」は真である。

ｄ　*熱Q_1-Q_2*

（２）熱力学の第２法則の表現文章として、Ｃ 摩擦熱の発生は不可逆現象であるという原理がある。この原理がＡ（トムソンの原理）と同値であることを証明しなさい。

①「Ａが成立するときＣが成立する」と②「Ｃが成立するときＡが成立する」の二つを証明する代わりに、それぞれの対偶である、①’「Ｃが成立しないときＡが成立しない」と②’「Ａが成立しないときＣが成立しない」の二つを証明する。まず、①’について、Ｃが成立しないということは、運動していた物体が摩擦で静止し、運動エネルギーの全てが熱になる現象の逆が起こるから、静止した物体が熱を吸収し、その熱を全て運動エネルギーに変えて動き出すため、熱を全て仕事に変え、他に何の変化も残さなかったことになり、Ａが成立しない。また、②’について、Ａが成立しないとき、地面から吸収した熱を全て仕事に変え、その仕事の内容が地面に静止していた物体を水平方向に加速することとすれば、地面を滑っていた物体の運動エネルギーが摩擦によって熱に変わる現象の逆が起こったことになり、Ｃが成立しない。したがって、ＡとＣは同値である。

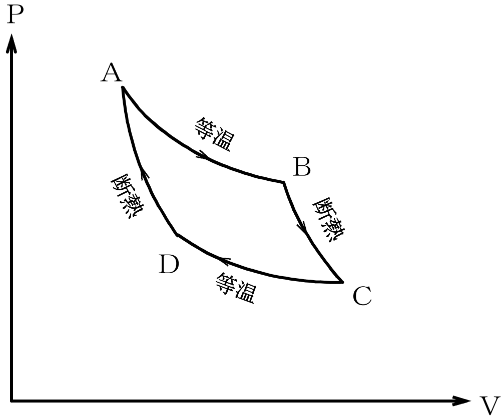
学習プリント３　「熱機関の効率」

※*イタリック体* は、解答例を表す。

熱機関に関する次の文章を読んで、下の（1）、（2）の問いに答えなさい。

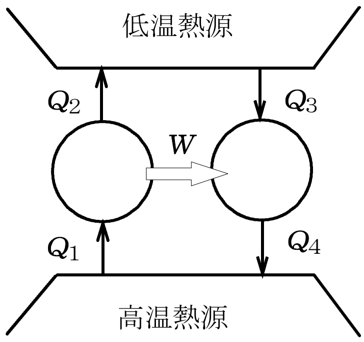
ワットによって実用的な蒸気機関が発明されてから約50年の間、どれだけの仕事が高温の水蒸気から取り出せるかを示す原理は何も分からなかった。また、仕事物質として水蒸気以外に有効なものはないのかという問題についても、科学的に考察された記録は残っていない。これらの問題に対する重要な進歩は、フランス人のサディ・カルノー（Sadi Carnot）によってなされた。カルノーは、1824年に「火の動力及びこの動力を発生させるに適した機関についての考察」と題する論文を発表し、その中で、①「熱機関のうち、最大効率のものは可逆機関であり、あらゆる可逆熱機関の熱効率は作業物質の種類に依らず全て等しいこと」と、②「熱機関の最大効率は、低温熱源と高温熱源の温度のみで決まること」を示した。

図は、カルノーが考えた可逆熱機関の循環過程をＰ－Ｖ図に表したものであり、２つの等温線を２つの断熱線で切ったときの交点をＡ、Ｂ、Ｃ、Ｄとしたとき、これらの点を循環する過程ＡＢＣＤＡはカルノーサイクルと呼ばれる。過程Ａ→Ｂと過程Ｃ→Ｄは等温変化であり、過程Ａ→Ｂは高温熱源と熱平衡を保ちながら膨張する過程を、過程Ｃ→Ｄは、低温熱源と熱平衡を保ちながら圧縮されている過程を示している。いずれの過程も熱源との温度差がなく、不可逆変化が起きることなく、逆行可能である。過程Ｂ→Ｃと過程Ｄ→Ａは、いずれも温度の違う二つの状態を連結する過程であり、熱平衡を保って逆行可能とするため、これらは断熱過程である。



（1）下線部①はカルノーの原理と呼ばれており、次の文章は、熱力学の第２法則を用いたカルノーの原理の証明である。文中の空欄に当てはまる語や数式を記入しなさい。

あらゆる可逆熱機関の熱効率が等しいことを証明するため、背理法を用いる。すなわち、熱効率の異なる熱機関が存在すると矛盾が生じることを示す。



まず、二つの可逆熱機関、機関Ⅰと機関Ⅱがあり、機関Ⅰの熱効率 e_1 は、機関Ⅱの熱効率 e_2 より大きいと仮定する。図のように、これらの熱機関を連結し、機関Ⅰは高温熱源から熱 Q_1 を取り、低温熱源に熱 Q_2 を捨てるときに、機関Ⅱに対して仕事Wをする。一方、機関Ⅱは、逆運転をしている。つまり、機関Ⅰから仕事Wをされて、低温熱源から熱 Q_3 を奪い、高温熱源に熱 Q_4 を捨てるヒートポンプの役目をしているものとする。機関Ⅰの熱効率 e_1 は、Q_1 とWを用いて、

$$e_1 = \boxed{\dfrac{W}{Q_1}}$$

と表せる。また、機関Ⅱの熱効率 e_2 については、機関Ⅱが順方向に運転しているときのことを考えると、高温熱源から熱 Q_4 を奪い、低温熱源に熱 Q_3 を捨てるときに仕事 W をするはずだから、Q_4 と W を用いて、

$$e_2 = \boxed{\dfrac{W}{Q_4}}$$

と表せ、このとき仮定より $e_1 > e_2$ であるから、

$$Q_4 - Q_1 > 0$$

となる。機関Ⅰと機関Ⅱを一体として考えると、これらは外部と仕事のやり取りをせず、低温熱源から熱(Q_3-Q_2)を奪って、高温熱源に熱(Q_4-Q_1)を移動させる働きのみをしており、熱(Q_4-Q_1)が正であるということは、低温部から高温部に熱を移動させ、それ以外に何の痕跡も残さない過程が実現していることになり、熱力学第２法則の表現の一つである、$\boxed{\textit{クラウジウス}}$の原理に反することになる。

もし、機関Ⅰより機関Ⅱの方が熱効率が大きいとしたらどうだろうか。この場合は、機関Ⅰと機関Ⅱの立場を入れ替え、機関Ⅱが機関Ⅰに対して仕事Wをし、機関Ⅰがヒートポンプの役目をすれば、やはり低温部から高温部に熱を移動させ、それ以外に何の痕跡も残さないことになる。したがって、全ての可逆機関の熱効率は、同じ熱源を用いて運転している限り、等しくなければならない。

それでは、可逆機関より熱効率の高い不可逆機関があったらどうだろうか。この場合、図の機関Ⅰを熱効率 e_1 の不可逆機関とし、機関Ⅱを熱効率 e_2 の可逆機関として、 $e_1 > e_2$ を仮定すれば、機関Ⅰ、機関Ⅱとも可逆機関である場合と全く同様な証明ができるから、熱力学第２法則が成立する限り、$\boxed{\textit{不可逆機関}}$の熱効率は$\boxed{\textit{可逆機関}}$の熱効率を超えることはできない。

（２）次の文章は、カルノーサイクルを行う熱機関の熱効率を求める過程を示したものである。文中の空欄に当てはまる数式を記入しなさい。

熱機関の熱効率 e は、１サイクルで高温熱源から吸収する正の熱を Q、１サイクルで外部にする仕事を W とすると、

$$e = \boxed{\frac{W}{Q}}$$

で定義される。

過程A→B、過程B→C、過程C→D、過程D→Aで外部にする仕事をそれぞれ、W_1、W_2、W_3、W_4 とすると、$W = W_1 + W_2 + W_3 + W_4$ である。また、断熱過程では外部との熱のやり取りは行われず、等温過程である過程A→B、過程C→Dで吸収する熱を Q_1、Q_2 とする。過程A→Bについて、熱力学の第１法則を用いると、

$$0 = Q_1 + (-W_1) \quad \therefore Q_1 = W_1$$

同様に、過程C→Dについて、熱力学の第１法則を用いると、

$$0 = Q_2 + (-W_3) \quad \therefore Q_2 = W_3$$

となるが、この過程では気体の体積が減少しているため、外部から正の仕事をされており、

$$W_3 < 0 \text{ より、} Q_2 < 0$$

したがって、熱効率 e は、

$$e = \frac{W_1 + W_2 + W_3 + W_4}{Q_1} = \frac{W_1 + W_2 + W_3 + W_4}{W_1} \quad \cdots①$$

と表される。ここで、この気体を定積モル比熱 C_V、物質量 n の理想気体とし、気体定数を R とする。また、過程A→B、過程C→Dの温度をそれぞれ、T_1、T_2 とすると、

$$W_1 = \int_{V_A}^{V_B} P dV = \int_{V_A}^{V_B} \frac{nRT_1}{V} dV = nRT_1 \log_e \frac{V_B}{V_A}$$

$$W_3 = -\int_{V_C}^{V_D} P dV = -\int_{V_C}^{V_D} \frac{nRT_2}{V} dV = -nRT_2 \log_e \frac{V_D}{V_C}$$

また、過程B→C、過程D→Aについて、熱力学の第１法則を適用し、W_2、W_4 を T_1、T_2 を用いて表すと、

$$W_2 = \boxed{nC_V(T_2 - T_1)}$$

$$W_4 = \boxed{nC_V(T_1 - T_2)}$$

となるから、

$$W_2+W_4=\boxed{0}$$

という関係が成り立つ。これらを、①式に代入すると、

$$e=\boxed{\frac{nRT_1\log_e\frac{V_B}{V_A}-nRT_2\log_e\frac{V_D}{V_C}}{nRT_1\log_e\frac{V_B}{V_A}}=\frac{T_1\log_e\frac{V_B}{V_A}-T_2\log_e\frac{V_D}{V_C}}{T_1\log_e\frac{V_B}{V_A}}}\quad\cdots②$$

となる。また、過程Ａ→Ｂ、過程Ｃ→Ｄは等温変化より、

$$P_AV_A=\boxed{P_BV_B}$$

$$P_CV_C=\boxed{P_DV_D}$$

また、過程Ｂ→Ｃ、過程Ｄ→Ａは断熱過程であり、比熱比をγとすると、$PV^{\gamma}=$（一定）の関係があるから、

$$P_BV_B{}^{\gamma}=\boxed{P_CV_C{}^{\gamma}}$$

$$P_DV_D{}^{\gamma}=\boxed{P_AV_A{}^{\gamma}}$$

これら４式を、辺々かけて整理すると、

$$V_B{}^{\gamma-1}V_D{}^{\gamma-1}=\boxed{V_A{}^{\gamma-1}V_C{}^{\gamma-1}}$$

となり、

$$\frac{V_B}{V_A}=\boxed{\frac{V_C}{V_D}}$$

という関係が得られる。これを②式に代入すると、

$$e=\boxed{\frac{T_1\log_e\frac{V_B}{V_A}-T_2\log_e\frac{V_D}{V_C}}{T_1\log_e\frac{V_B}{V_A}}=\frac{T_1-T_2}{T_1}}$$

となり、熱効率は高温熱源と低温熱源の温度のみで決まり、両熱源の温度差が大きいほど、熱効率は高くなることが分かる。なお、カルノーサイクルは可逆機関のサイクルであり、カルノーの定理より、全ての可逆機関の熱効率は等しく、また非可逆機関のそれより大きくなければならないから、この式はあらゆる熱機関の最大効率を与える。

なお、スターリングエンジンは、高温熱源から熱を取って、その一部を低温熱源に捨てることによって熱を仕事に変える熱機関であるが、逆運転が可能であり、熱平衡をできるだけ乱さないよう工夫することにより、可逆機関に近づけることができる。大きさの割に出力（仕事率）が小さい等の問題があって、現在のところあまり使われていないが、どんな熱源でも利用でき、熱効率も良いことから、環境への負荷の少ない熱機関と考えられており、実用化に向けた今後の改良が期待されている。

高等学校における教科指導の充実
理　科《 物理領域 》
思考力・表現力を高める授業を目指して
［熱力学］

発　行　　平成22年3月
栃木県総合教育センター　研究調査部
〒320-0002　栃木県宇都宮市瓦谷町1070
TEL 028-665-7204　　FAX 028-665-7303
URL http://www.tochigi-edu.ed.jp/center/