

問題のタイトル一覧

2 次関数

2015	センター試験	数ⅠA
2016	センター試験	数ⅠA
2017	センター試験	数ⅠA
2018	センター試験	数ⅠA
2019	センター試験	数ⅠA
2020	センター試験	数ⅠA
2021	共通テスト	数ⅠA
2022	共通テスト	数ⅠA

問題221 第1問(必答問題) (配点 20)

(15 センター試験 数I A)

解答

2次関数

$$y = -x^2 + 2x + 2 \quad \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

のグラフの頂点の座標は (,) である。また

$$y = f(x)$$

は x の2次関数で、そのグラフは、 $\textcircled{1}$ のグラフを x 軸方向に p , y 軸方向に q だけ平行移動したものであるとする。

- (1) 下の , には、次の $\textcircled{0} \sim \textcircled{4}$ のうちから当てはまるものを一つずつ選べ。
ただし、同じものを繰り返し選んでもよい。

$\textcircled{0} > \quad \textcircled{1} < \quad \textcircled{2} \geq \quad \textcircled{3} \leq \quad \textcircled{4} \neq$

$2 \leq x \leq 4$ における $f(x)$ の最大値が $f(2)$ になるような p の値の範囲は

$$p \quad \text{} \quad \text{$$

であり、最小値が $f(2)$ になるような p の値の範囲は

$$p \quad \text{} \quad \text{$$

である。

- (2) 2次不等式 $f(x) > 0$ の解が $-2 < x < 3$ になるのは

$$p = \frac{\text{}}{\text{}} , \quad q = \frac{\text{}}{\text{}}$$

のときである。

解説

$$y = -x^2 + 2x + 2 = -(x-1)^2 + 3 \quad \text{より、頂点の座標は (1, 3)}$$

- (1) $f(x) = -(x-p-1)^2 + q + 3$ であり、 $y = f(x)$ の頂点の座標は $(p+1, q+3)$ であるから、 $2 \leq x \leq 4$ において、

$$f(x) \text{ の最大値が } f(2) \text{ である条件は、 } p+1 \leq 2 \text{ より、 } p \leq 1$$

$$f(x) \text{ の最小値が } f(2) \text{ である条件は、 } p+1 \geq 3 \text{ より、 } p \geq 2$$

- (2) $f(x) > 0$ より、 $(x-p-1)^2 - q - 3 < 0$

$$x^2 - 2(p+1)x + (p+1)^2 - q - 3 < 0$$

これが $(x+2)(x-3) < 0$ つまり、 $x^2 - x - 6 < 0$ と同じなので、

$$2(p+1) = 1, \quad (p+1)^2 - q - 3 = -6$$

$$\text{よって、 } p = -\frac{1}{2}, \quad q = \frac{13}{4}$$

[問題221→](#)

問題222 第1問（必答問題）の一部（配点 10）

（16 センター試験 数ⅠA）

解答〔3〕 a を1以上の定数とし、 x についての連立不等式

$$\begin{cases} x^2 + (20 - a^2)x - 20a^2 \leq 0 & \dots\dots\dots ① \\ x^2 + 4ax \geq 0 & \dots\dots\dots ② \end{cases}$$

を考える。このとき、不等式① の解は $-20 \leq x \leq a^2$ である。また、
 不等式② の解は $x \leq -4a$, $0 \leq x$ である。

この連立不等式を満たす負の実数が存在するような a の値の範囲は

$$1 \leq a \leq 5$$

である。

解説〔3〕 ① より、 $(x+20)(x-a^2) \leq 0$ よって、 $-20 \leq x \leq a^2$

② より、 $x(x+4a) \geq 0$ よって、 $x \leq -4a$, $0 \leq x$

この連立不等式を満たす負の実数が存在する場合、

$-20 \leq x \leq -4a$ であるから、1以上の定数 a の値の範囲は

$$1 \leq a \leq 5$$

[問題222→](#)

問題223 第1問（必答問題）の一部（配点 10）

（17 センター試験 数ⅠA）

解答〔3〕 a を定数とし、 $g(x) = x^2 - 2(3a^2 + 5a)x + 18a^4 + 30a^3 + 49a^2 + 16$ とおく。2次関数 $y = g(x)$ のグラフの頂点は

$$\left(\boxed{3}a^2 + \boxed{5}a, \boxed{9}a^4 + \boxed{24}a^2 + \boxed{16} \right)$$

である。

 a が実数全体を動くとき、頂点の x 座標の最小値は $-\frac{\boxed{25}}{\boxed{12}}$ である。次に、 $t = a^2$ とおくと、頂点の y 座標は

$$\boxed{9}t^2 + \boxed{24}t + \boxed{16}$$

と表せる。したがって、 a が実数全体を動くとき、頂点の y 座標の最小値は $\boxed{16}$ である。**解説**〔3〕 $g(x) = x^2 - 2(3a^2 + 5a)x + 18a^4 + 30a^3 + 49a^2 + 16$

$$= \{x - (3a^2 + 5a)\}^2 - (3a^2 + 5a)^2 + 18a^4 + 30a^3 + 49a^2 + 16$$

$$= \{x - (3a^2 + 5a)\}^2 - (9a^4 + 30a^3 + 25a^2) + 18a^4 + 30a^3 + 49a^2 + 16$$

$$= \{x - (3a^2 + 5a)\}^2 + 9a^4 + 24a^2 + 16 \quad \text{より,}$$

2次関数 $y = g(x)$ のグラフの頂点は、 $(3a^2 + 5a, 9a^4 + 24a^2 + 16)$

$$3a^2 + 5a = 3\left(a^2 + \frac{5}{3}a\right) = 3\left\{\left(a + \frac{5}{6}\right)^2 - \frac{25}{36}\right\} = 3\left(a + \frac{5}{6}\right)^2 - \frac{25}{12} \quad \text{であるから,}$$

頂点の x 座標の最小値は $-\frac{25}{12}$ 次に、 $t = a^2$ とおくと、頂点の y 座標は

$$9t^2 + 24t + 16 = (3t + 4)^2 \quad \text{であるから, 頂点の } y \text{ 座標の最小値は}$$

 $a = 0$ のとき、最小値 16 [問題223→](#)

問題224 第1問（必答問題）の一部（配点 10）

（18 センター試験 数ⅠA）

解答〔3〕 a を正の定数とし

$$f(x) = ax^2 - 2(a+3)x - 3a + 21$$

とする。2次関数 $y = f(x)$ のグラフの頂点の x 座標を p とおくと

$$p = \boxed{1} + \frac{\boxed{3}}{a} \quad \text{である。}$$

 $0 \leq x \leq 4$ における関数 $y = f(x)$ の最小値が $f(4)$ となるような a の値の範囲は

$$0 < a \leq \boxed{1} \quad \text{である。}$$

また、 $0 \leq x \leq 4$ における関数 $y = f(x)$ の最小値が $f(p)$ となるような a の値の範囲は

$$\boxed{1} \leq a \quad \text{である。}$$

したがって、 $0 \leq x \leq 4$ における関数 $y = f(x)$ の最小値が 1 であるのは

$$a = \frac{\boxed{4}}{\boxed{5}} \quad \text{または} \quad a = \frac{\boxed{7} + \sqrt{\boxed{13}}}{\boxed{4}}$$

のときである。

解説〔3〕 $f(x) = ax^2 - 2(a+3)x - 3a + 21$

$$\begin{aligned} &= a \left(x^2 - 2 \cdot \frac{a+3}{a} x \right) - 3a + 21 = a \left\{ \left(x - \frac{a+3}{a} \right)^2 - \left(\frac{a+3}{a} \right)^2 \right\} - 3a + 21 \\ &= a \left(x - \frac{a+3}{a} \right)^2 - \frac{(a+3)^2}{a} - 3a + 21 \quad \text{より,} \end{aligned}$$

2次関数 $y = f(x)$ のグラフの頂点の x 座標は、 $p = 1 + \frac{3}{a}$ $0 \leq x \leq 4$ における関数 $y = f(x)$ の最小値が $f(4)$ となるとき、

$$p = 1 + \frac{3}{a} \geq 4 \quad \text{より,} \quad \frac{3}{a} \geq 3 \quad \text{よって,} \quad 0 < a \leq 1$$

 $0 \leq x \leq 4$ における関数 $y = f(x)$ の最小値が $f(p)$ となるとき、

$$0 \leq 1 + \frac{3}{a} \leq 4 \quad \text{より,} \quad 0 < \frac{3}{a} \leq 3 \quad \text{よって,} \quad 1 \leq a$$

$$\cdot 0 < a \leq 1 \quad \text{のとき,} \quad f(4) = 5a - 3 = 1 \quad \text{とおくと,} \quad a = \frac{4}{5}$$

$$\cdot 1 \leq a \quad \text{のとき,} \quad f(p) = -\frac{(a+3)^2}{a} - 3a + 21 = 1 \quad \text{とおくと,} \quad \frac{(a+3)^2}{a} = -3a + 20$$

$$a^2 + 6a + 9 = -3a^2 + 20a \quad 4a^2 - 14a + 9 = 0 \quad \text{を解いて,}$$

$$1 \leq a \quad \text{より,} \quad a = \frac{7 + \sqrt{13}}{4}$$

[問題224→](#)

問題225 第1問(必答問題)の一部(配点 10)

(19 センター試験 数I A)

解答 [3] a と b はともに正の実数とする。 x の2次関数

$$y = x^2 + (2a - b)x + a^2 + 1$$

のグラフを G とする。(1) グラフ G の頂点の座標は

$$\left[\frac{b}{2} - a, -\frac{b^2}{4} + ab + \boxed{1} \right]$$

である。

(2) グラフ G が点 $(-1, 6)$ を通るとき、 b のとり得る値の最大値は $\boxed{5}$ であり、そのときの a の値は $\boxed{1}$ である。

$b = \boxed{5}$, $a = \boxed{1}$ のとき、グラフ G は2次関数 $y = x^2$ のグラフを
 x 軸方向に $\frac{\boxed{3}}{\boxed{2}}$, y 軸方向に $\frac{\boxed{-1}}{\boxed{4}}$ だけ平行移動したものである。

解説 [3] $y = x^2 + (2a - b)x + a^2 + 1 = \left\{ x - \left(\frac{b}{2} - a \right) \right\}^2 - \left(\frac{b}{2} - a \right)^2 + a^2 + 1$
 $= \left\{ x - \left(\frac{b}{2} - a \right) \right\}^2 - \left(\frac{b^2}{4} - ab + a^2 \right) + a^2 + 1 = \left\{ x - \left(\frac{b}{2} - a \right) \right\}^2 - \frac{b^2}{4} + ab + 1$ より、

(1) 頂点は $\left(\frac{b}{2} - a, -\frac{b^2}{4} + ab + 1 \right)$

(2) $x = -1$, $y = 6$ を $y = x^2 + (2a - b)x + a^2 + 1$ に代入して、

$$6 = 1 - (2a - b) + a^2 + 1 \quad \text{より、}$$

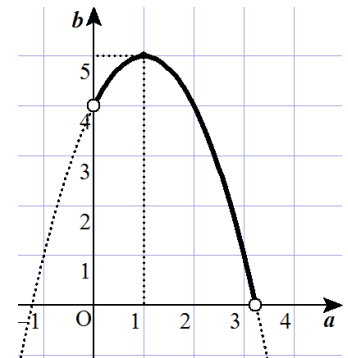
$$b = -a^2 + 2a + 4 = -(a - 1)^2 + 5$$

 $a > 0$ であるから、右のグラフより、 $0 < b \leq 5$ よって、 b の最大値は5で、そのときの a の値は1

$$\text{このとき、} y = x^2 - 3x + 2 = \left(x - \frac{3}{2} \right)^2 - \frac{9}{4} + 2 = \left(x - \frac{3}{2} \right)^2 - \frac{1}{4}$$

よって、グラフ G は2次関数 $y = x^2$ のグラフを

x 軸方向に $\frac{3}{2}$, y 軸方向に $-\frac{1}{4}$ 平行移動したものである。



問題225→

問題226 第1問(必答問題)の一部(配点 22)

(20 センター試験 数I A)

解答 [1] a を定数とする。(1) 直線 $l: y = (a^2 - 2a - 8)x + a$ の傾きが負になるのは、 a の値の範囲が

$$\boxed{-2} < a < \boxed{4}$$

のときである。

(2) $a^2 - 2a - 8 \neq 0$ とし、(1) の直線 l と x 軸との交点の x 座標を b とする。 $a > 0$ の場合、 $b > 0$ となるのは $\boxed{0} < a < \boxed{4}$ のときである。 $a \leq 0$ の場合、 $b > 0$ となるのは $a < \boxed{-2}$ のときである。また、 $a = \sqrt{3}$ のとき

$$b = \frac{\boxed{5}\sqrt{\boxed{3}} - \boxed{6}}{\boxed{13}} \text{ である。}$$

[3] c を定数とする。2次関数 $y = x^2$ のグラフを、2点 $(c, 0)$, $(c+4, 0)$ を通るように平行移動して得られるグラフを G とする。(1) G をグラフにもつ2次関数は、 c を用いて

$$y = x^2 - 2(c + \boxed{2})x + c(c + \boxed{4})$$

と表せる。

2点 $(3, 0)$, $(3, -3)$ を両端とする線分と G が共有点をもつような c の値の範囲は

$$-\boxed{1} \leq c \leq \boxed{0}, \quad \boxed{2} \leq c \leq \boxed{3}$$

である。

(2) $\boxed{2} \leq c \leq \boxed{3}$ の場合を考える。 G が点 $(3, -1)$ を通るとき、 G は2次関数 $y = x^2$ のグラフを x 軸方向に $\boxed{3} + \sqrt{\boxed{3}}$, y 軸方向に $\boxed{-4}$ だけ平行移動したものである。また、このとき G と y 軸との交点の y 座標は

$$\boxed{8} + \boxed{6}\sqrt{\boxed{3}} \text{ である。}$$

解説 1 $a^2 - 2a - 8 = (a+2)(a-4) < 0$ より、 $-2 < a < 4$ (2) 直線 $l: y = (a^2 - 2a - 8)x + a$ において、 $x = b$, $y = 0$ とおくと、

$$b = -\frac{a}{a^2 - 2a - 8} \text{ より、} b > 0 \text{ となるのは}$$

・ $a > 0$ の場合、 $a^2 - 2a - 8 < 0$ より、 $0 < a < 4$ ・ $a < 0$ の場合、 $a^2 - 2a - 8 > 0$ より、 $a < -2$ また、 $a = \sqrt{3}$ のとき

$$b = -\frac{\sqrt{3}}{3 - 2\sqrt{3} - 8} = \frac{\sqrt{3}}{5 + 2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}(5 - 2\sqrt{3})}{25 - 12} = \frac{5\sqrt{3} - 6}{13}$$

解説 [3] Gをグラフにもつ2次関数は、

$$(1) \quad y = (x-c)\{x-(c+4)\} = x^2 - 2(c+2)x + c(c+4)$$

この関数において、 $x = 3$ のとき、

$$y = 9 - 6(c+2) + c(c+4) = c^2 - 2c - 3 \quad \text{であるから、}$$

2点 $(3, 0)$, $(3, -3)$ を両端とする線分とGが
共有点をもつためには、 $-3 \leq c^2 - 2c - 3 \leq 0$

$$\cdot \quad -3 \leq c^2 - 2c - 3 \quad \text{より、} \quad c^2 - 2c \geq 0$$

よって、 $c \leq 0$, $c \geq 2$ …………… ①

$$\cdot \quad c^2 - 2c - 3 \leq 0 \quad \text{より、} \quad (c+1)(c-3) \leq 0$$

よって、 $-1 \leq c \leq 3$ …………… ②

①, ② より、 $-1 \leq c \leq 0$, $2 \leq c \leq 3$

(2) Gが点 $(3, -1)$ を通るとき、 $c^2 - 2c - 3 = -1$ より、

$$c^2 - 2c - 2 = 0 \quad \text{であり、} \quad 2 \leq c \leq 3 \quad \text{のとき、} \quad c = 1 + \sqrt{3}$$

$$G : y = x^2 - 2(c+2)x + c(c+4) = \{x - (c+2)\}^2 - (c+2)^2 + c(c+4)$$

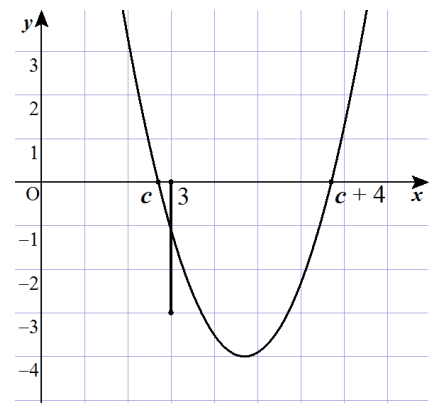
$$= \{x - (c+2)\}^2 - (c^2 + 4c + 4) + (c^2 + 4c)$$

$$= \{x - (c+2)\}^2 - 4 \quad \text{より、}$$

Gは2次関数 $y = x^2$ のグラフを x 軸方向に $3 + \sqrt{3}$, y 軸方向に -4

平行移動したものである。また、このとき Gの y 切片は、

$$y = c(c+4) = (1 + \sqrt{3})(5 + \sqrt{3}) = 8 + 6\sqrt{3}$$



[問題 2 2 6](#) →

問題2.2.7 第1問(必答問題)の一部(配点 10)

(21 共通テスト 数I A)

解答 [1] c を正の整数とする。 x の2次方程式

$$2x^2 + (4c-3)x + 2c^2 - c - 11 = 0 \quad \cdots \cdots \cdots \textcircled{1}$$

について考える。

(1) $c = 1$ のとき、 $\textcircled{1}$ の左辺を因数分解すると

$$(\boxed{2}x + \boxed{5})(x - \boxed{2})$$

であるから、 $\textcircled{1}$ の解は

$$x = -\frac{\boxed{5}}{\boxed{2}}, \quad \boxed{2} \quad \text{である。}$$

(2) $c = 2$ のとき、 $\textcircled{1}$ の解は

$$x = \frac{-\boxed{5} \pm \sqrt{\boxed{65}}}{\boxed{4}}$$

であり、大きい方の解を α とすると

$$\frac{5}{\alpha} = \frac{\boxed{5} + \sqrt{\boxed{65}}}{\boxed{2}}$$

である。また、 $m < \frac{5}{\alpha} < m+1$ を満たす整数 m は $\boxed{6}$ である。(3) 太郎さんと花子さんは、 $\textcircled{1}$ の解について考察している。

太郎： $\textcircled{1}$ の解は c の値によって、ともに有理数である場合もあれば、ともに無理数である場合もあるね。 c がどのような値のときに、解は有理数になるのかな。

花子：2次方程式の解の公式の根号の中に着目すればいいんじゃないかな。

 $\textcircled{1}$ の解が異なる二つの有理数であるような正の整数 c の個数は $\boxed{3}$ 個である。**解説** [1] $2x^2 + (4c-3)x + 2c^2 - c - 11 = 0 \quad \cdots \cdots \cdots \textcircled{1}$ について、(1) $c = 1$ のとき、 $2x^2 + (4c-3)x + 2c^2 - c - 11 = 2x^2 + x - 10 = (2x+5)(x-2)$ より、

$$\textcircled{1} \text{ の解は、} x = -\frac{5}{2}, \quad 2$$

(2) $c = 2$ のとき、 $2x^2 + (4c-3)x + 2c^2 - c - 11 = 2x^2 + 5x - 5$ より、

$$\textcircled{1} \text{ の解は、} x = \frac{-5 \pm \sqrt{65}}{4} \quad \text{であり、} \quad \alpha = \frac{-5 + \sqrt{65}}{4} \quad \text{とおくと、}$$

$$\frac{5}{\alpha} = \frac{20}{\sqrt{65}-5} = \frac{20(\sqrt{65}+5)}{65-25} = \frac{5+\sqrt{65}}{2}$$

解説

また、 $8 < \sqrt{65} < 9$ より、

$$6 < \frac{5 + \sqrt{65}}{2} < 7 \quad \text{であるから、} m = 6$$

(3) $2x^2 + (4c - 3)x + 2c^2 - c - 11 = 0$ ① を解くと、

$$x = \frac{-(4c - 3) \pm \sqrt{(4c - 3)^2 - 8(2c^2 - c - 11)}}{4} = \frac{-(4c - 3) \pm \sqrt{-16c + 97}}{4} \quad \text{より、}$$

$-16c + 97 \geq 0$ であり、 $-16c + 97$ が平方数であればよい。

$-16c + 97 \geq 0$ より、 $1 \leq c \leq 6$ であり、

- ・ $c = 1$ のとき、① の解は有理数
 - ・ $c = 2$ のとき、① の解は無理数
 - ・ $c = 3$ のとき、 $-16c + 97 = 49$ より、① の解は有理数
 - ・ $c = 4$ のとき、 $-16c + 97 = 33$ より、① の解は無理数
 - ・ $c = 5$ のとき、 $-16c + 97 = 17$ より、① の解は無理数
 - ・ $c = 6$ のとき、 $-16c + 97 = 1$ より、① の解は有理数
- よって、正の整数 c の個数は 3 個

[問題 227](#) →

問題228 第2問(必答問題)の一部(配点 15)

(22 共通テスト 数ⅠA)

解答 [1] p, q を実数とする。

花子さんと太郎さんは、次の二つの2次方程式について考えている。

$$x^2 + px + q = 0 \quad \cdots \cdots \cdots \text{①}$$

$$x^2 + qx + p = 0 \quad \cdots \cdots \cdots \text{②}$$

① または ② を満たす実数 x の個数を n とおく。(1) $p = 4, q = -4$ のとき, $n = \boxed{3}$ である。また, $p = 1, q = -2$ のとき, $n = \boxed{2}$ である。(2) $p = -6$ のとき, $n = 3$ になる場合を考える。花子：例えば、① と② をともに満たす実数 x があるときは $n = 3$ になりそうだね。太郎：それを α としたら, $\alpha^2 - 6\alpha + q = 0$ と $\alpha^2 + q\alpha - 6 = 0$ が成り立つよ。花子：なるほど。それならば, α^2 を消去すれば, α の値が求められそうだね。太郎：確かに α の値が求まるけど, 実際に $n = 3$ になっているかどうかの確認が必要だね。花子：これ以外にも $n = 3$ となる場合がありそうだね。 $n = 3$ となる q の値は

$$q = \boxed{5}, \boxed{9}$$

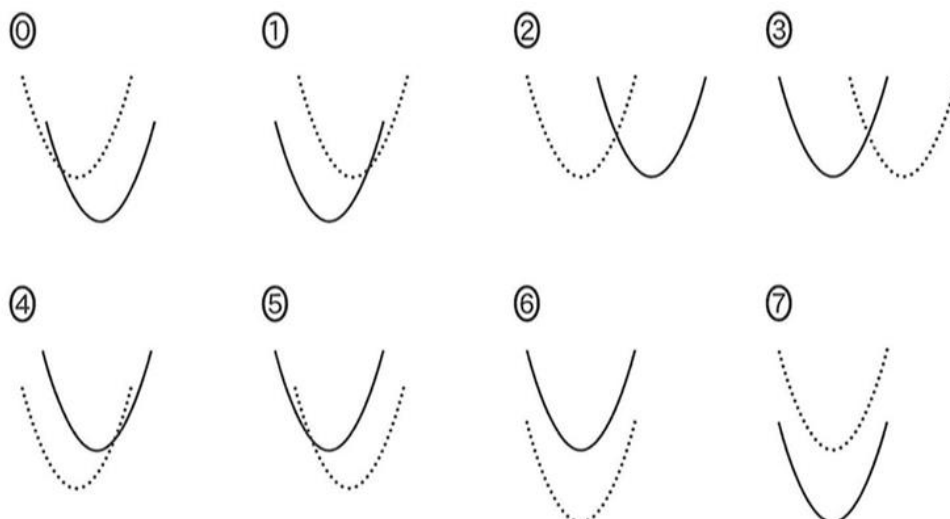
である。ただし, $\boxed{\text{ウ}} < \boxed{\text{エ}}$ とする。(3) 花子さんと太郎さんは、グラフ表示ソフトを用いて、①, ② の左辺を y とおいた2次関数 $y = x^2 + px + q$ と $y = x^2 + qx + p$ のグラフの動きを考えている。 $p = -6$ に固定したまま, q の値だけを変化させる。

$$y = x^2 - 6x + q \quad \cdots \cdots \cdots \text{③}$$

$$y = x^2 + qx - 6 \quad \cdots \cdots \cdots \text{④}$$

の二つのグラフについて, $q = 1$ のときのグラフを点線で, q の値を1から増加させたときのグラフを実線でそれぞれ表す。このとき, ③ のグラフの移動の様子を示すと $\boxed{6}$ となり, ④ のグラフの移動の様子を示すと $\boxed{1}$ となる、

$\boxed{\text{オ}}, \boxed{\text{カ}}$ については, 最も適当なものを, 次の ⑩～⑰ のうちから一つずつ選べ。ただし, 同じものを繰り返し選んでもよい。なお, x 軸と y 軸は省略しているが, x 軸は右方向, y 軸は上方向がそれぞれ正の方向である。



(4) $\boxed{5} < q < \boxed{9}$ とする。全体集合 U を実数全体の集合とし、 U の部分集合 A , B を

$$A = \{x \mid x^2 - 6x + q < 0\}$$

$$B = \{x \mid x^2 + qx - 6 < 0\}$$

とする。 U の部分集合 X に対し、 X の補集合を $\overline{X}$ と表す。このとき、次のことが成り立つ。

・ $x \in A$ は $x \in B$ であるための $\boxed{3}$ 。

・ $x \in B$ は $x \in \overline{A}$ であるための $\boxed{1}$ 。

$\boxed{\text{キ}}$, $\boxed{\text{ク}}$ の解答群 (同じものを繰り返し選んでもよい。)

- ① 必要条件であるが、十分条件ではない
 ② 十分条件であるが、必要条件ではない
 ③ 必要十分条件である
 ④ 必要条件でも十分条件でもない

解説 (1) $p = 4$, $q = -4$ のとき, $x^2 + 4x - 4 = 0$ の解は2個あり, $x \neq 2$, $x^2 - 4x + 4 = 0$ の解は $x = 2$ よって, $n = 3$

$p = 1$, $q = -2$ のとき, $x^2 + x - 2 = 0$ の解は $x = -2, 1$, $x^2 - 2x + 1 = 0$ の解は $x = 1$ よって, $n = 2$

(2) $p = -6$, $x = \alpha$ のとき,

① は, $\alpha^2 - 6\alpha + q = 0$ ①'

② は, $\alpha^2 + q\alpha - 6 = 0$ ②'

②' - ①' より, $(q+6)\alpha - (q+6) = 0$

解説

$$(q+6)(\alpha-1)=0$$

$q=-6$ のとき、① と② は、同じ2次方程式になるので、 $n=2$ より不適。

$\alpha=1$ のとき、①' より、 $q=5$

$q=5$ のとき、 $x^2-6x+5=0$ の解は $x=1, 5$ 、 $x^2+5x-6=0$ の解は $x=-6, 1$

よって、 $n=3$ より、適する。また、

$q=9$ のとき、 $x^2-6x+9=0$ の解は $x=3$ 、 $x^2+9x-6=0$ の解は2個あり、 $x \neq 3$

よって、 $n=3$ より、適する。

したがって、 $q=5, 9$

(3) $y=x^2-6x+q$ ③ のグラフにおいて、

q の値を1から増加させると、グラフは上方向に移動する。よって、⑥

$y=x^2+qx-6$ ④ のグラフにおいて、

q の値を1から増加させると、 $y=\left(x+\frac{q}{2}\right)^2-\frac{q^2}{4}-6$ より、頂点 $\left(-\frac{q}{2}, -\frac{q^2}{4}-6\right)$

であるから、グラフの頂点は左下方向に移動する。よって、①

(4) $q=5$ のとき、 $A=\{x|1<x<5\}$ 、 $B=\{x|-6<x<1\}$

$q=9$ のとき、 $A=\phi$ 、 $B=\{x|\beta<x<\gamma\}$ であり、

$f(x)=x^2+qx-6$ において、 $f(1)=q-5$ より、

$5<q<9$ のとき、 $f(1)>0$ すなわち、 $\gamma<1$

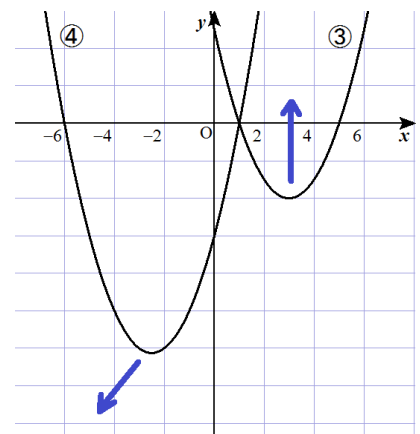
よって、このとき、 $A \cap B = \phi$ であるから、

・ $x \in A$ は $x \in B$ であるための

③ 必要条件でも十分条件でもない

・ $x \in B$ は $x \in \overline{A}$ であるための

① 十分条件であるが、必要条件ではない



[問題 2 2 8](#) →

問 題 編

問題 2 2 1 第1問（必答問題）（配点 20）

（15 センター試験 数ⅠA）

問題

2次関数

$$y = -x^2 + 2x + 2 \quad \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

のグラフの頂点の座標は（, ）である。また

$$y = f(x)$$

は x の2次関数で、そのグラフは、 $\textcircled{1}$ のグラフを x 軸方向に p 、 y 軸方向に q だけ平行移動したものであるとする。

（1）下の, には、次の $\textcircled{0} \sim \textcircled{4}$ のうちから当てはまるものを一つずつ選べ。

ただし、同じものを繰り返し選んでもよい。

$\textcircled{0} > \quad \textcircled{1} < \quad \textcircled{2} \geq \quad \textcircled{3} \leq \quad \textcircled{4} \neq$

$2 \leq x \leq 4$ における $f(x)$ の最大値が $f(2)$ になるような p の値の範囲は

$$p \quad \text{} \quad \text{$$

であり、最小値が $f(2)$ になるような p の値の範囲は

$$p \quad \text{} \quad \text{$$

である。

（2）2次不等式 $f(x) > 0$ の解が $-2 < x < 3$ になるのは

$$p = \frac{\text{}}{\text{}}, \quad q = \frac{\text{}}{\text{$$

のときである。

[問題 2 2 1 →](#)

問題222 第1問（必答問題）の一部（配点 10）

（16 センター試験 数ⅠA）

問題〔3〕 a を1以上の定数とし、 x についての連立不等式

$$\begin{cases} x^2 + (20 - a^2)x - 20a^2 \leq 0 & \cdots \cdots \cdots \textcircled{1} \\ x^2 + 4ax \geq 0 & \cdots \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

を考える。このとき、不等式①の解は $\boxed{\text{チツテ}} \leq x \leq a^2$ である。また、
不等式②の解は $x \leq \boxed{\text{トナ}}a$ ， $\boxed{\text{ニ}} \leq x$ である。

この連立不等式を満たす負の実数が存在するような a の値の範囲は

$$1 \leq a \quad \boxed{\text{ヌ}}$$

である。

[問題222](#) →

問題223 第1問（必答問題）の一部（配点 10）

（17 センター試験 数ⅠA）

問題〔3〕 a を定数とし、 $g(x) = x^2 - 2(3a^2 + 5a)x + 18a^4 + 30a^3 + 49a^2 + 16$ とおく。

2次関数 $y = g(x)$ のグラフの頂点は

$$(\boxed{\text{セ}}a^2 + \boxed{\text{ソ}}a, \boxed{\text{タ}}a^4 + \boxed{\text{チツ}}a^2 + \boxed{\text{テト}})$$

である。

a が実数全体を動くとき、頂点の x 座標の最小値は $-\frac{\boxed{\text{ナニ}}}{\boxed{\text{ヌネ}}}$ である。

次に、 $t = a^2$ とおくと、頂点の y 座標は

$$\boxed{\text{タ}}t^2 + \boxed{\text{チツ}}t + \boxed{\text{テト}}$$

と表せる。したがって、 a が実数全体を動くとき、頂点の y 座標の最小値は

$\boxed{\text{ノハ}}$ である。

[問題223→](#)

問題224 第1問（必答問題）の一部（配点 10）

（18 センター試験 数ⅠA）

問題〔3〕 a を正の定数とし

$$f(x) = ax^2 - 2(a+3)x - 3a + 21$$

とする。2次関数 $y = f(x)$ のグラフの頂点の x 座標を p とおくと

$$p = \boxed{\text{サ}} + \frac{\boxed{\text{シ}}}{a} \quad \text{である。}$$

 $0 \leq x \leq 4$ における関数 $y = f(x)$ の最小値が $f(4)$ となるような a の値の範囲は

$$0 < a \leq \boxed{\text{ス}} \quad \text{である。}$$

また、 $0 \leq x \leq 4$ における関数 $y = f(x)$ の最小値が $f(p)$ となるような a の値の範囲は

$$\boxed{\text{セ}} \leq a \quad \text{である。}$$

したがって、 $0 \leq x \leq 4$ における関数 $y = f(x)$ の最小値が 1 であるのは

$$a = \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}} \quad \text{または} \quad a = \frac{\boxed{\text{チ}} + \sqrt{\boxed{\text{ツテ}}}}{\boxed{\text{ト}}}$$

のときである。

[問題224](#)→

問題225 第1問（必答問題）の一部（配点 10）

（19 センター試験 数ⅠA）

問題〔3〕 a と b はともに正の実数とする。 x の2次関数

$$y = x^2 + (2a - b)x + a^2 + 1$$

のグラフを G とする。(1) グラフ G の頂点の座標は

$$\left[\frac{b}{\boxed{\text{チ}}} - a, -\frac{b^2}{\boxed{\text{ツ}}} + ab + \boxed{\text{テ}} \right]$$

である。

(2) グラフ G が点 $(-1, 6)$ を通るとき、 b のとり得る値の最大値は $\boxed{\text{ト}}$ であり、そのときの a の値は $\boxed{\text{ナ}}$ である。 $b = \boxed{\text{ト}}$, $a = \boxed{\text{ナ}}$ のとき、グラフ G は2次関数 $y = x^2$ のグラフを x 軸方向に $\frac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}$, y 軸方向に $\frac{\boxed{\text{ネノ}}}{\boxed{\text{ハ}}}$ だけ平行移動したものである。[問題225→](#)

問題226 第1問（必答問題）の一部（配点 22）

（20 センター試験 数ⅠA）

問題 [1] a を定数とする。(1) 直線 $l: y = (a^2 - 2a - 8)x + a$ の傾きが負になるのは、 a の値の範囲が

$$\boxed{\text{アイ}} < a < \boxed{\text{ウ}}$$

のときである。

(2) $a^2 - 2a - 8 \neq 0$ とし、(1) の直線 l と x 軸との交点の x 座標を b とする。 $a > 0$ の場合、 $b > 0$ となるのは $\boxed{\text{エ}} < a < \boxed{\text{オ}}$ のときである。 $a \leq 0$ の場合、 $b > 0$ となるのは $a < \boxed{\text{カキ}}$ のときである。また、 $a = \sqrt{3}$ のとき

$$b = \frac{\boxed{\text{ク}} \sqrt{\boxed{\text{ケ}}} - \boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サシ}}} \quad \text{である。}$$

[3] c を定数とする。2次関数 $y = x^2$ のグラフを、2点 $(c, 0)$, $(c+4, 0)$ を通るように平行移動して得られるグラフを G とする。(1) G をグラフにもつ2次関数は、 c を用いて

$$y = x^2 - 2(c + \boxed{\text{ツ}})x + c(c + \boxed{\text{テ}})$$

と表せる。

2点 $(3, 0)$, $(3, -3)$ を両端とする線分と G が共有点をもつような c の値の範囲は

$$-\boxed{\text{ト}} \leq c \leq \boxed{\text{ナ}}, \quad \boxed{\text{ニ}} \leq c \leq \boxed{\text{ヌ}}$$

である。

(2) $\boxed{\text{ニ}} \leq c \leq \boxed{\text{ヌ}}$ の場合を考える。 G が点 $(3, -1)$ を通るとき、 G は2次関数 $y = x^2$ のグラフを x 軸方向に $\boxed{\text{ネ}} + \sqrt{\boxed{\text{ノ}}}$, y 軸方向に $\boxed{\text{ハヒ}}$ だけ平行移動したものである。また、このとき G と y 軸との交点の y 座標は

$$\boxed{\text{フ}} + \boxed{\text{ヘ}} \sqrt{\boxed{\text{ホ}}} \quad \text{である。}$$

[問題226](#) →

問題227 第1問（必答問題）の一部（配点 10）

(21 共通テスト 数I A)

問題 [1] c を正の整数とする。 x の2次方程式

$$2x^2 + (4c - 3)x + 2c^2 - c - 11 = 0 \quad \cdots \cdots \cdots \text{①}$$

について考える。

(1) $c = 1$ のとき、①の左辺を因数分解すると

$$(\boxed{\text{ア}}x + \boxed{\text{イ}})(x - \boxed{\text{ウ}})$$

であるから、①の解は

$$x = -\frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ア}}}, \quad \boxed{\text{ウ}} \quad \text{である。}$$

(2) $c = 2$ のとき、①の解は

$$x = \frac{-\boxed{\text{エ}} \pm \sqrt{\boxed{\text{オカ}}}}{\boxed{\text{キ}}}$$

であり、大きい方の解を α とすると

$$\frac{5}{\alpha} = \frac{\boxed{\text{ク}} + \sqrt{\boxed{\text{ケコ}}}}{\boxed{\text{サ}}}$$

である。また、 $m < \frac{5}{\alpha} < m + 1$ を満たす整数 m は $\boxed{\text{シ}}$ である。

(3) 太郎さんと花子さんは、①の解について考察している。

太郎：①の解は c の値によって、ともに有理数である場合もあれば、ともに無理数である場合もあるね。 c がどのような値のときに、解は有理数になるのかな。

花子：2次方程式の解の公式の根号の中に着目すればいいんじゃないかな。

①の解が異なる二つの有理数であるような正の整数 c の個数は $\boxed{\text{ス}}$ 個である。

問題227→

問題2.2.8 第2問(必答問題)の一部(配点 15)

(2.2 共通テスト 数I A)

問題 [1] p, q を実数とする。

花子さんと太郎さんは、次の二つの2次方程式について考えている。

$$x^2 + px + q = 0 \quad \cdots \cdots \cdots \text{①}$$

$$x^2 + qx + p = 0 \quad \cdots \cdots \cdots \text{②}$$

① または ② を満たす実数 x の個数を n とおく。(1) $p = 4, q = -4$ のとき, $n =$ である。また, $p = 1, q = -2$ のとき, $n =$ である。(2) $p = -6$ のとき, $n = 3$ になる場合を考える。花子：例えば、① と② をともに満たす実数 x があるときは $n = 3$ になりそうだね。太郎：それを α としたら, $\alpha^2 - 6\alpha + q = 0$ と $\alpha^2 + q\alpha - 6 = 0$ が成り立つよ。花子：なるほど。それならば, α^2 を消去すれば, α の値が求められそうだね。太郎：確かに α の値が求まるけど, 実際に $n = 3$ になっているかどうかの確認が必要だね。花子：これ以外にも $n = 3$ となる場合がありそうだね。 $n = 3$ となる q の値は

$$q =$$
 ,

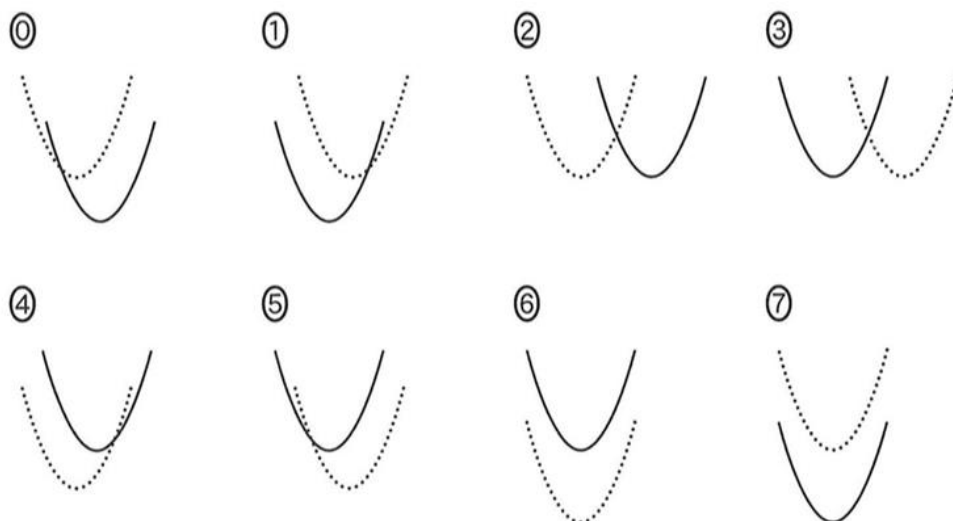
である。ただし, $<$ とする。(3) 花子さんと太郎さんは、グラフ表示ソフトを用いて、①, ② の左辺を y とおいた2次関数 $y = x^2 + px + q$ と $y = x^2 + qx + p$ のグラフの動きを考えている。 $p = -6$ に固定したまま, q の値だけを変化させる。

$$y = x^2 - 6x + q \quad \cdots \cdots \cdots \text{③}$$

$$y = x^2 + qx - 6 \quad \cdots \cdots \cdots \text{④}$$

の二つのグラフについて, $q = 1$ のときのグラフを点線で, q の値を1から増加させたときのグラフを実線でそれぞれ表す。このとき, ③ のグラフの移動の様子を示すと となり, ④ のグラフの移動の様子を示すと となる、

, については、最も適当なものを、次の ⑩～⑰ のうちから一つずつ選べ。ただし、同じものを繰り返し選んでもよい。なお, x 軸と y 軸は省略しているが, x 軸は右方向, y 軸は上方向がそれぞれ正の方向である。



(4) $\boxed{\text{ウ}} < q < \boxed{\text{エ}}$ とする。全体集合 U を実数全体の集合とし、 U の部分集合 A , B を

$$A = \{x \mid x^2 - 6x + q < 0\}$$

$$B = \{x \mid x^2 + qx - 6 < 0\}$$

とする。 U の部分集合 X に対し、 X の補集合を $\overline{X}$ と表す。このとき、次のことが成り立つ。

・ $x \in A$ は $x \in B$ であるための $\boxed{\text{キ}}$ 。

・ $x \in B$ は $x \in \overline{A}$ であるための $\boxed{\text{ク}}$ 。

$\boxed{\text{キ}}$, $\boxed{\text{ク}}$ の解答群 (同じものを繰り返し選んでもよい。)

- ① 必要条件であるが、十分条件ではない
- ② 十分条件であるが、必要条件ではない
- ③ 必要十分条件である
- ④ 必要条件でも十分条件でもない