問題のタイトル一覧

微分法・積分法

問題７１６　**第２問（必答問題）**（配点　３０）　　　　（１５　センター試験　数ⅡＢ）

解答（１）関数 $f(x)=\frac{1}{2}x^2$ の $x=a$ における微分係数 $f'(a)$ を求めよう。h が０でないとき，

x が a から $a+h$ まで変化するときの $f(x)$ の平均変化率は $\boxed{a}+\frac{h}{\boxed{2}}$ である。

したがって，求める微分係数は

$$f'(a)=\lim_{h\to\boxed{0}}\left(\boxed{a}+\frac{h}{\boxed{2}}\right)=\boxed{a}$$ である。

（２）放物線 $y=\frac{1}{2}x^2$ を Ｃとし，Ｃ上に点Ｐ$(a,\ \frac{1}{2}a^2)$ をとる。ただし，$a>0$ とする。

点ＰにおけるＣの接線 l の方程式は

$$y=\boxed{a}\,x-\frac{1}{\boxed{2}}a^2$$

である。直線 l と x 軸との交点Ｑの座標は $\left(\frac{\boxed{a}}{\boxed{2}},\ 0\right)$ である。点Ｑを

通り l に垂直な直線を m とすると，m の方程式は

$$y=\frac{\boxed{-1}}{\boxed{a}}x+\frac{\boxed{1}}{\boxed{2}}$$ である。

直線 m と y 軸との交点をＡとする。三角形ＡＰＱの面積をＳとおくと

$$S=\frac{a\,(a^2+\boxed{1})}{\boxed{8}}$$

となる。また，y 軸と線分ＡＰおよび曲線Ｃによって囲まれた図形の面積をＴとおくと

$$T=\frac{a\,(a^2+\boxed{3})}{\boxed{12}}$$

となる。$a>0$ の範囲におけるＳ－Ｔの値について調べよう。

$$S-T=\frac{a\,(a^2-\boxed{3})}{\boxed{24}}$$

である。$a>0$ であるから，Ｓ－Ｔ＞０ となるような a のとり得る値の範囲は

$a>\sqrt{\boxed{3}}$ である。また，$a>0$ のときのＳ－Ｔの増減を調べると，Ｓ－Ｔは

$a=\boxed{1}$ で最小値 $\frac{\boxed{-1}}{\boxed{12}}$ をとることがわかる。

解説（１）関数 $f(x)=\frac{1}{2}x^2$ において，x が a から $a+h$ まで変化するときの平均変化率は，

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{(a+h)^2-a^2}{h}=\frac{1}{2}\cdot\frac{2ah+h^2}{h}=\frac{1}{2}(2a+h)=a+\frac{h}{2}$$ より，

$$f'(a)=\lim_{h\to 0}\left(a+\frac{h}{2}\right)=a$$ である。

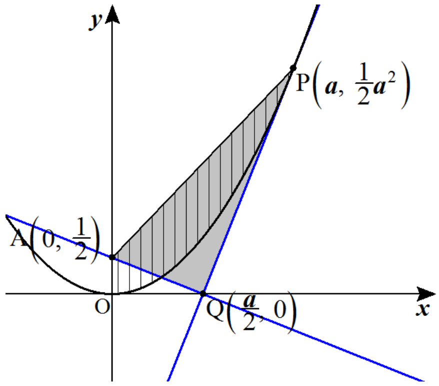
解説（２）放物線Ｃ：$y=\frac{1}{2}x^2$ 上の点Ｐ$(a,\ \frac{1}{2}a^2)$ における接線 l の方程式は

$y=a(x-a)+\frac{1}{2}a^2=ax-\frac{1}{2}a^2$ 　である。　$y=ax-\frac{1}{2}a^2=0$ とおくと，

$x=\frac{a}{2}$ より，直線 l と x 軸との交点Ｑの座標は $(\frac{a}{2},\ 0)$ である。

点Ｑを通り l に垂直な直線 m の方程式は

$y=-\frac{1}{a}\left(x-\frac{a}{2}\right)=-\frac{1}{a}x+\frac{1}{2}$ 　である。



直線 m と y 軸との交点Ａの座標は $(0,\ \frac{1}{2})$ である

から，$\mathrm{AQ}=\frac{1}{2}\sqrt{a^2+1}$，$\mathrm{PQ}=\frac{a}{2}\sqrt{a^2+1}$

よって，$\mathrm{S}=\frac{1}{2}\mathrm{AP}\cdot\mathrm{AQ}=\frac{a(a^2+1)}{8}$

また，y 軸と線分ＡＰおよび曲線Ｃによって囲まれた図形の面積は

$$\mathrm{T}=\frac{1}{2}a\left(\frac{a^2}{2}+\frac{1}{2}\right)-\frac{1}{2}\int_0^a x^2dx=\frac{a(a^2+1)}{4}-\frac{1}{2}\left[\frac{x^3}{3}\right]_0^a=\frac{a(a^2+1)}{4}-\frac{a^3}{6}=\frac{a(a^2+3)}{12}$$

よって，$\mathrm{S}-\mathrm{T}=\frac{a(a^2+1)}{8}-\frac{a(a^2+3)}{12}=\frac{a(a^2-3)}{24}$

$a>0$ のとき，$\mathrm{S}-\mathrm{T}>0$ となるような a のとり得る値の範囲は，$a>\sqrt{3}$ である。

また，$g(a)=\frac{a(a^2-3)}{24}=\frac{1}{24}(a^3-3a)$ 　とおくと，$g'(a)=\frac{1}{24}(3a^2-3)=\frac{1}{8}(a^2-1)$

$a>0$ の範囲で，$g(a)$ の増減は右の増減表の通り。

a	0	$\cdots$	1	$\cdots$
$g'(a)$	0	－	0	＋
$g(a)$	0	↘	$-\frac{1}{12}$	↗

よって，$a=1$ のとき，最小値 $-\frac{1}{12}$

問題７１６➔

問題７１７　第２問（必答問題）（配点　３０）　　　　（１６　センター試験　数ⅡＢ）

解答　座標平面上で，放物線 $y=\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}$ を C_1 とし，放物線 $y=\frac{1}{4}x^2$ を C_2 とする。

（１）実数 a に対して，２直線 $x=a$，$x=a+1$ と C_1，C_2 で囲まれた図形Ｄの面積Ｓは

$$S=\int_a^{a+1}\left(\frac{1}{\boxed{4}}x^2+\frac{1}{\boxed{2}}\right)dx$$

$$=\frac{a^2}{\boxed{4}}+\frac{a}{\boxed{4}}+\frac{\boxed{7}}{\boxed{12}}$$

である。Ｓは $a=\frac{\boxed{-1}}{\boxed{2}}$ で最小値 $\frac{\boxed{25}}{\boxed{48}}$ をとる。

（２）４点 $(a,\ 0)$，$(a+1,\ 0)$，$(a+1,\ 1)$，$(a,\ 1)$ を頂点とする正方形をＲで表す。a が $a\geqq 0$ の範囲を動くとき，正方形Ｒと（１）の図形Ｄの共通部分の面積をＴとおく。Ｔが最大となる a の値を求めよう。

直線 $y=1$ は，C_1 と $(\pm\boxed{1},\ 1)$ で，C_2 と $(\pm\boxed{2},\ 1)$ で交わる。したがって，正方形Ｒと図形Ｄの共通部分が空集合にならないのは，$0\leqq a\leqq\boxed{2}$ のときである。

$\boxed{1}\leqq a\leqq\boxed{2}$ のとき，正方形Ｒは放物線 C_1 と x 軸の間にあり，この範囲で a が増加するとき，Ｔは $\boxed{1}$。$\boxed{1}$ に当てはまるものを，次の ⓪～② のうちから一つ選べ。

⓪　増加する　　①　減少する　　②　変化しない

したがって，Ｔが最大になる a の値は，$0\leqq a\leqq\boxed{1}$ の範囲にある。

$0\leqq a\leqq\boxed{1}$ のとき，（１）の図形Ｄのうち，正方形Ｒの外側にある部分の面積Ｕは

$$U=\frac{a^3}{\boxed{6}}+\frac{a^2}{\boxed{2}}$$

である。よって，$0\leqq a\leqq\boxed{1}$ において

$$T=-\frac{a^3}{\boxed{6}}-\frac{a^2}{\boxed{4}}+\frac{a}{\boxed{4}}+\frac{\boxed{7}}{\boxed{12}}\quad\cdots\cdots\cdots ①$$

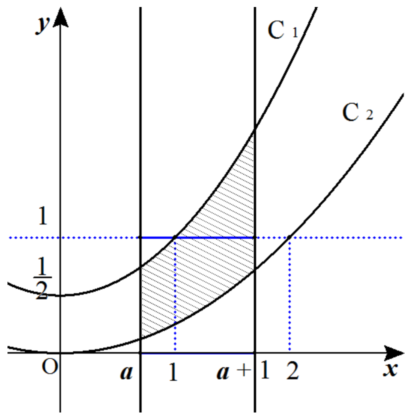
である。① の右辺の増減を調べることにより，Ｔは

$$a=\frac{\boxed{-1}+\sqrt{\boxed{3}}}{\boxed{2}}$$

で最大値をとることがわかる。

解説（１）$S=\int_a^{a+1}\left\{\left(\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}\right)-\frac{1}{4}x^2\right\}dx=\int_a^{a+1}\left(\frac{1}{4}x^2+\frac{1}{2}\right)dx=\left[\frac{1}{12}x^3+\frac{1}{2}x\right]_a^{a+1}$

$$=\frac{1}{12}\{(a+1)^3-a^3\}+\frac{1}{2}\{(a+1)-a\}=\frac{1}{12}(3a^2+3a+1)+\frac{1}{2}=\frac{a^2}{4}+\frac{a}{4}+\frac{7}{12}$$



解説　$S=\frac{1}{4}\left\{\left(a+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{4}\right\}+\frac{7}{12}=\frac{1}{4}\left(a+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{25}{48}$ より，

S は $a=-\frac{1}{2}$ で最小値 $\frac{25}{48}$ をとる。

（２）$\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}=1$ とおくと，$x=\pm 1$

$\frac{1}{4}x^2=1$ とおくと，$x=\pm 2$ より，

直線 $y=1$ は，C_1 と（±１，０）で，

C_2 と（±２，０）で交わる。したがって，

正方形Ｒと図形Ｄの共通部分が空集合にならないのは，$0\leqq a\leqq 2$ のときである。

・$1\leqq a\leqq 2$ のとき，正方形Ｒは放物線 C_1 と x 軸の間にあり，この範囲で a が増加すると，正方形Ｒと図形Ｄの共通部分の面積Ｔは，① 減少する。

・$0\leqq a\leqq 1$ のとき，図形Ｄのうち，正方形Ｒの外側にある部分の面積Ｕは

$$U=\int_1^{a+1}\left\{\left(\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}\right)-1\right\}dx=\int_1^{a+1}\left(\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{2}\right)dx=\left[\frac{1}{6}x^3-\frac{1}{2}x\right]_1^{a+1}$$

$$=\frac{1}{6}\{(a+1)^3-1\}-\frac{1}{2}\{(a+1)-1\}=\frac{1}{6}(a^3+3a^2+3a)-\frac{1}{2}a=\frac{a^3}{6}+\frac{a^2}{2}$$ であるから，

$$T=S-U=\left(\frac{a^2}{4}+\frac{a}{4}+\frac{7}{12}\right)-\left(\frac{a^3}{6}+\frac{a^2}{2}\right)=-\frac{a^3}{6}-\frac{a^2}{4}+\frac{a}{4}+\frac{7}{12}$$ である。

さらに，$\frac{dT}{da}=-\frac{a^2}{2}-\frac{a}{2}+\frac{1}{4}=-\frac{1}{4}(2a^2+2a-1)=0$ とおくと，

$a>0$ のとき，$a=\frac{-1+\sqrt{3}}{2}$ であるから，

増減表より，Ｔは $a=\frac{-1+\sqrt{3}}{2}$ で最大値をとる。

a	0	…	$\frac{-1+\sqrt{3}}{2}$	…
$\frac{dT}{da}$	0	＋	0	－
T		↗	最大	↘

問題７１７➔

問題７１８　**第２問（必答問題）**（配点　３０）　　（１７　センター試験　数ⅡＢ）

解答　Ｏを原点とする座標平面上の放物線 $y=x^2+1$ をＣとし，点$(a,\ 2a)$ をＰとする。

（１）点Ｐを通り，放物線Ｃに接する直線の方程式を求めよう。

Ｃ上の点$(t,\ t^2+1)$ における接線の方程式は

$$y=\boxed{2}\,tx-t^2+\boxed{1}$$

である。この直線がＰを通るとすると，t は方程式

$$t^2-\boxed{2}\,at+\boxed{2}\,a-\boxed{1}=0$$

を満たすから，$t=\boxed{2}\,a-\boxed{1}$，$\boxed{1}$ である。よって，

$a\neq\boxed{1}$ のとき，Ｐを通るＣの接線は２本あり，それらの方程式は

$$y=(\boxed{4}\,a-\boxed{2})x-\boxed{4}\,a^2+\boxed{4}\,a \quad\cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

と

$$y=\boxed{2}\,x \qquad \text{である。}$$

（２）（１）の方程式 ① で表される直線を l とする。l と y 軸との交点をR$(0,\ r)$ とすると，

$r=-\boxed{4}\,a^2+\boxed{4}\,a$ である。$r>0$ となるのは，$\boxed{0}<a<\boxed{1}$ のときで

あり，このとき，三角形ＯＰＲの面積Ｓは

$$S=\boxed{2}\,(a^{\boxed{2}}-a^{\boxed{3}}) \qquad \text{となる。}$$

$\boxed{0}<a<\boxed{1}$ のとき，Ｓの増減を調べると，Ｓは $a=\dfrac{\boxed{2}}{\boxed{3}}$ で最大値 $\dfrac{\boxed{8}}{\boxed{27}}$

をとることがわかる。

（３）$\boxed{0}<a<\boxed{1}$ のとき，放物線Ｃと（２）の直線 l および２直線 $x=0$，$x=a$

で囲まれた図形の面積をＴとすると

$$T=\frac{\boxed{7}}{\boxed{3}}a^3-\boxed{3}\,a^2+\boxed{a}$$

である。$\dfrac{\boxed{2}}{\boxed{3}}\leqq a<\boxed{1}$ の範囲において，Ｔは $\boxed{2}$。$\boxed{へ}$ に当てはまるもの

を，次の ⓪～⑤ のうちから一つ選べ。

⓪　減少する　　　　①　極小値をとるが，極大値はとらない

②　増加する　　　　③　極大値をとるが，極小値はとらない

④　一定である　　　⑤　極小値と極大値の両方をとる

解説（１）放物線Ｃ：$y=x^2+1$ 上の点$(t,\ t^2+1)$ における接線の方程式は

$$y=2t(x-t)+t^2+1=2tx-t^2+1$$

この直線が点Ｐ$(a,\ 2a)$ を通るとすると，

$2a=2at-t^2+1$　より，$t^2-2at+2a-1=0$

$\{t-(2a-1)\}(t-1)=0$　より，$t=2a-1$，１

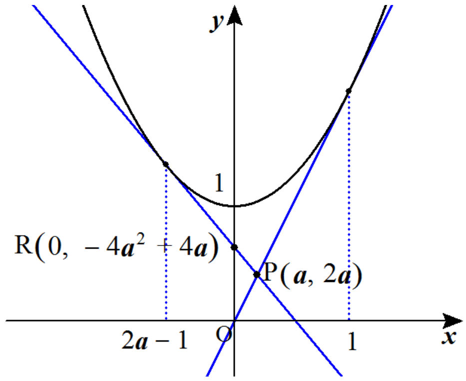
解説　よって，$a \neq 1$ のとき，Ｐを通るＣの接線は２本あり，

$t = 2a - 1$ のとき，

$$y = 2(2a-1)x-(2a-1)^2+1 = (4a-2)x-4a^2+4a \quad \cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

$t = 1$ のとき，

$$y = 2x$$



（２）① の直線と y 軸との交点は，$\mathrm{R}(0,\ -4a^2+4a)$

であり，$-4a^2+4a > 0$ とおくと，

$a(a-1) < 0$ 　より，$0 < a < 1$ 　である。

このとき，△ＯＰＲの面積Ｓは，

$\mathrm{S} = \dfrac{1}{2}a(-4a^2+4a) = 2(a^2-a^3)$ 　であり，

$\dfrac{dS}{da} = 2(2a-3a^2) = -2a(3a-2)$ 　であるから，

増減表より，$a = \dfrac{2}{3}$ のとき，最大値 $\dfrac{8}{27}$ をとる。

a	0	$\cdots$	$\frac{2}{3}$	$\cdots$
$\frac{dS}{da}$	0	＋	0	－
S		↗	$\frac{8}{27}$	↘

（３）$0 < a < 1$ のとき，放物線Ｃと① の直線と，２直線

$x = 0$，$x = a$ で囲まれた図形の面積Ｔは，

$$\mathrm{T} = \int_0^a \{(x^2+1)-((4a-2)x-4a^2+4a)\}\,dx$$

$$= \int_0^a \{x^2-(4a-2)x+(4a^2+4a+1)\}\,dx$$

$$= \left[\frac{1}{3}x^3-(2a-1)x^2+(4a^2+4a+1)x\right]_0^a = \frac{1}{3}a^3-(2a^3-a^2)+(4a^3+4a^2+a)$$

$$= \frac{7}{3}a^3-3a^2+a$$

$$\mathrm{T} = \int_0^a (x^2+1)\,dx - \frac{1}{2}a\{2a+(-4a^2+4a)\} = \left(\frac{1}{3}a^3+a\right)-\frac{1}{2}a(-4a^2+6a)$$

$$= \left(\frac{1}{3}a^3+a\right)+(2a^3-3a^2) = \frac{7}{3}a^3-3a^2+a$$ 　と計算してもよい。

このとき，$\dfrac{dT}{da} = 7a^2-6a+1 = 0$ 　とおくと，$a = \dfrac{3\pm\sqrt{2}}{7}$ 　であり，

$\dfrac{3\pm\sqrt{2}}{7} < \dfrac{2}{3}$ 　であるから，$\dfrac{2}{3} \leqq a < 1$ の範囲において，Ｔは，② 　増加する。

問題７１８➔

問題７１９　**第２問（必答問題）**（配点　３０）　　（１８　センター試験　数ⅡＢ）

解答［１］ $p>0$ とする。座標平面上の放物線 $y=px^2+qx+r$ をＣとし，直線 $y=2x-1$ を l とする。Ｃは点Ａ(１，１)において l と接しているとする。

（１） q と r を， p を用いて表そう。放物線Ｃ上の点Ａにおける接線 l の傾きは $\boxed{2}$ であることから， $q=\boxed{-2}\,p+\boxed{2}$ がわかる。さらに，Ｃは点Ａを通ることから， $r=p-\boxed{1}$ となる。

（２） $v>1$ とする。放物線Ｃと直線 l および直線 $x=v$ で囲まれた図形の面積Ｓは，

$$S=\frac{p}{\boxed{3}}\left(v^3-\boxed{3}\,v^2+\boxed{3}\,v-\boxed{1}\right)$$ である。また，

x 軸と l および直線 $x=1$， $x=v$ で囲まれた図形の面積Ｔは， $T=v^{\boxed{2}}-v$ である。

Ｕ＝Ｓ－Ｔは $v=2$ で極値をとるとする。このとき， $p=\boxed{3}$ であり， $v>1$ の範囲でＵ＝０ となる v の値を v_0 とすると，

$$v_0=\frac{\boxed{3}+\sqrt{\boxed{5}}}{\boxed{2}}$$ である。 $1<v<v_0$ の範囲でＵは $\boxed{3}$。

$\boxed{ソ}$ に当てはまるものを，次の ⓪～④ のうちから一つ選べ。

⓪　つねに増加する　　①　つねに減少する　　②　正の値のみをとる

③　負の値のみをとる　　④　正と負のどちらの値もとる

$p=\boxed{3}$ のとき， $v>1$ におけるＵの最小値は $\boxed{-1}$ である。

［２］関数 $f(x)$ は $x\geqq 1$ の範囲でつねに $f(x)\leqq 0$ を満たすとする。 $t>1$ のとき，曲線 $y=f(x)$ と x 軸および２直線 $x=1$， $x=t$ で囲まれた図形の面積をＷとする。 t が $t>1$ の範囲を動くとき，Ｗは，底辺の長さが $2t^2-2$，他の２辺の長さがそれぞれ t^2+1 の二等辺三角形の面積とつねに等しいとする。このとき， $x>1$ における $f(x)$ を求めよう。

$F(x)$ を $f(x)$ の不定積分とする。一般に， $F'(x)=\boxed{7}$ ，Ｗ＝ $\boxed{4}$ が成り立つ。

$\boxed{ツ}$ ， $\boxed{テ}$ に当てはまるものを，次の ⓪～⑧ のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを選んでもよい。

⓪　 $-F(t)$ 　　①　 $F(t)$ 　　②　 $F(t)-F(1)$

③　 $F(t)+F(1)$ 　　④　 $-F(t)+F(1)$ 　　⑤　 $-F(t)-F(1)$

⑥　 $-f(x)$ 　　⑦　 $f(x)$ 　　⑧　 $f(x)-f(1)$

したがって， $t>1$ において，

$$f(t)=\boxed{-6}\,t^{\boxed{2}}+\boxed{2}$$ である。

よって， $x>1$ における $f(x)$ がわかる。

解説〔１〕（１）放物線Ｃ：$y=px^2+qx+r$　より，$y'=2px+q$

放物線Ｃ上の点Ａ（１，１）における接線 l の傾きが２であるから，

$x=1$　のとき，$y=p+q+r=1$　より，$q+r=1-p$　………①

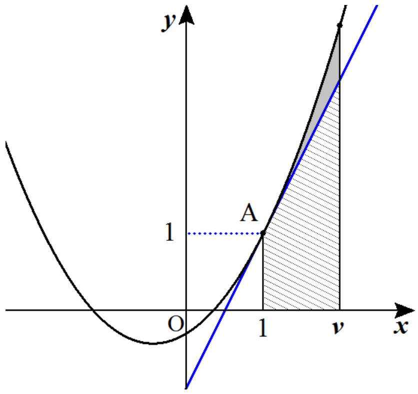
$x=1$　のとき，$y'=2p+q=2$　より，$q=-2p+2$　…………②

② を① に代入して，$r=1-p-q=1-p+2p-2=p-1$

（２）（１）より，放物線Ｃ：$y=px^2-2(p-1)x+(p-1)$

$v>1$　とするとき，放物線Ｃと直線 l および直線 $x=v$　で囲まれた図形の面積Ｓは，

$$S=\int_1^v\{px^2-2(p-1)x+(p-1)-(2x-1)\}dx$$
$$=\int_1^v(px^2-2px+p)dx=\int_1^v p(x-1)^2dx$$
$$=\frac{p}{3}\Big[(x-1)^3\Big]_1^v=\frac{p}{3}(v-1)^3$$
$$=\frac{p}{3}(v^3-3v^2+3v-1)$$



x 軸と l および直線 $x=1$，$x=v$　で囲まれた図形は台形であるから，その面積Ｔは，

$T=\dfrac{1}{2}(v-1)\{1+(2v-1)\}=v^2-v$　である。

$U=S-T=\dfrac{p}{3}(v^3-3v^2+3v-1)-(v^2-v)$　において，$\dfrac{dU}{dv}=p(v^2-2v+1)-(2v-1)$

であり，$v=2$　のとき，$\dfrac{dU}{dv}=p-3=0$　より，$p=3$

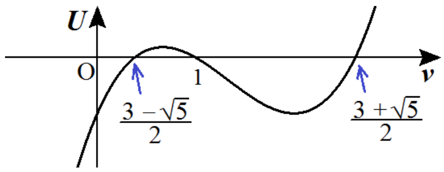
このとき，$U=v^3-4v^2+4v-1$　であり，$U=0$　とおくと，

$(v^3-1)-4v(v-1)=(v-1)(v^2+v+1)-4v(v-1)=(v-1)(v^2-3v+1)=0$

よって，$v=1$，$\dfrac{3\pm\sqrt{5}}{2}$　より，$v_0=\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}$　であり，

$1<v<v_0$　の範囲でＵは，③　負の値のみをとる。また，

$\dfrac{dU}{dv}=3v^2-8v+4=0$　とおくと，



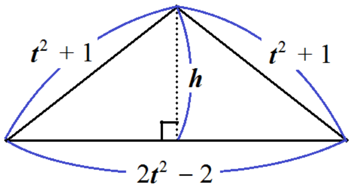
$(3v-2)(v-2)=0$　より，$v=\dfrac{2}{3}$，２　　よって，$v=2$　で最小値－１　をとる。

［２］$F(x)$　を $f(x)$　の不定積分とすると，$F'(x)=f(x)$，　$W=-\{F(t)-F(1)\}=-F(t)+F(1)$

ここで，二等辺三角形の高さ h は，図より，

$h=\sqrt{(t^2+1)^2-(t^2-1)^2}=\sqrt{4t^2}=2t$　であるから，

$-F(t)+F(1)=\dfrac{1}{2}\cdot 2t(2t^2-2)=2t^3-2t$



よって，$F(t)=-2t^3+2t+F(1)$　であるから，

$f(t)=-6t^2+2$

問題７１９➔

問題７２０　第２問（必答問題）（配点　３０）　　（１９　センター試験　数ⅡＢ）

解答　p，q を実数とし，関数 $f(x)=x^3+px^2+qx$ は $x=-1$ で極値２をとるとする。また，座標平面上の曲線 $y=f(x)$ をＣ，放物線 $y=-kx^2$ をＤ，放物線Ｄ上の点$(a,\ -ka^2)$ をＡとする。ただし，$k>0$，$a>0$ である。

（１）関数 $f(x)$ が $x=-1$ で極値をとるので，$f'(-1)=\boxed{0}$ である。これと $f(-1)=2$ より，$p=\boxed{0}$，$q=\boxed{-3}$ である。よって，$f(x)$ は $x=\boxed{1}$ で極小値 $\boxed{-2}$ をとる。

（２）点Ａにおける放物線Ｄの接線を l とする。Ｄと l および x 軸で囲まれた図形の面積Ｓを a と k を用いて表そう。l の方程式は

$$y=\boxed{-2}kax+ka^{\boxed{2}} \quad \cdots\cdots ①$$

と表せる。l と x 軸の交点の x 座標は $\dfrac{\boxed{a}}{\boxed{2}}$ であり，Ｄと x 軸および直線 $x=a$ で囲まれた図形の面積は $\dfrac{k}{\boxed{3}}a^{\boxed{3}}$ である。よって，$S=\dfrac{k}{\boxed{12}}a^{\boxed{3}}$ である。

（３）さらに，点ＡがＣ上にあり，かつ（２）の接線 l がＣにも接するとする。このときの（２）のＳの値を求めよう。

ＡがＣ上にあるので，$k=\dfrac{\boxed{3}}{\boxed{a}}-\boxed{a}$ である。

l とＣの接点の x 座標を b とすると，l の方程式は b を用いて

$$y=\boxed{3}(b^2-\boxed{1})x-\boxed{2}b^3 \quad \cdots\cdots ②$$

と表される。② の右辺を $g(x)$ とおくと

$$f(x)-g(x)=(x-\boxed{b})^2(x+\boxed{2}b)$$

と因数分解されるので，$a=-\boxed{2}b$ となる。① と② の表す直線の傾きを比較することにより，$a^2=\dfrac{\boxed{12}}{\boxed{5}}$ である。したがって，求めるＳの値は $\dfrac{\boxed{3}}{\boxed{25}}$ である。

解説（１）$f(x)=x^3+px^2+qx$ より，$f'(x)=3x^2+2px+q$ である。

$f(x)$ は $x=-1$ で極値２をとるので，

$f(-1)=-1+p-q=2$ より，$p-q=3$ ………… ①

$f'(-1)=3-2p+q=0$ より，$2p-q=3$ ……… ②

①，② より，$p=0$，$q=-3$ である。よって，

$f(x)=x^3-3x$ より，$f'(x)=3x^2-3=3(x^2-1)$

したがって，$f(x)$ は $x=1$ で極小値-2 をとる。

解説（２）曲線Ｃ：$y=x^3-3x$，　放物線Ｄ：$y=-kx^2$　とする。

放物線Ｄ上の点Ａ$(a,\ -ka^2)$における放物線Ｄの接線l　は，

l：$y=-2ka(x-a)-ka^2=-2kax+ka^2$　…………………………………　①

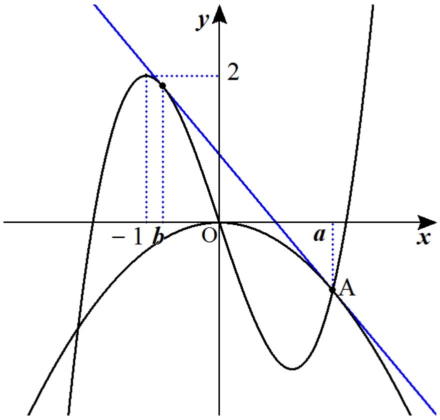
l　とx軸の交点のx座標は，$-2kax+ka^2=0$　より，　$x=\dfrac{a}{2}$

Ｄとx軸および直線　$x=a$　で囲まれた図形の面積は

$\displaystyle\int_0^a kx^2dx=\left[\frac{k}{3}x^3\right]_0^a=\frac{k}{3}a^3$　であるから，

Ｄとl　およびx軸で囲まれた図形の面積Ｓは

$S=\dfrac{k}{3}a^3-\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{a}{2}\cdot ka^2=\dfrac{k}{3}a^3-\dfrac{k}{4}a^3=\dfrac{k}{12}a^3$



（３）点Ａ$(a,\ -ka^2)$が曲線Ｃ：$y=x^3-3x$　上に

あるので，$a^3-3a=-ka^2$　と　$a>0$　より，

$a^2-3=-ka$　　よって，$k=\dfrac{3}{a}-a$

l　とＣの接点のx座標をb　とすると，l　の方程式はb　を用いて

l：$y=(3b^2-3)(x-b)+b^3-3b=3(b^2-1)x-2b^3$　…………………………　②

と表される。②　の右辺を$g(x)$　とおくと

$f(x)-g(x)=(x^3-3x)-\{3(b^2-1)x-2b^3\}=x^3-3b^2x+2b^3$

$\qquad=(x-b)^{2^2}(x+2b)$

よって，曲線Ｃと直線l　の接点以外の交点のx座標は，$x=a=-2b$　………　③　である。

いっぽう，①　と②　の表す直線の傾きを比較すると，①　の傾きは，

$-2ka=-2\left(\dfrac{3}{a}-a\right)a=2(a^2-3)$　より，$2(a^2-3)=3(b^2-1)$

よって，$2a^2-3b^2=3$　………　④

③　より，$b=-\dfrac{a}{2}$　を　④　に代入して，$\dfrac{5}{4}a^2=3$　より，$a^2=\dfrac{12}{5}$

よって，$S=\dfrac{k}{12}a^3=\dfrac{1}{12}\left(\dfrac{3}{a}-a\right)a^3=\dfrac{1}{12}\left(3-a^2\right)a^2=\dfrac{1}{12}\cdot\dfrac{12}{5}\left(3-\dfrac{12}{5}\right)=\dfrac{3}{25}$

問題７２０→

問題７２１　**第２問（必答問題）**（配点　３０）　　（２０　センター試験　数ⅡＢ）

解答　$a>0$ とし，$f(x)=x^2-(4a-2)x+4a^2+1$ とおく。座標平面上で，放物線 $y=x^2+2x+1$ をＣ，放物線 $y=f(x)$ をＤとする。また，l をＣとＤの両方に接する直線とする。

（１）l の方程式を求めよう。

l とＣは点$(t,\ t^2+2t+1)$ において接するとすると，l の方程式は

$y=(\boxed{2}\,t+\boxed{2})\,x-t^2+\boxed{1}$　…………………… ①

である。また，l とＤは点$(s,\ f(s))$ において接するとすると，l の方程式は

$y=(\boxed{2}\,s-\boxed{4}\,a+\boxed{2})\,x-s^2+\boxed{4}\,a^2+\boxed{1}$　………… ②

である。ここで，① と② は同じ直線を表しているので，$t=\boxed{0}$，$s=\boxed{2}\,a$ が成り立つ。

したがって，l の方程式は $y=\boxed{2}\,x+\boxed{1}$ である。

（２）二つの放物線Ｃ，Ｄの交点の x 座標は $\boxed{a}$ である。

Ｃと直線 l，および直線 $x=\boxed{a}$ で囲まれた図形の面積をＳとすると，

$$S=\frac{a^{\boxed{3}}}{\boxed{3}}$$ である。

（３）$a\geqq\dfrac{1}{2}$ とする。二つの放物線Ｃ，Ｄと直線 l で囲まれた図形の中で，$0\leqq x\leqq 1$ を満たす部分の面積Ｔは，$a>\boxed{1}$ のとき，a の値によらず

$$T=\frac{\boxed{1}}{\boxed{3}}$$

であり，$\dfrac{1}{2}\leqq a\leqq\boxed{1}$ のとき

$$T=-\boxed{2}\,a^3+\boxed{4}\,a^2-\boxed{2}\,a+\frac{\boxed{1}}{\boxed{3}}$$

である。

（４）次に，（２），（３）で定めたＳ，Ｔに対して，Ｕ＝２Ｔ－３Ｓ とおく。a が $\dfrac{1}{2}\leqq a\leqq\boxed{1}$ の範囲を動くとき，Ｕ は $a=\dfrac{\boxed{2}}{\boxed{3}}$ で最大値 $\dfrac{\boxed{2}}{\boxed{27}}$ をとる。

解説（１）放物線Ｃ：$y=x^2+2x+1$，放物線Ｄ：$y=x^2-(4a-2)x+4a^2+1$　とする。

放物線Ｃ上の点$(t,\ t^2+2t+1)$ におけるＣの接線 l は，

l ：$y=(2t+2)(x-t)+t^2+2t+1=(2t+2)x-t^2+1$　…………………… ①

放物線Ｄ上の点$(s,\ s^2-(4a-2)s+4a^2+1)$ におけるＤの接線 l は，

l ：$y=\{2s-(4a-2)\}(x-s)+s^2-(4a-2)s+4a^2+1$

$=(2s-4a+2)x-s^2+4a^2+1$　…………………… ②

解説　① と② は同じ直線を表しているので，

$2s-4a+2=2t+2$　より，$s-t=2a$　………………… ③

$-s^2+4a^2+1=-t^2+1$　より，$s^2-t^2=4a^2$　…………… ④

③，④ より，$s=2a$，$t=0$

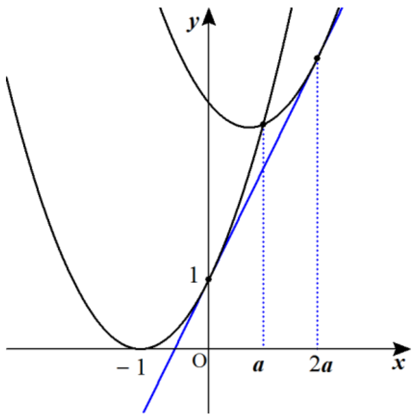
したがって，l ：$y=2x+1$

（２）$x^2-(4a-2)x+4a^2+1=x^2+2x+1$　とおくと，

$4ax=4a^2$　より，$x=a$

よって，Ｃと直線l，および直線$x=a$　で囲まれた図形の面積Ｓは，

$$S=\int_0^a\{(x^2+2x+1)-(2x+1)\}dx=\int_0^a x^2dx=\frac{a^3}{3}$$



（３）二つの放物線Ｃ，Ｄと直線l　で囲まれた図形の中で，

０≦x≦１を満たす部分の面積Ｔは，a＞１　のとき，

$$T=\int_0^1 x^2dx=\frac{1}{3}$$

$\frac{1}{2}\leqq a\leqq 1$　のとき，$T=\int_0^a x^2dx+\int_a^1(x-2a)^2dx=\frac{a^3}{3}+\frac{1}{3}\Big[(x-2a)^3\Big]_a^1$

$$=\frac{a^3}{3}+\frac{1}{3}\{(1-2a)^3-(-a)^3\}=\frac{a^3}{3}+\frac{1}{3}(1-6a+12a^2-8a^3+a^3)=-2a^3+4a^2-2a+\frac{1}{3}$$

（４）次に，（２），（３）で定めたＳ，Ｔに対して，$\frac{1}{2}\leqq a\leqq 1$　のとき，

$$U=2T-3S=-4a^3+8a^2-4a+\frac{2}{3}-a^3=-5a^3+8a^2-4a+\frac{2}{3}$$

$$\frac{dU}{da}=-15a^2+16a-4=-(3a-2)(5a-2)$$

よって増減表より，Ｕは　$a=\frac{2}{3}$　のとき，

最大値　$\frac{2}{27}$　をとる。

a	$\frac{1}{2}$	…	$\frac{2}{3}$	…	1
$\frac{dU}{da}$		＋	0	－	
U		↗	$\frac{2}{27}$	↘	

問題７２１➔

問題７２２　**第２問（必答問題）**（配点　３０）　　　　　（２１　共通テスト　数ⅡＢ）

解答（１）座標平面上で，次の二つの２次関数のグラフについて考える。

$y=3x^2+2x+3$ ………………………………… ①

$y=2x^2+2x+3$ ………………………………… ②

①，② の２次関数のグラフには次の**共通点**がある。

共通点

・y 軸との交点の y 座標は $\boxed{3}$ である。

・y 軸との交点における接線の方程式は $y=\boxed{2}\,x+\boxed{3}$ である。

次の ⓪〜⑤ の２次関数のグラフのうち，y 軸との交点における接線の方程式が $y=\boxed{2}\,x+\boxed{3}$ となるものは $\boxed{4}$ である。

$\boxed{エ}$ の解答群

⓪	$y=3x^2-2x-3$	①	$y=-3x^2+2x-3$
②	$y=2x^2+2x-3$	③	$y=2x^2-2x+3$
④	$y=-x^2+2x+3$	⑤	$y=-x^2-2x+3$

a，b，c を０でない実数とする。

曲線 $y=ax^2+bx+c$ 上の点$(0,\boxed{c})$における接線を l とすると，その方程式は

$y=\boxed{b}\,x+\boxed{c}$ である。接線 l と x 軸との交点の x 座標は $\dfrac{\boxed{-c}}{\boxed{b}}$ である。

a，b，c が正の実数であるとき，曲線 $y=ax^2+bx+c$ と接線 l および直線

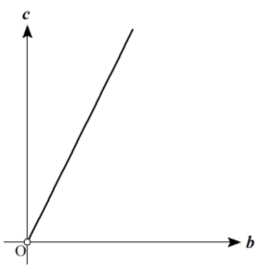
$x=\dfrac{\boxed{-c}}{\boxed{b}}$ で囲まれた図形の面積をＳとすると，$S=\dfrac{ac^{\boxed{3}}}{\boxed{3}\,b^{\boxed{3}}}$ ……………… ③

である。

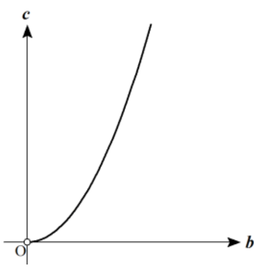
③ において，$a=1$ とし，Ｓの値が一定となるように正の実数 b，c の値を変化させる。このとき，b と c の関係を表すグラフの概形は $\boxed{0}$ である。

$\boxed{セ}$ については，最も適当なものを，次の ⓪〜⑤ のうちから一つ選べ。

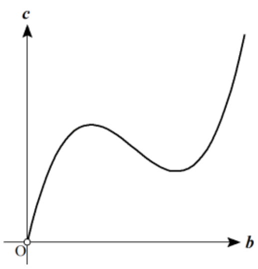
⓪



①

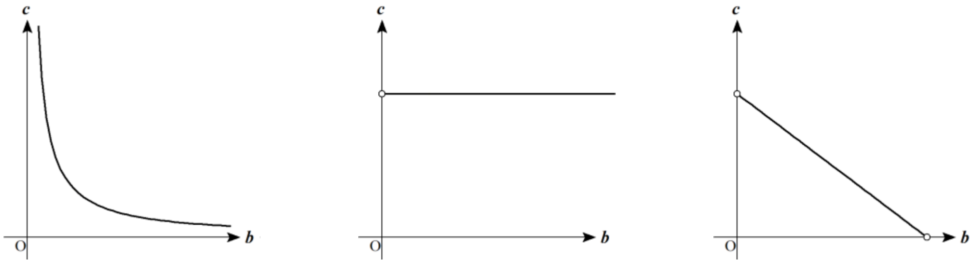


②



解答

③　　④　　⑤



（２）座標平面上で，次の三つの３次関数のグラフについて考える。

$y=4x^3+2x^2+3x+5$ ………………………………… ④

$y=-2x^3+7x^2+3x+5$ ………………………………… ⑤

$y=5x^3-x^2+3x+5$ ………………………………… ⑥

④，⑤，⑥ の３次関数のグラフには次の**共通点**がある。

共通点

・ y 軸との交点の y 座標は $\boxed{5}$ である。

・ y 軸との交点における接線の方程式は $y=\boxed{3}x+\boxed{5}$ である。

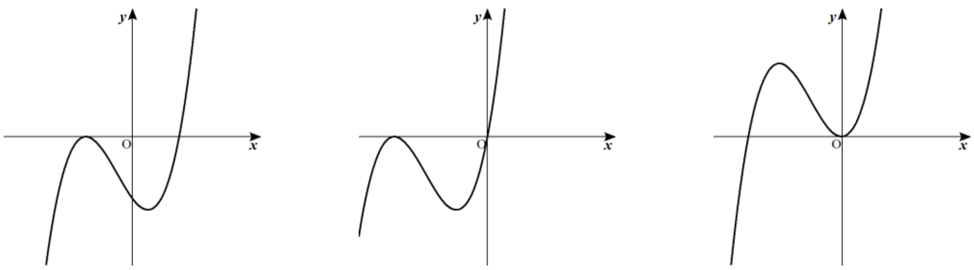
a，b，c，d を０でない実数とする。曲線 $y=ax^3+bx^2+cx+d$ 上の点(０，$\boxed{d}$)における接線の方程式は $y=\boxed{c}x+\boxed{d}$ である。

次に，$f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$，$g(x)=\boxed{c}x+\boxed{d}$ とし，$f(x)-g(x)$ について考える。$h(x)=f(x)-g(x)$ とおく。a，b，c，d が正の実数であるとき，$y=h(x)$ のグラフの概形は $\boxed{2}$ である。

$y=f(x)$ のグラフと $y=g(x)$ のグラフの共有点の x 座標は $\dfrac{\boxed{-b}}{\boxed{a}}$ と $\boxed{0}$ である。また，x が $\dfrac{\boxed{-b}}{\boxed{a}}$ と $\boxed{0}$ の間を動くとき，$|f(x)-g(x)|$ の値が最大になるのは，$x=\dfrac{\boxed{-2b}}{\boxed{3a}}$ のときである。

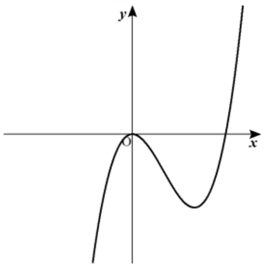
$\boxed{ナ}$ については，最も適当なものを，次の ⓪～⑤ のうちから一つ選べ。

⓪　　①　　②

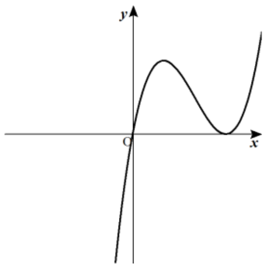


解答

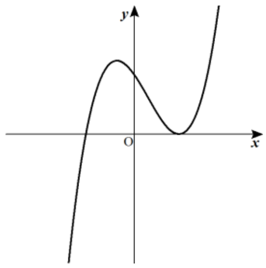
③



④



⑤



解説（１）座標平面上で，次の二つの２次関数のグラフについて，共通点は，

$y=3x^2+2x+3$ ………………………………… ①

$y=2x^2+2x+3$ ………………………………… ②

・y 軸との交点の y 座標は３　である。

・y 軸との交点における接線の方程式は $y=2x+3$　である。

また，解答群のうち，y 軸との交点における接線の方程式が $y=2x+3$　となるのは，

④　$y=-x^2+2x+3$　である。

a，b，c　を０でない実数とするとき，

曲線 $y=ax^2+bx+c$　上の点(０，c）における

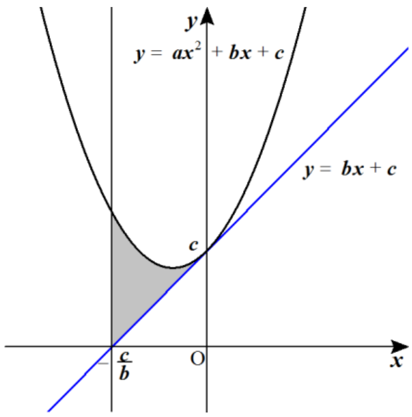
接線 l の方程式は $y=bx+c$　であり，

接線 l　と x 軸との交点の x 座標は $-\dfrac{c}{b}$　である。

a，b，c　が正の実数であるとき，

曲線 $y=ax^2+bx+c$　と接線 l　および

直線 $x=-\dfrac{c}{b}$ で囲まれた図形の面積は，



$\mathrm{S}=\displaystyle\int_{-\frac{c}{b}}^{0} ax^2\,dx=\frac{a}{3}\Big[x^3\Big]_{-\frac{c}{b}}^{0}=\frac{ac^3}{3b^3}$ ……………… ③

③ において，$a=1$　のとき，$\mathrm{S}=\dfrac{c^3}{3b^3}$　であるから，Ｓの値が一定になるような

正の実数 b，c　の関係を表すグラフは，⓪　である。

（２）座標平面上で，次の三つの３次関数のグラフについて，共通点は，

$y=4x^3+2x^2+3x+5$ ………………………………… ④

$y=-2x^3+7x^2+3x+5$ ………………………………… ⑤

$y=5x^3-x^2+3x+5$ ………………………………… ⑥

・y 軸との交点の y 座標は５　である。

・y 軸との交点における接線の方程式は $y=3x+5$　である。

a，b，c，d　を０でない実数とするとき，

曲線 $y=ax^3+bx^2+cx+d$　上の点(０，d）における

接線の方程式は $y=cx+d$　である。

解説　次に，$f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$，$g(x)=cx+d$ とし，$h(x)=f(x)-g(x)$ とおく。

$h(x)=ax^3+bx^2$，　$h'(x)=3ax^2+2bx=x(3ax+2b)$ より，

a，b，c，d が正の実数であるとき，

$y=h(x)$ のグラフの概形は，②　である。

また，$h(x)=x^2(ax+b)$ より，$y=f(x)$ と $y=g(x)$ のグラフの共有点の x 座標は

$x=-\dfrac{b}{a}$，０　である。また，$-\dfrac{b}{a}\leqq x\leqq 0$ のとき，$|f(x)-g(x)|$ の値が最大になるのは，

$x=-\dfrac{2b}{3a}$　のときである。

問題７２２→

問題７２３　**第２問（必答問題）**（配点　３０）　　　（２２　共通テスト　数ⅡＢ）

解答〔１〕a を実数とし，$f(x)=x^3-6ax+16$ とおく。

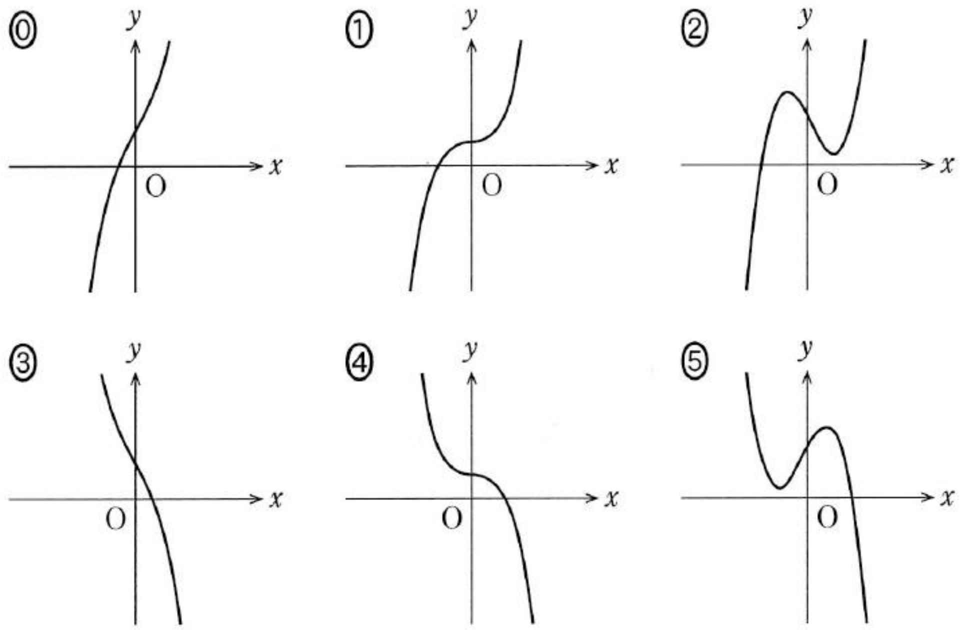
（１）$y=f(x)$ のグラフの概形は

$a=0$ のとき，$\boxed{1}$

$a<0$ のとき，$\boxed{0}$

である。

$\boxed{ア}$，$\boxed{イ}$ については，最も適当なものを，次の ⓪～⑤ のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。



（２）$a>0$ とし，p を実数とする。座標平面上の曲線 $y=f(x)$ と直線 $y=p$ が３個の共有点をもつような p の値の範囲は $\boxed{3}<p<\boxed{2}$ である。

$p=\boxed{3}$ のとき，曲線 $y=f(x)$ と直線 $y=p$ は２個の共有点をもつ。それらの x 座標を q，r（$q<r$）とする。曲線 $y=f(x)$ と直線 $y=p$ が点(r，p）で接することに注意すると

$q=\boxed{-2}\sqrt{\boxed{2}}\,a^{\frac{1}{2}}$，　$r=\sqrt{\boxed{2}}\,a^{\frac{1}{2}}$

と表せる。

$\boxed{ウ}$，$\boxed{エ}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

⓪ $2\sqrt{2}a^{\frac{3}{2}}+16$	① $-2\sqrt{2}a^{\frac{3}{2}}+16$
② $4\sqrt{2}a^{\frac{3}{2}}+16$	③ $-4\sqrt{2}a^{\frac{3}{2}}+16$
④ $8\sqrt{2}a^{\frac{3}{2}}+16$	⑤ $-8\sqrt{2}a^{\frac{3}{2}}+16$

解答　（３）方程式 $f(x)=0$ の異なる実数解の個数を n とする。次の ⓪～⑤ のうち，正しいものは $\boxed{1}$ と $\boxed{4}$ である。

$\boxed{ケ}$，$\boxed{コ}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

⓪　$n=1$ ならば $a<0$	①　$a<0$ ならば $n=1$
②　$n=2$ ならば $a<0$	③　$a<0$ ならば $n=2$
④　$n=3$ ならば $a>0$	⑤　$a>0$ ならば $n=3$

〔２〕$b>0$ とし，$g(x)=x^3-3bx+3b^2$，$h(x)=x^3-x^2+b^2$ とおく。座標平面上の曲線 $y=g(x)$ を C_1，曲線 $y=h(x)$ を C_2 とする。

C_1 と C_2 は２交点で交わる。これらの交点の x 座標をそれぞれ α，β（$\alpha<\beta$）とすると，$\alpha=\boxed{\boldsymbol{b}}$，$\beta=\boxed{\boldsymbol{2b}}$ である。

$\alpha\leqq x\leqq\beta$ の範囲で C_1 と C_2 で囲まれた図形の面積をＳとする。また，$t>\beta$ とし，$\beta\leqq x\leqq t$ の範囲で C_1 と C_2 および直線 $x=t$ で囲まれた図形の面積をＴとする。　このとき，

$$\mathrm{S}=\int_{\alpha}^{\beta}\boxed{2}\,dx$$

$$\mathrm{T}=\int_{\beta}^{t}\boxed{1}\,dx$$

$$\mathrm{S}-\mathrm{T}=\int_{\alpha}^{t}\boxed{2}\,dx$$

であるので，

$$\mathrm{S}-\mathrm{T}=\frac{\boxed{-1}}{\boxed{6}}(2t^3-\boxed{9}\,bt^2+\boxed{12}\,b^2t-\boxed{5}\,b^3)$$

が得られる。

したがって，Ｓ＝Ｔ となるのは $t=\dfrac{\boxed{5}}{\boxed{2}}b$ のときである。

$\boxed{セ}$～$\boxed{タ}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

⓪　$\{g(x)+h(x)\}$	①　$\{g(x)-h(x)\}$
②　$\{h(x)-g(x)\}$	③　$\{2g(x)+2h(x)\}$
④　$\{2g(x)-2h(x)\}$	⑤　$\{2h(x)-2g(x)\}$
⑥　$2g(x)$	⑦　$2h(x)$

解説〔１〕 $f(x)=x^3-6ax+16$ のとき， $f'(x)=3x^2-6a=3(x^2-2a)$ であるから，

（１） $y=f(x)$ のグラフの概形は

$a=0$ のとき，①

$a<0$ のとき，⓪

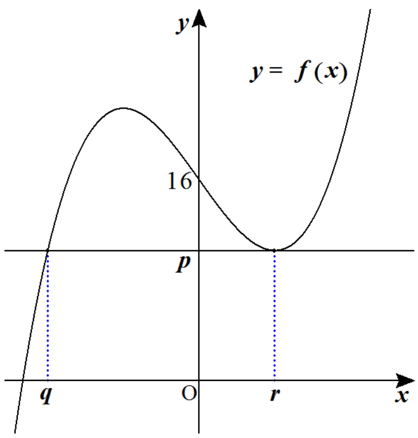
（２） $a>0$ のとき， $f'(x)=0$ を解くと， $x=\pm\sqrt{2a}$ であり，

極大値 $f(-\sqrt{2a})=-2\sqrt{2}a^{\frac{3}{2}}+6\sqrt{2}a^{\frac{3}{2}}+16=4\sqrt{2}a^{\frac{3}{2}}+16$

極小値 $f(\sqrt{2a})=2\sqrt{2}a^{\frac{3}{2}}-6\sqrt{2}a^{\frac{3}{2}}+16=-4\sqrt{2}a^{\frac{3}{2}}+16$ より，

曲線 $y=f(x)$ と直線 $y=p$ が３個の共有点をもつとき，

③ $-4\sqrt{2}a^{\frac{3}{2}}+16$ $<p<$ ② $4\sqrt{2}a^{\frac{3}{2}}+16$ である。



$p=-4\sqrt{2}a^{\frac{3}{2}}+16$ のとき，曲線 $y=f(x)$ と直線 $y=p$ は２個の共有点をもつ。

２個の共有点の x 座標を q， r （$q<r$）とする。

$x^3-6ax+16=-4\sqrt{2}a^{\frac{3}{2}}+16$ とおくと，

$x^3-6ax+4\sqrt{2}a^{\frac{3}{2}}=(x-\sqrt{2a})^2(x+2\sqrt{2a})=0$

より， $q=-2\sqrt{2}a^{\frac{1}{2}}$， $r=\sqrt{2}a^{\frac{1}{2}}$

（３）正しいものは.

① $a<0$ ならば $n=1$ （$a<0$ ならば，関数 $f(x)$ は単調増加　よって， $n=1$）

④ $n=3$ ならば $a>0$ （$n=3$ ならば 極小値 $-4\sqrt{2}a^{\frac{3}{2}}+16<0$ より， $a>0$）

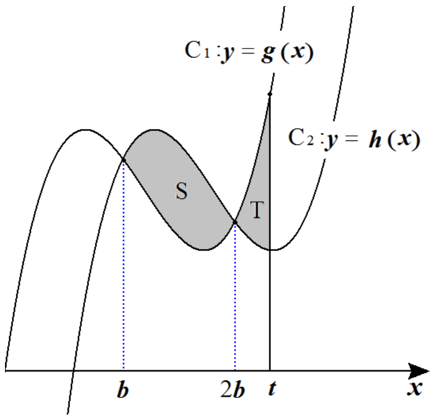
〔２〕 $g(x)=x^3-3bx+3b^2$， $h(x)=x^3-x^2+b^2$ （$b>0$）とおいて，

C_1 ： $y=g(x)$， C_2 ： $y=h(x)$ とする。

$x^3-3bx+3b^2=x^3-x^2+b^2$ とおくと，

$x^2-3bx+2b^2=(x-b)(x-2b)=0$

よって， $\alpha=b$， $\beta=2b$ であり，右図より，



$\mathrm{S}=\int_\alpha^\beta\{h(x)-g(x)\}dx$

$\mathrm{T}=\int_\beta^t\{g(x)-h(x)\}dx$

$\mathrm{S}-\mathrm{T}=\int_\alpha^\beta\{h(x)-g(x)\}dx+\int_\beta^t\{h(x)-g(x)\}dx$

$=\int_\alpha^t\{h(x)-g(x)\}dx=-\int_b^t(x^2-3bx+2b^2)dx=-\left[\frac{x^3}{3}-\frac{3b}{2}x^2+2b^2x\right]_b^t$

$=-\left(\frac{t^3}{3}-\frac{3b}{2}t^2+2b^2t\right)+\left(\frac{b^3}{3}-\frac{3}{2}b^3+2b^3\right)=-\frac{t^3}{3}+\frac{3b}{2}t^2-2b^2t+\frac{5}{6}b^3$

$=-\frac{1}{6}(2t^3-9bt^2+12b^2t-5b^3)$ これは， $t=\frac{5}{2}b$ のとき， 0 になる。 問題７２３→

問 題 編

問題７１６　**第２問（必答問題）**（配点　３０）　　（１５　センター試験　数ⅡＢ）

問題（１）関数 $f(x)=\dfrac{1}{2}x^2$ の $x=a$ における微分係数 $f'(a)$ を求めよう。h が０でないとき，

x が a から $a+h$ まで変化するときの $f(x)$ の平均変化率は $\boxed{\text{ア}}+\dfrac{h}{\boxed{\text{イ}}}$ である。

したがって，求める微分係数は

$$f'(a)=\lim_{h\to\boxed{\text{ウ}}}\left(\boxed{\text{ア}}+\frac{h}{\boxed{\text{イ}}}\right)=\boxed{\text{エ}}\quad \text{である。}$$

（２）放物線 $y=\dfrac{1}{2}x^2$ を Ｃとし，Ｃ上に点Ｐ$\left(a,\ \dfrac{1}{2}a^2\right)$ をとる。ただし，$a>0$ とする。

点ＰにおけるＣの接線 l の方程式は

$$y=\boxed{\text{オ}}x-\frac{1}{\boxed{\text{カ}}}a^2$$

である。直線 l と x 軸との交点Ｑの座標は $\left(\dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}},\ 0\right)$ である。点Ｑを

通り l に垂直な直線を m とすると，m の方程式は

$$y=\frac{\boxed{\text{ケコ}}}{\boxed{\text{サ}}}x+\frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}\quad \text{である。}$$

直線 m と y 軸との交点をＡとする。三角形ＡＰＱの面積をＳとおくと

$$\mathrm{S}=\frac{a\left(a^2+\boxed{\text{セ}}\right)}{\boxed{\text{ソ}}}$$

となる。また，y 軸と線分ＡＰおよび曲線Ｃによって囲まれた図形の面積をＴとおくと

$$\mathrm{T}=\frac{a\left(a^2+\boxed{\text{タ}}\right)}{\boxed{\text{チツ}}}$$

となる。$a>0$ の範囲におけるＳ－Ｔの値について調べよう。

$$\mathrm{S}-\mathrm{T}=\frac{a\left(a^2-\boxed{\text{テ}}\right)}{\boxed{\text{トナ}}}$$

である。$a>0$ であるから，Ｓ－Ｔ＞０ となるような a のとり得る値の範囲は

$a>\sqrt{\boxed{\text{ニ}}}$ である。また，$a>0$ のときのＳ－Ｔの増減を調べると，Ｓ－Ｔは

$a=\boxed{\text{ヌ}}$ で最小値 $\dfrac{\boxed{\text{ネノ}}}{\boxed{\text{ハヒ}}}$ をとることがわかる。

問題７１７　**第２問（必答問題）**（配点　３０）　　（１６　センター試験　数ⅡＢ）

問題　座標平面上で，放物線 $y=\dfrac{1}{2}x^2+\dfrac{1}{2}$ を C_1 とし，放物線 $y=\dfrac{1}{4}x^2$ を C_2 とする。

（１）実数 a に対して，２直線 $x=a$，$x=a+1$ と C_1，C_2 で囲まれた図形Ｄの面積Ｓは

$$\text{S}=\int_a^{a+1}\left(\frac{1}{\boxed{\text{ア}}}x^2+\frac{1}{\boxed{\text{イ}}}\right)dx$$

$$=\frac{a^2}{\boxed{\text{ウ}}}+\frac{a}{\boxed{\text{エ}}}+\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カキ}}}$$

である。Ｓは $a=\dfrac{\boxed{\text{クケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$ で最小値 $\dfrac{\boxed{\text{サシ}}}{\boxed{\text{スセ}}}$ をとる。

（２）４点$(a,\ 0)$，$(a+1,\ 0)$，$(a+1,\ 1)$，$(a,\ 1)$を頂点とする正方形をＲで表す。
a が $a\geqq 0$ の範囲を動くとき，正方形Ｒと（１）の図形Ｄの共通部分の面積をＴとおく。
Ｔが最大となる a の値を求めよう。

直線 $y=1$ は，C_1 と $(\pm\boxed{\text{ソ}},\ 1)$ で，C_2 と $(\pm\boxed{\text{タ}},\ 1)$ で交わる。
したがって，正方形Ｒと図形Ｄの共通部分が空集合にならないのは，$0\leqq a\leqq\boxed{\text{チ}}$ のときである。

$\boxed{\text{ソ}}\leqq a\leqq\boxed{\text{チ}}$ のとき，正方形Ｒは放物線 C_1 と x 軸の間にあり，この範囲で a が増加するとき，Ｔは $\boxed{\text{ツ}}$。$\boxed{\text{ツ}}$ に当てはまるものを，次の ⓪～② のうちから一つ選べ。

⓪　増加する　　①　減少する　　②　変化しない

したがって，Ｔが最大になる a の値は，$0\leqq a\leqq\boxed{\text{ソ}}$ の範囲にある。
$0\leqq a\leqq\boxed{\text{ソ}}$ のとき，（１）の図形Ｄのうち，正方形Ｒの外側にある部分の面積Ｕは

$$\text{U}=\frac{a^3}{\boxed{\text{テ}}}+\frac{a^2}{\boxed{\text{ト}}}$$

である。よって，$0\leqq a\leqq\boxed{\text{ソ}}$ において

$$\text{T}=-\frac{a^3}{\boxed{\text{ナ}}}-\frac{a^2}{\boxed{\text{ニ}}}+\frac{a}{\boxed{\text{ヌ}}}+\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カキ}}}\qquad\cdots\cdots\cdots\ ①$$

である。① の右辺の増減を調べることにより，Ｔは

$$a=\frac{\boxed{\text{ネノ}}+\sqrt{\boxed{\text{ハ}}}}{\boxed{\text{ヒ}}}$$

で最大値をとることがわかる。

問題７１８　**第２問（必答問題）**（配点　３０）　　（１７　センター試験　数ⅡＢ）

問題　Ｏを原点とする座標平面上の放物線 $y=x^2+1$ をＣとし，点$(a,\ 2a)$ をＰとする。

（１）点Ｐを通り，放物線Ｃに接する直線の方程式を求めよう。

Ｃ上の点$(t,\ t^2+1)$ における接線の方程式は

$$y=\boxed{ア}tx-t^2+\boxed{イ}$$

である。この直線がＰを通るとすると，t は方程式

$$t^2-\boxed{ウ}at+\boxed{エ}a-\boxed{オ}=0$$

を満たすから，$t=\boxed{カ}a-\boxed{キ}$，$\boxed{ク}$ である。よって，

$a\neq\boxed{ケ}$ のとき，Ｐを通るＣの接線は２本あり，それらの方程式は

$$y=(\boxed{コ}a-\boxed{サ})x-\boxed{シ}a^2+\boxed{ス}a \quad \cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

と

$$y=\boxed{セ}x$$　である。

（２）（１）の方程式 ① で表される直線を l とする。l と y 軸との交点を$\mathrm{R}(0,\ r)$ とすると，

$r=-\boxed{シ}a^2+\boxed{ス}a$ である。$r>0$ となるのは，$\boxed{ソ}<a<\boxed{タ}$ のときで

あり，このとき，三角形ＯＰＲの面積Ｓは

$$\mathrm{S}=\boxed{チ}\left(a^{\boxed{ツ}}-a^{\boxed{テ}}\right)$$　となる。

$\boxed{ソ}<a<\boxed{タ}$ のとき，Ｓの増減を調べると，Ｓは $a=\dfrac{\boxed{ト}}{\boxed{ナ}}$ で最大値 $\dfrac{\boxed{ニ}}{\boxed{ヌネ}}$

をとることがわかる。

（３）$\boxed{ソ}<a<\boxed{タ}$ のとき，放物線Ｃと（２）の直線 l および２直線 $x=0$，$x=a$

で囲まれた図形の面積をＴとすると

$$\mathrm{T}=\frac{\boxed{ノ}}{\boxed{ハ}}a^3-\boxed{ヒ}a^2+\boxed{フ}$$

である。$\dfrac{\boxed{ト}}{\boxed{ナ}}\leqq a<\boxed{タ}$ の範囲において，Ｔは $\boxed{ヘ}$。$\boxed{ヘ}$ に当てはまるもの

を，次の ⓪～⑤ のうちから一つ選べ。

⓪　減少する　　　　　①　極小値をとるが，極大値はとらない

②　増加する　　　　　③　極大値をとるが，極小値はとらない

④　一定である　　　　⑤　極小値と極大値の両方をとる

問題７１９　**第２問（必答問題）**（配点　３０）　　　（１８　センター試験　数ⅡＢ）

問題［１］$p>0$ とする。座標平面上の放物線 $y=px^2+qx+r$ をＣとし，直線 $y=2x-1$ を l とする。Ｃは点Ａ(１，１)において l と接しているとする。

（１）q と r を，p を用いて表そう。放物線Ｃ上の点Ａにおける接線 l の傾きは $\boxed{ア}$ であることから，$q=\boxed{イウ}p+\boxed{エ}$ がわかる。さらに，Ｃは点Ａを通ることから，$r=p-\boxed{オ}$ となる。

（２）$v>1$ とする。放物線Ｃと直線 l および直線 $x=v$ で囲まれた図形の面積Ｓは，

$$S=\frac{p}{\boxed{カ}}\left(v^3-\boxed{キ}v^2+\boxed{ク}v-\boxed{ケ}\right)$$ である。また，

x 軸と l および直線 $x=1$，$x=v$ で囲まれた図形の面積Ｔは，$T=v^{\boxed{コ}}-v$ である。

Ｕ＝Ｓ－Ｔは $v=2$ で極値をとるとする。このとき，$p=\boxed{サ}$ であり，$v>1$ の範囲でＵ＝０ となる v の値を v_0 とすると，

$$v_0=\frac{\boxed{シ}+\sqrt{\boxed{ス}}}{\boxed{セ}}$$ である。$1<v<v_0$ の範囲でＵは $\boxed{ソ}$。

$\boxed{ソ}$ に当てはまるものを，次の ⓪～④ のうちから一つ選べ。

⓪　つねに増加する　　①　つねに減少する　　②　正の値のみをとる

③　負の値のみをとる　　④　正と負のどちらの値もとる

$p=\boxed{サ}$ のとき，$v>1$ におけるＵの最小値は $\boxed{タチ}$ である。

［２］関数 $f(x)$ は $x\geqq 1$ の範囲でつねに $f(x)\leqq 0$ を満たすとする。$t>1$ のとき，曲線 $y=f(x)$ と x 軸および２直線 $x=1$，$x=t$ で囲まれた図形の面積をＷとする。t が $t>1$ の範囲を動くとき，Ｗは，底辺の長さが $2t^2-2$，他の２辺の長さがそれぞれ t^2+1 の二等辺三角形の面積とつねに等しいとする。このとき，$x>1$ における $f(x)$ を求めよう。

$F(x)$ を $f(x)$ の不定積分とする。一般に，$F'(x)=\boxed{ツ}$，Ｗ＝$\boxed{テ}$ が成り立つ。$\boxed{ツ}$，$\boxed{テ}$ に当てはまるものを，次の ⓪～⑧ のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを選んでもよい。

⓪　$-F(t)$　　①　$F(t)$　　②　$F(t)-F(1)$

③　$F(t)+F(1)$　　④　$-F(t)+F(1)$　　⑤　$-F(t)-F(1)$

⑥　$-f(x)$　　⑦　$f(x)$　　⑧　$f(x)-f(1)$

したがって，$t>1$ において，

$$f(t)=\boxed{トナ}\,t^{\boxed{ニ}}+\boxed{ヌ}$$ である。

よって，$x>1$ における $f(x)$ がわかる。

問題７２０　**第２問（必答問題）**（配点　３０）　（１９　センター試験　数ⅡＢ）

問題　p，q を実数とし，関数 $f(x)=x^3+px^2+qx$ は $x=-1$ で極値２をとるとする。また，座標平面上の曲線 $y=f(x)$ をＣ，放物線 $y=-kx^2$ をＤ，放物線Ｄ上の点$(a,\ -ka^2)$ をＡとする。ただし，$k>0$，$a>0$ である。

（１）関数 $f(x)$ が $x=-1$ で極値をとるので，$f'(-1)=$ $\boxed{\text{ア}}$ である。これと $f(-1)=2$ より，$p=$ $\boxed{\text{イ}}$，$q=$ $\boxed{\text{ウエ}}$ である。よって，$f(x)$ は $x=$ $\boxed{\text{オ}}$ で極小値 $\boxed{\text{カキ}}$ をとる。

（２）点Ａにおける放物線Ｄの接線を l とする。Ｄと l および x 軸で囲まれた図形の面積Ｓを a と k を用いて表そう。l の方程式は

$$y=\boxed{\text{クケ}}\,kax+ka^{\boxed{\text{コ}}} \quad \cdots\cdots ①$$

と表せる。l と x 軸の交点の x 座標は $\dfrac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$ であり，Ｄと x 軸および直線 $x=a$ で囲まれた図形の面積は $\dfrac{k}{\boxed{\text{ス}}}a^{\boxed{\text{セ}}}$ である。よって，$\text{S}=\dfrac{k}{\boxed{\text{ソタ}}}a^{\boxed{\text{セ}}}$ である。

（３）さらに，点Ａが曲線Ｃ上にあり，かつ（２）の接線 l がＣにも接するとする。このときの（２）のＳの値を求めよう。

ＡがＣ上にあるので，$k=\dfrac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}-\boxed{\text{テ}}$ である。

l とＣの接点の x 座標を b とすると，l の方程式は b を用いて

$$y=\boxed{\text{ト}}\,(b^2-\boxed{\text{ナ}}\,)\,x-\boxed{\text{ニ}}\,b^3 \quad \cdots\cdots ②$$

と表される。② の右辺を $g(x)$ とおくと

$$f(x)-g(x)=(x-\boxed{\text{ヌ}}\,)^2(x+\boxed{\text{ネ}}\,b)$$

と因数分解されるので，$a=-\boxed{\text{ネ}}\,b$ となる。① と② の表す直線の傾きを比較することにより，$a^2=\dfrac{\boxed{\text{ノハ}}}{\boxed{\text{ヒ}}}$ である。したがって，求めるＳの値は $\dfrac{\boxed{\text{フ}}}{\boxed{\text{ヘホ}}}$ である。

問題７２１　**第２問（必答問題）**（配点　３０）　　（２０　センター試験　数ⅡＢ）

問題　$a>0$ とし，$f(x)=x^2-(4a-2)x+4a^2+1$ とおく。座標平面上で，放物線 $y=x^2+2x+1$ をＣ，放物線 $y=f(x)$ をＤとする。また，l をＣとＤの両方に接する直線とする。

（１）l の方程式を求めよう。

l とＣは点$(t,\ t^2+2t+1)$ において接するとすると，l の方程式は

$$y=(\boxed{ア}\,t+\boxed{イ})\,x-t^2+\boxed{ウ} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

である。また，l とＤは点$(s,\ f(s))$ において接するとすると，l の方程式は

$$y=(\boxed{エ}\,s-\boxed{オ}\,a+\boxed{カ})\,x-s^2+\boxed{キ}\,a^2+\boxed{ク} \quad \cdots\cdots\cdots ②$$

である。ここで，① と② は同じ直線を表しているので，$t=\boxed{ケ}$，$s=\boxed{コ}\,a$ が成り立つ。

したがって，l の方程式は $y=\boxed{サ}\,x+\boxed{シ}$ である。

（２）二つの放物線Ｃ，Ｄの交点の x 座標は $\boxed{ス}$ である。

Ｃと直線 l，および直線 $x=\boxed{ス}$ で囲まれた図形の面積をＳとすると，

$$S=\frac{a^{\boxed{セ}}}{\boxed{ソ}}$$ である。

（３）$a \geqq \dfrac{1}{2}$ とする。二つの放物線Ｃ，Ｄと直線 l で囲まれた図形の中で，$0 \leqq x \leqq 1$ を満たす部分の面積Ｔは，$a>\boxed{タ}$ のとき，a の値によらず

$$T=\frac{\boxed{チ}}{\boxed{ツ}}$$

であり，$\dfrac{1}{2} \leqq a \leqq \boxed{タ}$ のとき

$$T=-\boxed{テ}\,a^3+\boxed{ト}\,a^2-\boxed{ナ}\,a+\frac{\boxed{ニ}}{\boxed{ヌ}}$$

である。

（４）次に，（２），（３）で定めたＳ，Ｔに対して，Ｕ＝２Ｔ－３Ｓ とおく。a が $\dfrac{1}{2} \leqq a \leqq \boxed{タ}$ の範囲を動くとき，Ｕ は $a=\dfrac{\boxed{ネ}}{\boxed{ノ}}$ で最大値 $\dfrac{\boxed{ハ}}{\boxed{ヒフ}}$ をとる。

問題７２２　**第２問（必答問題）**（配点　３０）　　（２１　共通テスト　数ⅡＢ）

問題（１）座標平面上で，次の二つの２次関数のグラフについて考える。

$$y=3x^2+2x+3 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

$$y=2x^2+2x+3 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ②$$

①，② の２次関数のグラフには次の**共通点**がある。

共通点

・ y 軸との交点の y 座標は $\boxed{\text{ア}}$ である。

・ y 軸との交点における接線の方程式は $y=\boxed{\text{イ}}\,x+\boxed{\text{ウ}}$ である。

次の ⓪～⑤ の２次関数のグラフのうち， y 軸との交点における接線の方程式が $y=\boxed{\text{イ}}\,x+\boxed{\text{ウ}}$ となるものは $\boxed{\text{エ}}$ である。

$\boxed{\text{エ}}$ の解答群

⓪ $y=3x^2-2x-3$	① $y=-3x^2+2x-3$
② $y=2x^2+2x-3$	③ $y=2x^2-2x+3$
④ $y=-x^2+2x+3$	⑤ $y=-x^2-2x+3$

a， b， c を０でない実数とする。

曲線 $y=ax^2+bx+c$ 上の点$(0,\ \boxed{\text{オ}}\ )$における接線を l とすると，その方程式は

$y=\boxed{\text{カ}}\,x+\boxed{\text{キ}}$ である。接線 l と x 軸との交点の x 座標は $\dfrac{\boxed{\text{クケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$ である。

a， b， c が正の実数であるとき，曲線 $y=ax^2+bx+c$ と接線 l および直線

$x=\dfrac{\boxed{\text{クケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$ で囲まれた図形の面積をＳとすると， $S=\dfrac{ac^{\boxed{\text{サ}}}}{\boxed{\text{シ}}\,b^{\boxed{\text{ス}}}}$ 　$\cdots\cdots\cdots\cdots$ ③

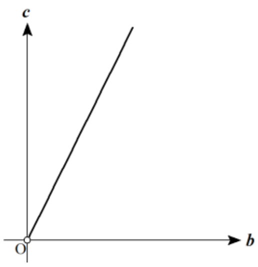
である。

③ において， $a=1$ とし，Ｓの値が一定となるように正の実数 b， c の値を変化させる。

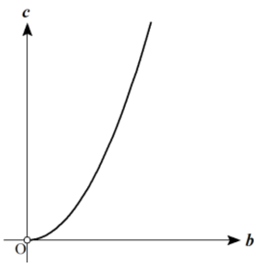
このとき， b と c の関係を表すグラフの概形は $\boxed{\text{セ}}$ である。

$\boxed{\text{セ}}$ については，最も適当なものを，次の ⓪～⑤ のうちから一つ選べ。

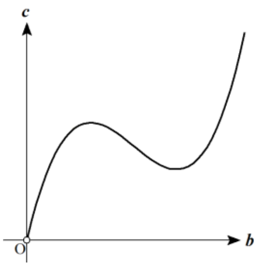
⓪



①

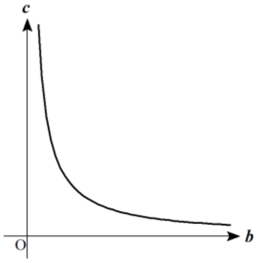


②

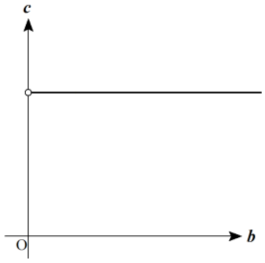


問題

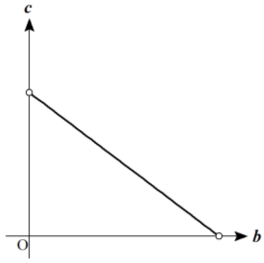
③



④



⑤



（２）座標平面上で，次の三つの３次関数のグラフについて考える。

$y = 4x^3 + 2x^2 + 3x + 5$ ………………………………… ④

$y = -2x^3 + 7x^2 + 3x + 5$ ………………………………… ⑤

$y = 5x^3 - x^2 + 3x + 5$ ………………………………… ⑥

④，⑤，⑥ の３次関数のグラフには次の**共通点**がある。

共通点

・ y 軸との交点の y 座標は $\boxed{\text{ソ}}$ である。

・ y 軸との交点における接線の方程式は $y = \boxed{\text{タ}}\, x + \boxed{\text{チ}}$ である。

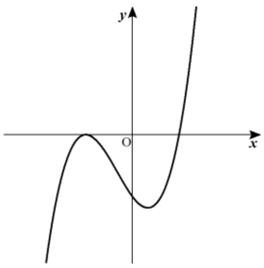
a，b，c，d を０でない実数とする。曲線 $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ 上の点$(0,\ \boxed{\text{ツ}})$ における接線の方程式は $y = \boxed{\text{テ}}\, x + \boxed{\text{ト}}$ である。

次に，$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$，$g(x) = \boxed{\text{テ}}\, x + \boxed{\text{ト}}$ とし，$f(x) - g(x)$ について考える。$h(x) = f(x) - g(x)$ とおく。a，b，c，d が正の実数であるとき，$y = h(x)$ のグラフの概形は $\boxed{\text{ナ}}$ である。

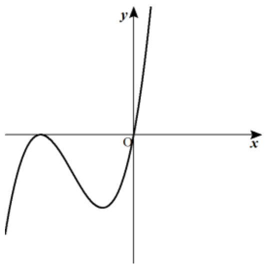
$y = f(x)$ のグラフと $y = g(x)$ のグラフの共有点の x 座標は $\dfrac{\boxed{\text{ニヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}}$ と $\boxed{\text{ノ}}$ である。また，x が $\dfrac{\boxed{\text{ニヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}}$ と $\boxed{\text{ノ}}$ の間を動くとき，$|f(x) - g(x)|$ の値が最大になるのは，$x = \dfrac{\boxed{\text{ハヒフ}}}{\boxed{\text{ヘホ}}}$ のときである。

$\boxed{\text{ナ}}$ については，最も適当なものを，次の ⓪～⑤ のうちから一つ選べ。

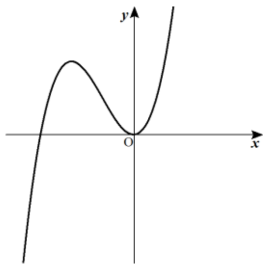
⓪



①

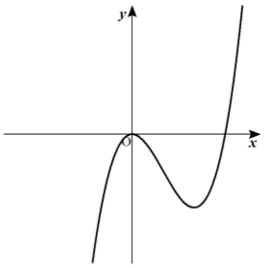


②

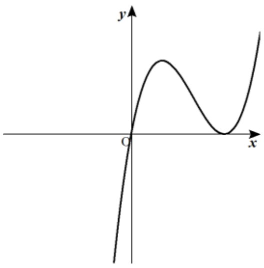


問題

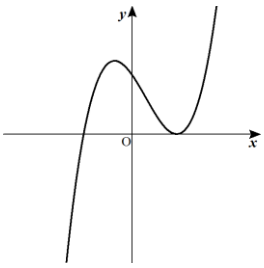
③



④



⑤



問題７２３　**第２問（必答問題）**（配点　３０）　　（２２　共通テスト　数ⅡＢ）

問題〔１〕a を実数とし，$f(x)=x^3-6ax+16$ とおく。

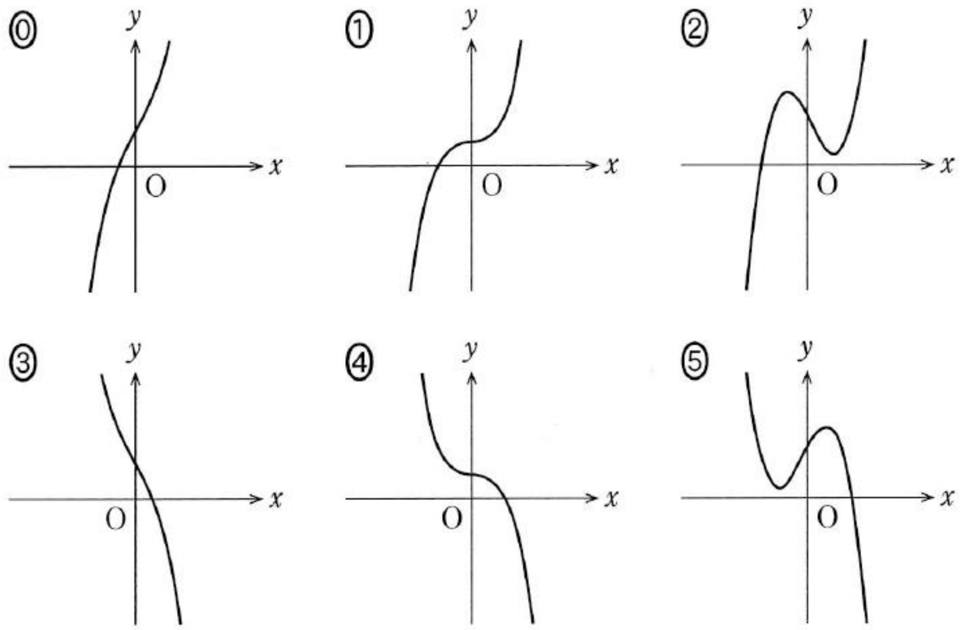
（１）$y=f(x)$ のグラフの概形は

$a=0$ のとき，$\boxed{\text{ア}}$

$a<0$ のとき，$\boxed{\text{イ}}$

である。

$\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イ}}$ については，最も適当なものを，次の ⓪〜⑤ のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。



（２）$a>0$ とし，p を実数とする。座標平面上の曲線 $y=f(x)$ と直線 $y=p$ が３個の共有点をもつような p の値の範囲は $\boxed{\text{ウ}}<p<\boxed{\text{エ}}$ である。

$p=\boxed{\text{ウ}}$ のとき，曲線 $y=f(x)$ と直線 $y=p$ は２個の共有点をもつ。それらの x 座標を q，r（$q<r$）とする。曲線 $y=f(x)$ と直線 $y=p$ が点$(r,\ p)$で接することに注意すると

$$q=\boxed{\text{オカ}}\sqrt{\boxed{\text{キ}}}\,a^{\frac{1}{2}},\quad r=\sqrt{\boxed{\text{ク}}}\,a^{\frac{1}{2}}$$

と表せる。

$\boxed{\text{ウ}}$，$\boxed{\text{エ}}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

⓪ $2\sqrt{2}a^{\frac{3}{2}}+16$	① $-2\sqrt{2}a^{\frac{3}{2}}+16$
② $4\sqrt{2}a^{\frac{3}{2}}+16$	③ $-4\sqrt{2}a^{\frac{3}{2}}+16$
④ $8\sqrt{2}a^{\frac{3}{2}}+16$	⑤ $-8\sqrt{2}a^{\frac{3}{2}}+16$

問題　（３）方程式 $f(x)=0$ の異なる実数解の個数を n とする。次の ⓪～⑤ のうち，正しいものは $\boxed{\text{ケ}}$ と $\boxed{\text{コ}}$ である。

$\boxed{\text{ケ}}$，$\boxed{\text{コ}}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

⓪　$n=1$ ならば $a<0$	①　$a<0$ ならば $n=1$
②　$n=2$ ならば $a<0$	③　$a<0$ ならば $n=2$
④　$n=3$ ならば $a>0$	⑤　$a>0$ ならば $n=3$

〔２〕$b>0$ とし，$g(x)=x^3-3bx+3b^2$，$h(x)=x^3-x^2+b^2$ とおく。座標平面上の曲線 $y=g(x)$ を C_1，曲線 $y=h(x)$ を C_2 とする。

C_1 と C_2 は２交点で交わる。これらの交点の x 座標をそれぞれ α，β（$\alpha<\beta$）とすると，$\alpha=\boxed{\text{サ}}$，$\beta=\boxed{\text{シス}}$ である。

$\alpha\leqq x\leqq\beta$ の範囲で C_1 と C_2 で囲まれた図形の面積をＳとする。また，$t>\beta$ とし，$\beta\leqq x\leqq t$ の範囲で C_1 と C_2 および直線 $x=t$ で囲まれた図形の面積をＴとする。　このとき，

$$\mathrm{S}=\int_\alpha^\beta \boxed{\text{セ}}\,dx$$

$$\mathrm{T}=\int_\beta^t \boxed{\text{ソ}}\,dx$$

$$\mathrm{S}-\mathrm{T}=\int_\alpha^t \boxed{\text{タ}}\,dx$$

であるので，

$$\mathrm{S}-\mathrm{T}=\frac{\boxed{\text{チツ}}}{\boxed{\text{テ}}}(2t^3-\boxed{\text{ト}}\,bt^2+\boxed{\text{ナニ}}\,b^2t-\boxed{\text{ヌ}}\,b^3)$$

が得られる。

したがって，Ｓ＝Ｔ となるのは $t=\dfrac{\boxed{\text{ネ}}}{\boxed{\text{ノ}}}b$ のときである。

$\boxed{\text{セ}}$～$\boxed{\text{タ}}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

⓪　$\{g(x)+h(x)\}$	①　$\{g(x)-h(x)\}$
②　$\{h(x)-g(x)\}$	③　$\{2g(x)+2h(x)\}$
④　$\{2g(x)-2h(x)\}$	⑤　$\{2h(x)-2g(x)\}$
⑥　$2g(x)$	⑦　$2h(x)$