問題のタイトル一覧

確率分布と統計的な推測

問題Ｂ０２　**第５問（選択問題）**（配点　２０）　（１５　センター試験　数ⅡＢ　改）

解答

以下の問題を解答するにあたっては，必要に応じて正規分布表（省略）を用いてよい。

（１）袋の中に白球が４個，赤球が３個入っている。この袋の中から同時に３個の球を取り出すとき，白球の個数をＷとする。確率変数Ｗについて，

$P(W=0)=\dfrac{\boxed{1}}{\boxed{35}}$ ，$P(W=1)=\dfrac{\boxed{12}}{\boxed{35}}$ ，$P(W=2)=\dfrac{\boxed{18}}{\boxed{35}}$ ，$P(W=3)=\dfrac{\boxed{4}}{\boxed{35}}$

であり，期待値（平均）は $\dfrac{\boxed{12}}{\boxed{7}}$ ，分散は $\dfrac{\boxed{24}}{\boxed{49}}$ である。

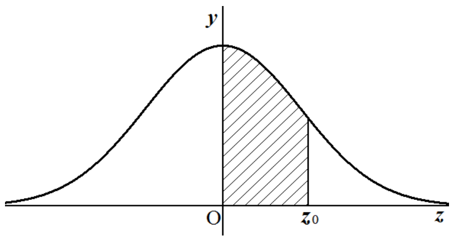
（２）確率変数Ｚが標準正規分布に従うとき，Ｐ(－$\boxed{3}$≦Ｚ≦$\boxed{3}$)＝0.99 が成り立つ。
$\boxed{タ}$ に当てはまる最も適切なものを，次の ⓪～③ のうちから一つ選べ。

⓪　1.64　①　1.96　②　2.33　③　2.58

（３）母標準偏差σの母集団から，大きさnの無作為標本を抽出する。ただし，nは十分に大きいとする。この標本から得られる母平均mの信頼度（信頼係数）９５％の信頼区間を Ａ≦m≦Ｂ とし，この信頼区間の幅L_1 を L_1＝Ｂ－Ａ で定める。

この標本から得られる信頼度９９％の信頼区間を Ｃ≦m≦Ｄ とし，この信頼区間の幅L_2 を L_2＝Ｄ－Ｃ で定めると $\dfrac{L_2}{L_1}=\boxed{1}.\boxed{3}$ が成り立つ。

また，同じ母集団から，大きさ$4n$の無作為標本を抽出して得られる母平均mの信頼度９５％の信頼区間を Ｅ≦m≦Ｆ とし，この信頼区間の幅L_3 を L_3＝Ｆ－Ｅ で定める。このとき $\dfrac{L_3}{L_1}=\boxed{0}.\boxed{5}$ が成り立つ。



次の表（省略）は，標準正規分布の分布曲線における上図の斜線部分の面積の値をまとめたものである。

解説（１）$P(W=0)=\dfrac{{}_3C_3}{{}_7C_3}=\dfrac{1}{35}$，$P(W=1)=\dfrac{{}_4C_1\times{}_3C_2}{{}_7C_3}=\dfrac{12}{35}$，$P(W=2)=\dfrac{{}_4C_2\times{}_3C_1}{{}_7C_3}=\dfrac{18}{35}$，

$P(W=3)=\dfrac{{}_4C_3}{{}_7C_3}=\dfrac{4}{35}$　であり，

$E(W)=1\times\dfrac{12}{35}+2\times\dfrac{18}{35}+3\times\dfrac{4}{35}=\dfrac{60}{35}=\dfrac{12}{7}$，$E(W^2)=1\times\dfrac{12}{35}+4\times\dfrac{18}{35}+9\times\dfrac{4}{35}=\dfrac{120}{35}=\dfrac{24}{7}$　より，

$V(W)=E(W^2)-\{E(W)\}^2=\dfrac{24}{7}-\dfrac{144}{49}=\dfrac{24}{49}$

（２）確率変数Ｚが標準正規分布に従うとき，Ｐ(－２．５８≦Ｚ≦２．５８)＝0.99

（３）大きさnの標本平均を$\overline{X}$ とすると，

母平均mの信頼度９５％の信頼区間は，$\overline{X}-1.96\cdot\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}\leqq m\leqq\overline{X}+1.96\cdot\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$

母平均mの信頼度９９％の信頼区間は，$\overline{X}-2.58\cdot\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}\leqq m\leqq\overline{X}+2.58\cdot\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$　であるから．

解説　$L_1 = 2\times 1.96\cdot\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$，　$L_2 = 2\times 2.58\cdot\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$

よって，$\dfrac{L_2}{L_1} = \dfrac{2.58}{1.96} \fallingdotseq$ １．３１

次に，大きさ $4n$ の標本平均を $\overline{X}$ とすると，

母平均 m の信頼度９５％の信頼区間は，$\overline{X} - 1.96\cdot\dfrac{\sigma}{\sqrt{4n}} \leqq m \leqq \overline{X} + 1.96\cdot\dfrac{\sigma}{\sqrt{4n}}$ であるから，

$L_3 = 2\times 1.96\cdot\dfrac{\sigma}{\sqrt{4n}} = 2\times 0.98\cdot\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$

よって，$\dfrac{L_3}{L_1} = \dfrac{0.98}{1.96} =$ ０．５

問題Ｂ０２➔

問題Ｂ０３　**第５問（選択問題）**（配点　２０）　　　　　　　　　（１６　センター試験　数ⅡＢ　改）

解答

n を自然数とする。原点Ｏから出発して数直線上を n 回移動する点Ａを考える。点Ａは１回ごとに，確率 p で正の向きに３だけ移動し，確率 $1-p$ で負の向きに１だけ移動する。ここで，$0<p<1$ である。n 回移動した後の点Ａの座標をＸとし，n 回の移動のうち正の向きの移動の回数をＹとする。

以下の問題を解答するにあたっては，必要に応じて正規分布表（省略）を用いてもよい。

（１）$p=\dfrac{1}{3}$，$n=2$ のとき，確率変数Ｘのとり得る値は小さい順に $-\boxed{2}$，$\boxed{2}$，$\boxed{6}$ であり，

これらの値をとる確率はそれぞれ $\dfrac{\boxed{4}}{\boxed{9}}$，$\dfrac{\boxed{4}}{\boxed{9}}$，$\dfrac{\boxed{1}}{\boxed{9}}$ である。

（２）n 回移動したとき，ＸとＹの間に $X=\boxed{-}\,n+\boxed{4}\,Y$ の関係が成り立つ。

確率変数Ｙの平均（期待値）は $\boxed{0}$，分散は $\boxed{1}$ なので，Ｘの平均は $\boxed{9}$，分散は $\boxed{8}$ である。$\boxed{コ}$ ～ $\boxed{ス}$ に当てはまるものを，次の ⓪～ⓑ のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

⓪ np	① $np(1-p)$	② $\dfrac{p(1-p)}{n}$
③ $2np$	④ $2np(1-p)$	⑤ $p(1-p)$
⑥ $4np$	⑦ $4np(1-p)$	⑧ $16np(1-p)$
⑨ $4np-n$	ⓐ $4np(1-p)-n$	ⓑ $16np(1-p)-n$

（３）$p=\dfrac{1}{4}$ のとき，１２００回移動した後の点Ｐの座標Ｘが１２０以上になる確率の近似値を求めよう。（２）により，Ｙの平均は $\boxed{300}$，標準偏差は $\boxed{15}$ であり，求める確率は次のようになる。

$$P(X \geqq 120)=P\left(\frac{Y-\boxed{300}}{\boxed{15}} \geqq \boxed{2}.\boxed{00}\right)$$

いま，標準正規分布に従う確率変数をＺとすると，$n=1200$ は十分に大きいので，求める確率の近似値は正規分布表から次のように求められる。

$$P(Z \geqq \boxed{2}.\boxed{00})=0.\boxed{023}$$

（４）p の値がわからないとする。２４００回移動した後の点Ｐの座標が $X=1440$ のとき，p に対する信頼度９５％の信頼区間を求めよう。

n 回移動したときにＹがとる値を y とし，$r=\dfrac{y}{n}$ とおくと，n が十分に大きいならば，確率変数 $R=\dfrac{Y}{n}$ は近似的に平均 p，分散 $\dfrac{p(1-p)}{n}$ の正規分布に従う。

$n=2400$ は十分に大きいので，このことを利用し，分散を $\dfrac{r(1-r)}{n}$ で置き換えることにより，求める信頼区間は $0.\boxed{380} \leqq p \leqq 0.\boxed{420}$ となる。

解説（１） $p=\frac{1}{3}$，$n=２$ のとき，確率変数Xのとり得る値は小さい順に－２，２，６ であり，

$P(X=-2)={}_2C_0\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{4}{9}$，$P(X=2)={}_2C_1\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{2}{3}\right)=\frac{4}{9}$，$P(X=6)={}_2C_2\left(\frac{1}{3}\right)^2=\frac{1}{9}$

（２） X＝３Y－(n－Y)＝４Y－n の関係が成り立つ。Yは二項分布 $B(n\,,\,p)$ に従うので，

$E(Y)=np$，　$V(Y)=np(1-p)$　であるから，

$E(X)=4E(Y)-n=4np-n$，　$V(X)=16V(Y)=16np(1-p)$

（３） $n=１２００$，$p=\frac{1}{4}$ のとき，Yは二項分布 $B(1200\,,\,\frac{1}{4})$ に従うので，

$E(Y)=1200\times\frac{1}{4}=３００$，　$V(Y)=1200\times\frac{1}{4}\times\frac{3}{4}=２２５$　であるから，$\sigma(Y)=１５$

X＝４Y－１２００≧１２０　とおくと，４Y≧１３２０　よって，Y≧３３０　より，

$P(X\geqq 120)=P(Y\geqq 330)=P\left(\frac{Y-300}{15}\geqq 2.00\right)$

ここで，標準正規分布より，$P(0\leqq Z\leqq 2.00)=0.4772$　であるから，

$P(Z\geqq 2.00)=0.5-0.4772=0.0228$≒０．０２３

（４） $n=２４００$ のとき，

X＝４Y－２４００＝１４４０　とおくと，４Y＝３８４０　よって，Y＝９６０　より，

$r=\frac{Y}{n}=\frac{960}{2400}=\frac{2}{5}$　である。

確率変数 $\frac{Y}{n}$ が近似的に平均 p，分散 $\frac{r(1-r)}{n}$ の正規分布に従うと考えると，母比率 p に対する信頼度９５％の信頼区間は，

$$\frac{2}{5}-1.96\times\sqrt{\frac{1}{2400}\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{5}}\leqq p\leqq\frac{2}{5}+1.96\times\sqrt{\frac{1}{2400}\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{5}}$$

$$\frac{2}{5}-1.96\times\frac{1}{100}\leqq p\leqq\frac{2}{5}+1.96\times\frac{1}{100}$$

$$0.4-0.0196\leqq p\leqq 0.4+0.0196$$

よって，$0.380\leqq p\leqq 0.420$

問題Ｂ０３➜

問題Ｂ０５　**第５問（選択問題）**（配点　２０）　　（１７　センター試験　数ⅡＢ　改）

解答

以下の問題を解答するにあたっては，必要に応じて正規分布表（省略）を用いてもよい。

（１）１回の試行において，事象Ａの起こる確率が p，起こらない確率が $1-p$ であるとする。この試行を n 回繰り返すとき，事象Ａの起こる回数をＷとする。確率変数Ｗの平均（期待値）m が $\dfrac{1216}{27}$，標準偏差 σ が $\dfrac{152}{27}$ であるとき，$n=\boxed{152}$，$p=\dfrac{\boxed{8}}{\boxed{27}}$ である。

（２）（１）の反復試行において，Ｗが３８以上となる確率の近似値を求めよう。いま

$$P(W\geqq 38)=P\left(\frac{W-m}{\sigma}\geqq -\boxed{1}.\boxed{25}\right)$$

と変形できる。ここで，$Z=\dfrac{W-m}{\sigma}$ とおき，Ｗの分布を正規分布で近似すると，正規分布表から確率の近似値は次のように求められる。

$$P(Z\geqq -\boxed{1}.\boxed{25})=0.\boxed{89}$$

（３）連続型確率変数Ｘのとり得る値 x の範囲が $s\leqq x\leqq t$ で，確率密度関数が $f(x)$ のとき，Ｘの平均 $E(X)$ は次の式で与えられる。

$$E(X)=\int_s^t x f(x)\,dx$$

a を正の実数とする。連続型確率変数Ｘのとり得る値 x の範囲が $-a\leqq x\leqq 2a$ で，確率密度関数が

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{2}{3a^2}(x+a) & (-a\leqq x\leqq 0 \text{ のとき})\\[2mm] \dfrac{1}{3a^2}(2a-x) & (0\leqq x\leqq 2a \text{ のとき})\end{cases}$$

であるとする。このとき，$a\leqq x\leqq \dfrac{3}{2}a$ となる確率は $\dfrac{\boxed{1}}{\boxed{8}}$ である。

また，Ｘの平均は $\dfrac{\boxed{a}}{\boxed{3}}$ である。さらに，$Y=2X+7$ とおくと，Ｙの平均は $\dfrac{\boxed{2a}}{\boxed{3}}+\boxed{7}$ である。

解説（１）$E(W)=np=\dfrac{1216}{27}$，$V(W)=np(1-p)=\dfrac{152^2}{27^2}$ であるから，

$$1-p=\frac{152^2}{27^2}\cdot\frac{27}{1218}=\frac{152}{27}\cdot\frac{76}{609}\fallingdotseq\frac{1}{27}\cdot\frac{76}{4}=\frac{19}{27}\quad \text{より，}\quad p=\frac{8}{27},\quad n=\frac{1216}{27}\cdot\frac{27}{8}=152$$

（２）Ｗ＝３８ のとき，$\dfrac{W-m}{\sigma}=\dfrac{38\times 27-1216}{152}=-\dfrac{190}{152}=-1.25$ より，

$P(W\geqq 38)=P\left(\dfrac{W-m}{\sigma}\geqq -1.25\right)$ であり，$Z=\dfrac{W-m}{\sigma}$ とおくと，

$$P(Z\geqq -1.25)=0.5+P(0\leqq Z\leqq 1.25)=0.5+0.39=0.89$$

解説（３） $P\left(a \leqq x \leqq \frac{3}{2}a\right) = \frac{1}{3a^2}\int_a^{\frac{3}{2}a}(2a-x)\,dx = \frac{1}{3a^2}\left[2ax - \frac{x^2}{2}\right]_a^{\frac{3}{2}a}$

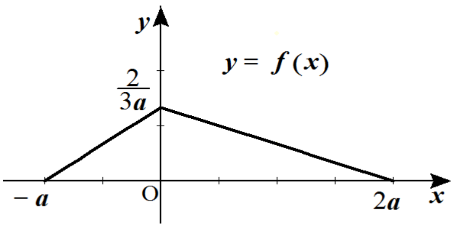
$$= \frac{1}{3a^2}\left\{2a\left(\frac{3}{2}a - a\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{9}{4}a^2 - a^2\right)\right\} = \frac{1}{3a^2}\left(a^2 - \frac{5}{8}a^2\right) = \frac{1}{8}$$

$$E(X) = \frac{2}{3a^2}\int_{-a}^{0} x(x+a)\,dx + \frac{1}{3a^2}\int_0^{2a} x(2a-x)\,dx$$

$$= \frac{2}{3a^2}\left[\frac{x^3}{3} + \frac{a}{2}x^2\right]_{-a}^{0} + \frac{1}{3a^2}\left[a x^2 - \frac{x^3}{3}\right]_0^{2a}$$

$$= -\frac{2}{3a^2}\left(-\frac{a^3}{3} + \frac{a^3}{2}\right) + \frac{1}{3a^2}\left(4a^3 - \frac{8}{3}a^3\right)$$

$$= -\frac{a}{9} + \frac{4}{9}a = \frac{a}{3}$$



また，Ｙ＝２Ｘ＋７　とおくと，$E(Y) = \frac{2}{3}a + 7$

問題Ｂ０５➔

問題Ｂ０６　**第５問（選択問題）**（配点　２０）　　（１８　センター試験　数ⅡＢ　改）

解答

以下の問題を解答するにあたっては，必要に応じて正規分布表（省略）を用いてもよい。

（１）a を正の整数とする。２，４，６，…，$2a$ の数字がそれぞれ一つずつ書かれた a 枚のカードが箱に入っている。この箱から１枚のカードを無作為に取り出すとき，そこに書かれた数字を表す確率変数をＸとする。このとき，Ｘ＝$2a$ となる確率は $\dfrac{\boxed{1}}{\boxed{a}}$ である。

a＝５ とする。Ｘの平均（期待値）は $\boxed{6}$，分散は $\boxed{8}$ である。

また，s，t は定数で s＞０ のとき，$sX+t$ の平均が２０，分散が３２となるように s，t を定めると，$s=\boxed{2}$，$t=\boxed{8}$ である。このとき，$sX+t$ が２０以上である確率は０．$\boxed{6}$ である。

（２）（１）の箱のカードの枚数 a は３以上とする。この箱から３枚のカードを同時に取り出し，それらのカードを横１列に並べる。この試行において，カードの数字が左から小さい順に並んでいる事象をＡとする。このとき，事象Ａの起こる確率は $\dfrac{\boxed{1}}{\boxed{6}}$ である。

この試行を１８０回繰り返すとき，事象Ａが起こる回数を表す確率変数をＹとすると，Ｙの平均 m は $\boxed{30}$，Ｙの分散 σ^2 は $\boxed{25}$ である。ここで，事象Ａが１８回以上３６回以下起こる確率の近似値を次のようにして求めよう。

試行回数１８０は大きいことから，Ｙは近似的に平均 $m=\boxed{30}$，標準偏差 $\sigma=\sqrt{\boxed{25}}$ の正規分布に従うと考えられる。ここで，$Z=\dfrac{Y-m}{\sigma}$ とおくと，求める確率の近似値は次のようになる。

$$P(18 \leqq Y \leqq 36) = P(-\boxed{2}.\boxed{40} \leqq Z \leqq \boxed{1}.\boxed{20})$$
$$= 0.\boxed{88}$$

（３）ある都市での世論調査において，無作為に４００人の有権者を選び，ある政策に対する賛否を調べたところ，３２０人が賛成であった。この都市の有権者全体のうち，この政策の賛成者の母比率 p に対する信頼度９５％の信頼区間を求めたい。

この調査での賛成者の比率（以下，これを標本比率という）は０．$\boxed{8}$ である。標本の大きさが４００と大きいので，二項分布の正規分布による近似を用いると，p に対する信頼度９５％の信頼区間は　　０．$\boxed{76} \leqq p \leqq$ ０．$\boxed{84}$　である。

母比率 p に対する信頼区間Ａ≦ p ≦Ｂ において，Ｂ－Ａをこの信頼区間の幅とよぶ。以下，Ｒを標本比率とし，p に対する信頼度９５％の信頼区間を考える。

上で求めた信頼区間の幅を L_1

標本の大きさが４００の場合にＲ＝０．６が得られたときの信頼区間の幅を L_2

標本の大きさが５００の場合にＲ＝０．８が得られたときの信頼区間の幅を L_3

とする。このとき，L_1，L_2，L_3 について $\boxed{4}$ が成り立つ。$\boxed{ヒ}$ に当てはまるものを，次の ⓪～⑤ のうちから一つ選べ。

⓪　$L_1 < L_2 < L_3$　　①　$L_1 < L_3 < L_2$　　②　$L_2 < L_1 < L_3$

③　$L_2 < L_3 < L_1$　　④　$L_3 < L_1 < L_2$　　⑤　$L_3 < L_2 < L_1$

解説（１）$X=2a$ となる確率は，$\dfrac{1}{a}$ であり，

$a=5$ のとき，$E(X)=\dfrac{1}{5}(2+4+6+8+10)=6$，$V(X)=\dfrac{1}{5}(4^2+2^2+0^2+2^2+4^2)=8$

また，$E(sX+t)=sE(X)+t=6s+t=20$，$V(sX+t)=s^2V(X)=8s^2=32$

であるから，$s^2=4$　であり，$s>0$ より，$s=2$，$t=8$

このとき，$2X+8\geqq 20$　とおくと，$X\geqq 6$ であるから，その確率は，０．６

（２）３枚のカードの数字が小さい順に並ぶ確率は，$\dfrac{1}{3!}=\dfrac{1}{6}$

確率変数Ｙは，二項分布 $B(180,\dfrac{1}{6})$ に従うので，

$E(Y)=180\times\dfrac{1}{6}=30$，　$V(Y)=180\times\dfrac{1}{6}\times\dfrac{5}{6}=25$　である。

ここで，Ｙは近似的に平均３０，標準偏差５ の正規分布に従うと考えると，

$$P(18\leqq Y\leqq 36)=P\left(-2.4\leqq\frac{Y-30}{5}\leqq 1.2\right)=P(-2.4\leqq Z\leqq 1.2)$$

$$=P(0\leqq Z\leqq 2.4)+P(0\leqq Z\leqq 1.2)=0.4918+0.3849\fallingdotseq 0.88$$

（３）$n=400$ のとき，

世論調査における政策への賛成者数をＸとすると，$X=320$ のとき，

標本比率 $p_0=\dfrac{X}{n}=\dfrac{320}{400}=\dfrac{4}{5}=0.8$　である。

確率変数 $\dfrac{X}{n}$ が近似的に平均 p，分散 $\dfrac{p_0(1-p_0)}{n}$ の正規分布に従うと考えると，母比率 p に対する信頼度９５％の信頼区間は，

$$\frac{4}{5}-1.96\times\sqrt{\frac{1}{400}\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{1}{5}}\leqq p\leqq\frac{4}{5}+1.96\times\sqrt{\frac{1}{400}\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{1}{5}}$$

$$\frac{4}{5}-1.96\times\frac{1}{50}\leqq p\leqq\frac{4}{5}+1.96\times\frac{1}{50}$$

$$0.8-0.039\leqq p\leqq 0.8+0.039$$

よって，$0.76\leqq p\leqq 0.84$

$$L_1=2\times1.96\times\sqrt{\frac{1}{400}\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{1}{5}}=2\times1.96\times\frac{1}{50},\quad L_2=2\times1.96\times\sqrt{\frac{1}{400}\cdot\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{5}}=2\times1.96\times\frac{1}{50}\times\frac{\sqrt{6}}{2},$$

$$L_3=2\times1.96\times\sqrt{\frac{1}{500}\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{1}{5}}=2\times1.96\times\frac{1}{50}\times\frac{2}{\sqrt{5}}$$ であり，

$\dfrac{2}{\sqrt{5}}<1<\dfrac{\sqrt{6}}{2}$　であるから，　④　$L_3<L_1<L_2$　である。

問題Ｂ０６➔

問題Ｂ０７　**第５問（選択問題）**（配点　２０）　　　　（１９　センター試験　数ⅡＢ　改）

解答　以下の問題を解答するにあたっては，必要に応じて正規分布表（省略）を用いてもよい。

（１）ある食品を摂取したときに，血液中の物質Ａの量がどのように変化するか調べたい。食品摂取前と摂取してから３時間後に，それぞれ一定量の血液に含まれる物質Ａの量（単位はｍｇ）を測定し，その変化量，すなわち摂取後の量から摂取前の量を引いた値を表す確率変数をＸとする。Ｘの期待値（平均）は$E(X)=-7$，標準偏差は$\sigma(X)=5$　とする。

このとき，X^2の期待値は　$E(X^2)=\boxed{49}$　である。

また，測定単位を変更して　Ｗ＝１０００Ｘ　とすると，その期待値は

$E(W)=-7\times10^{\boxed{3}}$，分散は　$V(W)=5^{\boxed{2}}\times10^{\boxed{6}}$　となる。

（２）（１）のＸが正規分布に従うとするとき，物質Ａの量が減少しない確率　$P(X\geqq0)$　を求めよう。この確率は，

$$P(X\geqq0)=P\left(\frac{X+7}{5}\geqq\boxed{1}.\boxed{4}\right)$$

であるので，標準正規分布に従う確率変数をＺとすると，正規分布表から，次のように求められる。

$P(Z\geqq\boxed{1}.\boxed{4})=0.\boxed{08}$　………………　①

無作為に抽出された５０人がこの食品を摂取したときに，物質Ａの量が減少するか，減少しないかを考え，物質Ａの量が減少しない人数を表す確率変数をＭ　とする。Ｍ　は二項分布Ｂ(５０，０．$\boxed{08}$)に従うので，期待値は　$E(M)=\boxed{4}.\boxed{0}$，標準偏差は

$\sigma(M)=\sqrt{\boxed{3}.\boxed{7}}$　となる。ただし，０．$\boxed{クケ}$　は　①　で求めた小数第２位までの値とする。

（３）（１）の食品摂取前と摂取してから３時間後に，それぞれ一定量の血液に含まれる別の物質Ｂの量（単位はｍｇ）を測定し，その変化量，すなわち摂取後の量から摂取前の量を引いた両を表す確率変数をＹとする。Ｙの母集団分布は母平均m，母標準偏差６　をもつとする。m　を推定するため，母集団から無作為に抽出された１００人に対して物質Ｂの変化量を測定したところ，標本平均$\overline{Y}$　の値は－１０．２　であった。

このとき，$\overline{Y}$　の期待値は　$E(\overline{Y})=m$，標準偏差は　$\sigma(\overline{Y})=\boxed{0}.\boxed{6}$　である。

$\overline{Y}$　の分布が正規分布で近似できるとすれば，$Z=\dfrac{\overline{Y}-m}{\boxed{0}.\boxed{6}}$　は近似的に標準正規分布に従うとみなすことができる。

正規分布表を用いて　$|Z|\leqq1.64$　となる確率を求めると，０．$\boxed{90}$　となる。このことを利用して，母平均m　を含む信頼度　$\boxed{90}$　%の信頼区間，すなわち，$\boxed{90}$　%の確率でm　を含む信頼区間を求めると，$\boxed{2}$　となる。$\boxed{ツ}$　に当てはまるものを，次の⓪～③　のうちから一つ選べ。

⓪　$-11.7\leqq m\leqq-8.7$　　　①　$-11.4\leqq m\leqq-9.0$

②　$-11.2\leqq m\leqq-9.2$　　　③　$-10.8\leqq m\leqq-9.6$

解説（１）$E(X)=-7$，$\sigma(X)=5$ のとき，$E(X^2)=49$

また，W＝１０００X とすると，

$E(W)=-7\times10^3$，$V(W)=5^2\times10^6$

（２）Xが正規分布に従うとき，物質Aの量が減少しない確率 $P(X\geqq0)$ は，

$$P(X\geqq0)=P\left(\frac{X+7}{5}\geqq1.4\right)=P(Z\geqq1.4)=0.5-P(0\leqq Z\leqq1.4)$$

$$=0.5-0.4192\fallingdotseq0.08$$

確率変数Mは，二項分布 $B(50\,,\,0.08)$ に従うので，

$$E(M)=50\times\frac{2}{25}=4,\quad \sigma(M)=\sqrt{50\times\frac{2}{25}\times\frac{23}{25}}=\sqrt{\frac{92}{25}}\fallingdotseq\sqrt{3.7}$$

（３）$\overline{Y}$ は，母平均 m，母標準偏差６ の母集団Yから抽出された大きさ１００の標本平均で

あるから，$E(\overline{Y})=m$，$\sigma(\overline{Y})=\dfrac{6}{\sqrt{100}}=0.6$

$Z=\dfrac{\overline{Y}-m}{0.6}$ は標準正規分布 $N(0\,,1)$ に従うので，

$P(|Z|\leqq1.64)=2\times P(0\leqq Z\leqq1.64)=2\times0.4495\fallingdotseq0.90$

よって，母平均 m の信頼度９０％の信頼区間は，

$-10.2-1.64\times0.6\leqq m\leqq-10.2+1.64\times0.6$ より，

② $-11.2\leqq m\leqq-9.2$

問題Ｂ０７➔

問題Ｂ０８　**第５問（選択問題）**（配点　２０）　　　　（２０　センター試験　数ⅡＢ　改）

解答

以下の問題を解答するにあたっては，必要に応じて正規分布表（省略）を用いてもよい。

ある市の市立図書館の利用状況について，調査を行った。

（１）ある高校の生徒７２０人全員を対象に，ある１週間に市立図書館で借りた本の冊数について調査を行った。その結果，１冊も借りなかった生徒が６１２人，１冊借りた生徒が５４人，２冊借りた生徒が３６人であり，３冊借りた生徒が１８人であった。４冊以上借りた生徒はいなかった。

この高校の生徒から１人を無作為に選んだとき，その生徒が借りた本の冊数を表す確率変数をＸとする。

このとき，Ｘの平均（期待値）は $E(X)=\dfrac{\boxed{1}}{\boxed{4}}$ であり，X^2 の平均は $E(X^2)=\dfrac{\boxed{1}}{\boxed{2}}$

である。よって，Ｘの標準偏差は $\sigma(X)=\dfrac{\sqrt{\boxed{7}}}{\boxed{4}}$ である。

（２）市内の高校生全員を母集団とし，ある１週間に市立図書館を利用した生徒の割合（母比率）を p とする。この母集団から６００人を無作為に選んだとき，その１週間に市立図書館を利用した生徒の数を確率変数Ｙで表す。

$p=0.4$ のとき，Ｙの平均は $E(Y)=\boxed{240}$，標準偏差は $\sigma(Y)=\boxed{12}$ になる。

ここで，$Z=\dfrac{Y-\boxed{240}}{\boxed{12}}$ とおくと，標本数６００は十分に大きいので，Ｚは近似的に標準正規分布に従う。このことを利用して，Ｙが２１５以下になる確率を求めると，その確率は，

０．$\boxed{02}$ になる。

また，$p=0.2$ のとき，Ｙの平均は $\boxed{240}$ の $\dfrac{1}{\boxed{2}}$ 倍，標準偏差は $\boxed{12}$ の $\dfrac{\sqrt{\boxed{6}}}{3}$ 倍

である。

（３）市立図書館に利用者登録のある高校生全員を母集団とする。１回あたりの利用時間(分)を表す確率変数をＷとし，Ｗは母平均 m，母標準偏差３０の分布に従うとする。この母集団から大きさ n の標本 W_1，W_2，…，W_n を抽出した。

利用時間が６０分をどの程度超えるかについて調査するために

$$U_1=W_1-60,\ U_2=W_2-60,\ \cdots,\ U_n=W_n-60$$

とおくと，確率変数 U_1，U_2，…，U_n の平均と標準偏差はそれぞれ

$$E(U_1)=E(U_2)=\ \cdots\ =E(U_n)=m-\boxed{60}$$

$$\sigma(U_1)=\sigma(U_2)=\ \cdots\ =\sigma(U_n)=\boxed{30}$$　である。

ここで，$t=m-60$ として，t に対する信頼度９５％の信頼区間を求めよう。

この母集団から無作為抽出された１００人の生徒に対して U_1，U_2，…，U_{100} の値を調べたところ，その標本平均の値が５０分であった。標本数は十分大きいことを利用して，この信頼区間を求めると，

$$\boxed{44}.\boxed{1}\leqq t\leqq\boxed{55}.\boxed{9}$$　になる。

解説（1）$E(X)=\dfrac{1}{720}(1\times54+2\times36+3\times18)=\dfrac{180}{720}=\dfrac{1}{4}$

$E(X^2)=\dfrac{1}{720}(1\times54+4\times36+9\times18)=\dfrac{360}{720}=\dfrac{1}{2}$　より，

$V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2=\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{16}=\dfrac{7}{16}$　よって，$\sigma(X)=\dfrac{\sqrt{7}}{4}$

（2）$n=600$，$p=0.4$ のとき，$E(Y)=600\times\dfrac{2}{5}=240$，$\sigma(Y)=\sqrt{600\times\dfrac{2}{5}\times\dfrac{3}{5}}=12$

$Z=\dfrac{Y-240}{12}$ とおくと，Ｚは標準正規分布と考えてよいので，Ｙが２１５以下になる確率は，

$P(Y\leqq215)=P\left(\dfrac{Y-240}{12}\leqq-2.08\right)=P(Z\leqq-2.08)$

$=0.5-P(0\leqq Z\leqq2.08)=0.5-0.4812\fallingdotseq0.02$

また，$n=600$，$p=0.2$ のとき，$E(Y)=600\times\dfrac{1}{5}=120$，$\sigma(Y)=\sqrt{600\times\dfrac{1}{5}\times\dfrac{4}{5}}=4\sqrt{6}$

より，平均は $\dfrac{1}{2}$ 倍，標準偏差は $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$ 倍

（3）$E(W)=m$，$\sigma(W)=30$ のとき，

$E(U_1)=E(U_2)=\cdots=E(U_n)=m-60$

$\sigma(U_1)=\sigma(U_2)=\cdots=\sigma(U_n)=30$

$n=100$ のとき，標本平均を $\overline{U}$ とすると，確率変数 $\overline{U}$ は，平均 t，標準偏差 $\dfrac{30}{\sqrt{100}}=3$ の

正規分布に従うと考えてよいので，平均 t に対する信頼度９５%の信頼区間は，

$50-1.96\times3\leqq t\leqq50+1.96\times3$

$44.12\leqq t\leqq55.88$

よって，$44.1\leqq t\leqq55.9$

問題Ｂ０８➜

問題Ｂ０９　**第３問（選択問題）**（配点　２０）　　（２１　共通テスト　数ⅡＢ　改）

解答　以下の問題を解答するにあたっては，必要に応じて正規分布表（省略）を用いてもよい。

Ｑ高校の校長先生は，ある日，新聞で高校生の読書に関する記事を読んだ。そこで，Ｑ高校の生徒全員を対象に，直前の１週間の読書時間に関して，１００人の生徒を無作為に抽出して調査を行った。その結果，１００人の生徒のうち，この１週間に全く読書をしなかった生徒が３６人であり，１００人の生徒のこの１週間の読書時間(分)の平均値は２０４であった。Ｑ高校の生徒全員のこの１週間の読書時間の母平均をm，母標準偏差を１５０とする。

（１）全く読書をしなかった生徒の母比率を０．５とする。このとき，１００人の無作為標本のうちで全く読書をしなかった生徒の数を表す確率変数をＸとすると，Ｘは $\boxed{3}$ に従う。また，Ｘの平均(期待値)は $\boxed{50}$ ，標準偏差は $\boxed{5}$ である。

$\boxed{ア}$ については，最も適当なものを，次の ⓪～⑤ のうちから一つ選べ。

⓪　正規分布 $N(0,1)$	①　二項分布 $B(0,1)$
②　正規分布 $N(100,0.5)$	③　二項分布 $B(100,0.5)$
④　正規分布 $N(100,36)$	⑤　二項分布 $B(100,36)$

（２）標本の大きさ１００は十分に大きいので，１００人のうち全く読書をしなかった生徒の数は近似的に正規分布に従う。

全く読書をしなかった生徒の母比率を０．５とするとき，全く読書をしなかった生徒が３６人以下となる確率を p_5 とおく。p_5 の近似値を求めると，$p_5 = \boxed{1}$ である。

また，全く読書をしなかった生徒の母比率を０．４とするとき，全く読書をしなかった生徒が３６人以下となる確率を p_4 とおくと，$\boxed{2}$ である。

$\boxed{オ}$ については，最も適当なものを，次の ⓪～⑤ のうちから一つ選べ。

⓪　0.001	①　0.003	②　0.026
③　0.050	④　0.133	⑤　0.497

$\boxed{カ}$ の解答群

⓪　$p_4 < p_5$	①　$p_4 = p_5$	②　$p_4 > p_5$

（３）１週間の読書時間の母平均mに対する信頼度９５％の信頼区間を $C_1 \leqq m \leqq C_2$ とする。標本の大きさ１００は十分に大きいことと，１週間の読書時間の標本平均が２０４，母標準偏差が１５０であることを用いると，$C_1 + C_2 = \boxed{408}$，$C_2 - C_1 = \boxed{58}.\boxed{8}$ であることがわかる。

また，母平均mとC_1，C_2については，$\boxed{3}$。

$\boxed{ス}$ の解答群

⓪　$C_1 \leqq m \leqq C_2$ が必ず成り立つ
①　$m \leqq C_2$ は必ず成り立つが，$C_1 \leqq m$ が成り立つとは限らない
②　$C_1 \leqq m$ は必ず成り立つが，$m \leqq C_2$ が成り立つとは限らない
③　$C_1 \leqq m$ も $m \leqq C_2$ も成り立つとは限らない

（４）Ｑ高校の図書委員長も，校長先生と同じ新聞記事を読んだため，校長先生が調査していることを知らずに，図書委員会として校長先生と同様の調査を独自に行った。ただし，調査期間は校長先生による調査と同じ直前の１週間であり，対象をＱ高校の生徒全員として１００人の生徒を無作為に抽出した。その調査における，全く読書をしなかった生徒の数を n とする。

校長先生の調査結果によると全く読書をしなかった生徒は３６人であり，$\boxed{3}$ 。

$\boxed{セ}$ の解答群

⓪ n は必ず３６に等しい	① n は必ず３６未満である
② n は必ず３６より大きい	③ n と３６の大小関係はわからない

（５）（４）の図書委員会が行った調査結果による母平均 m に対する信頼度９５％の信頼区間を $D_1 \leqq m \leqq D_2$ ，校長先生が行った調査結果による母平均 m に対する信頼度９５％の信頼区間を（３）の $C_1 \leqq m \leqq C_2$ とする。ただし，母集団は同一であり，１週間の読書時間の母標準偏差は１５０とする。

このとき，次の ⓪～⑤ のうち，正しいものは $\boxed{2}$ と $\boxed{4}$ である。

$\boxed{ソ}$，$\boxed{タ}$ の解答群（解答の順序は問わない。）

⓪ $C_1 = D_1$ と $C_2 = D_2$ が必ず成り立つ。
① $C_1 < D_2$ または $D_1 < C_2$ のどちらか一方のみが必ず成り立つ。
② $D_2 < C_1$ または $C_2 < D_1$ となる場合もある。
③ $C_2 - C_1 > D_2 - D_1$ が必ず成り立つ。
④ $C_2 - C_1 = D_2 - D_1$ が必ず成り立つ。
⑤ $C_2 - C_1 < D_2 - D_1$ が必ず成り立つ。

解説（１）Ｘは二項分布 $B(100\,,\,0.5)$ に従うので，

平均 $E(X) = 100 \times 0.5 = 50$，　標準偏差 $\sigma(X) = \sqrt{100 \times 0.5 \times 0.5} = 5$

（２）標本の大きさ１００は十分に大きいので，母比率 $p = 0.5$ のとき，Ｘは正規分布 $N(50\,,\,25)$ に従う。よって，$Z = \dfrac{X-50}{5}$ とおくと，Ｚは標準正規分布に従うと考えてよいので，

$$p_5 = P(X \leqq 36) = P\left(Z \leqq -\frac{14}{5}\right) = 0.5 - P\left(0 \leqq Z \leqq \frac{14}{5}\right) = 0.5 - 0.4974 \fallingdotseq 0.003$$

また，母比率 $p = 0.4$ のとき，$E(X) = 100 \times 0.4 = 40$，$\sigma(X) = \sqrt{100 \times 0.4 \times 0.6} = 2\sqrt{6}$

より，Ｘは正規分布 $N(40\,,\,24)$ に従うので，標準正規分布に従う $Z = \dfrac{X-40}{2\sqrt{6}}$ を考えて，

$$p_4 = P(X \leqq 36) = P\left(Z \leqq -\frac{4}{2\sqrt{6}}\right) = P\left(Z \leqq -\frac{\sqrt{6}}{3}\right)$$ より，② $p_4 > p_5$

（３）$C_1 = 204 - 1.96 \times \dfrac{150}{\sqrt{100}} = 204 - 1.96 \times 15$，　$C_2 = 204 + 1.96 \times \dfrac{150}{\sqrt{100}} = 204 + 1.96 \times 15$ より，

$C_1 + C_2 = 408$，　$C_2 - C_1 = 2 \times 1.96 \times 15 = 58.8$

問題Ｂ０９➔

問題Ｂ１０　**第３問（選択問題）**（配点　２０）　　（２２　共通テスト　数ⅡＢ　改）

解答　以下の問題を解答するにあたっては，必要に応じて正規分布表（省略）を用いてもよい。

ジャガイモを栽培し販売している会社に勤務する花子さんは，Ａ地区とＢ地区で収穫されるジャガイモについて調べることになった。

（１）Ａ地区で収穫されるジャガイモには１個の重さが２００ｇを超えるものが２５％含まれることが経験的にわかっている。花子さんはＡ地区で収穫されたジャガイモから４００個を無作為に抽出し，重さを計測した。そのうち，重さが２００ｇを超えるジャガイモの個数を表す確率変数をＺとする。このときＺは二項分布Ｂ(４００，０．$\boxed{\textbf{２５}}$）に従うから，Ｚの平均（期待値）は $\boxed{\textbf{１００}}$ である。

（２）Ｚを（１）の確率変数とし，Ａ地区で収穫されたジャガイモ４００個からなる標本において，重さが２００ｇを超えていたジャガイモの標本における比率を$\mathrm{R}=\dfrac{Z}{400}$ とする。このとき，Ｒの標準偏差は$\sigma(R)=$ $\boxed{\textbf{２}}$ である。

標本の大きさ４００は十分に大きいので，Ｒは近似的に正規分布Ｎ(０．$\boxed{\textbf{２５}}$，($\boxed{２}$)^2)に従う。

したがって，$P(R \geqq x)$＝０．０４６５ となるようなx の値は $\boxed{\textbf{２}}$ となる。ただし，$\boxed{キ}$ の計算においては $\sqrt{3}$＝１．７３ とする。

$\boxed{カ}$ の解答群

⓪ $\dfrac{3}{6400}$	① $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$	② $\dfrac{\sqrt{3}}{80}$	③ $\dfrac{\sqrt{3}}{40}$

$\boxed{キ}$ については，最も適当なものを，次の ⓪～③ のうちから一つ選べ。

⓪ 0.209	① 0.251	② 0.286	③ 0.395

（３）Ｂ地区で収穫され，出荷される予定のジャガイモ１個の重さは１００ｇから３００ｇの間に分布している。Ｂ地区で収穫され，出荷される予定のジャガイモ１個の重さを表す確率変数をＸとするとき，Ｘは連続型確率変数であり，Ｘのとり得る値xの範囲は １００≦x≦３００である。

花子さんは，Ｂ地区で収穫され，出荷される予定のすべてのジャガイモのうち，重さが２００ｇ以上のものの割合を見積もりたいと考えた。そのために花子さんは，Ｘの確率密度関数 $f(x)$ として適当な関数を定め，それを用いて割合を見積もるという方針を立てた。

Ｂ地区で収穫され，出荷される予定のジャガイモから２０６個を無作為に抽出したところ，重さの標本平均は１８０ｇであった。図１はこの標本のヒストグラムである。

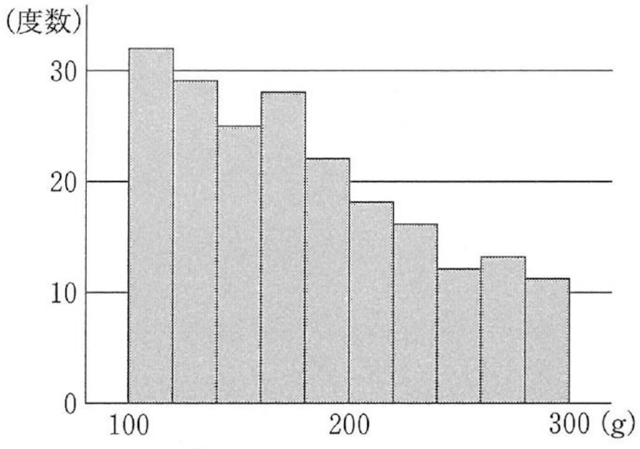


図１　ジャガイモの重さのヒストグラム

花子さんは図１のヒストグラムにおいて，重さ x の増加とともに度数がほぼ一定の割合で減少している傾向に着目し，Xの確率密度関数 $f(x)$ として，１次関数

$$f(x)=ax+b \quad (100 \leqq x \leqq 300)$$

を考えることにした。ただし，１００≦ x ≦３００ の範囲で $f(x) \geqq 0$ とする。

このとき，$P(100 \leqq X \leqq 300)=$ $\boxed{1}$ であることから，

$$\boxed{4}\cdot 10^4 a+\boxed{2}\cdot 10^2 b=\boxed{1} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

である。

花子さんは，Xの平均（期待値）が重さの標本平均１８０ｇと等しくなるように確率密度関数を定める方法を用いることにした。

連続型確率変数Xのとり得る値 x の範囲が １００≦ x ≦３００ で，その確率密度関数が $f(x)$ のとき，Xの平均（期待値） m は

$$m=\int_{100}^{300} x f(x)dx$$

で定義される。この定義と花子さんの採用した方法から

$$m=\frac{26}{3}\cdot 10^6 a+4\cdot 10^4 b=180 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots ②$$

となる。① と② により，確率密度関数は

$$f(x)=-\boxed{3}\cdot 10^{-5}x+\boxed{11}\cdot 10^{-3} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots ③$$

と得られる。このようにして得られた③ の $f(x)$ は，１００≦ x ≦３００ の範囲で $f(x) \geqq 0$ を満たしており，確かに確率密度関数として適当である。

したがって，この花子さんの方針に基づくと，Ｂ地区で収穫され，出荷される予定のすべてのジャガイモのうち，重さが２００ｇ以上のものは $\boxed{2}$ %あると見積もることができる。

$\boxed{セ}$ については，最も適当なものを，次の ⓪～③ のうちから一つ選べ。

⓪　３３	①　３４	②　３５	③　３６

解説（１）Ｚは二項分布 $B(400\ ,\ 0.25)$ に従うので，

平均　$E(Z)=400\times 0.25$ ＝１００，

標準偏差 $\sigma(Z)=\sqrt{400\times 0.25\times 0.75}=20\times 0.25\times\sqrt{3}=5\sqrt{3}$

（２）$\mathrm{R}=\dfrac{Z}{400}$ であるから，$\sigma(R)=\dfrac{\sigma(Z)}{400}=\dfrac{\sqrt{3}}{80}$ であり，

４００ は十分大きいので，Ｒは近似的に正規分布 Ｎ(０．２５，$\dfrac{3}{80^2}$) に従うので，

$\dfrac{R-0.25}{\frac{\sqrt{3}}{80}}$ は標準正規分布Ｎ(０，１) に従う。よって，$P(R\geqq x)$＝０．０４６５ のとき，

$P\left(\dfrac{R-0.25}{\frac{\sqrt{3}}{80}}\geqq\dfrac{x-0.25}{\frac{\sqrt{3}}{80}}\right)$＝０．０４６５　つまり，$P\left(0\leqq\dfrac{R-0.25}{\frac{\sqrt{3}}{80}}\leqq\dfrac{x-0.25}{\frac{\sqrt{3}}{80}}\right)$＝０．４５３５

であるから，正規分布表より，$\dfrac{x-0.25}{\frac{\sqrt{3}}{80}}$＝１．６８

よって，$x=\dfrac{\sqrt{3}}{80}$×１．６８＋０．２５＝$\dfrac{1}{80}$×１．７３×１．６８＋０．２５＝０．２８６

（３）Ｂ地区で収穫され，出荷される予定のジャガイモ１個の重さを表す確率変数をＸとすると，

$P(100\leqq X\leqq 300)$＝１ なので，確率密度関数 $f(x)=ax+b$ （１００≦x≦３００）とすると，

$$\int_{100}^{300}(ax+b)\,dx=\left[\frac{a}{2}x^2+bx\right]_{100}^{300}=\frac{a}{2}(90000-10000)+b(300-100)=1$$

よって，$4\cdot 10^4a+2\cdot 10^2b=1$ ……………………………… ①

また，$m=\displaystyle\int_{100}^{300}x\,f(x)\,dx$＝１８０ より，

$m=\dfrac{26}{3}\cdot 10^6a+4\cdot 10^4b$＝１８０ ………………………… ②

①×２００－② より，$-\dfrac{2}{3}\cdot 10^6a$＝２０　　よって，$a=-3\cdot 10^{-5}$

① に代入して，$2\cdot 10^2b=1+\dfrac{12}{10}=\dfrac{22}{10}$　　よって，$b=11\cdot 10^{-3}$

したがって，$f(x)=-3\cdot 10^{-5}x+11\cdot 10^{-3}$ …………………… ③ であるから，

$$\int_{200}^{300}(ax+b)\,dx=\left[\frac{a}{2}x^2+bx\right]_{200}^{300}=\frac{a}{2}(90000-40000)+b(300-200)$$

$=25000a+100b=-\dfrac{75}{100}+\dfrac{11}{10}=\dfrac{35}{100}$　　より，重さが２００ｇ以上の

重さが２００ｇ以上のジャガイモの比率は，　②　３５％

問題Ｂ１０➔

問 題 編

問題Ｂ０２　第５問（選択問題）（配点　２０）　（１５　センター試験　数ⅡＢ　改）

問題

以下の問題を解答するにあたっては，必要に応じて正規分布表（省略）を用いてよい。

（１）袋の中に白球が４個，赤球が３個入っている。この袋の中から同時に３個の球を取り出すとき，白球の個数をＷとする。確率変数Ｗについて，

$$P(W=0)=\frac{\boxed{ア}}{\boxed{イウ}},\quad P(W=1)=\frac{\boxed{エオ}}{\boxed{イウ}},\quad P(W=2)=\frac{\boxed{カキ}}{\boxed{イウ}},\quad P(W=3)=\frac{\boxed{ク}}{\boxed{イウ}}$$

であり，期待値（平均）は $\frac{\boxed{ケコ}}{\boxed{サ}}$ ，分散は $\frac{\boxed{シス}}{\boxed{セソ}}$ である。

（２）確率変数Ｚが標準正規分布に従うとき，Ｐ$(-\boxed{タ}\leqq Z\leqq\boxed{タ})=0.99$ が成り立つ。

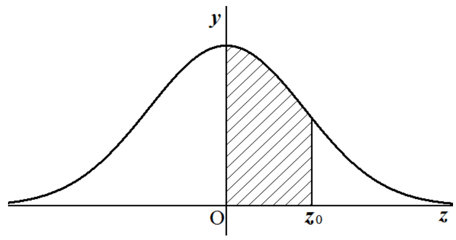
$\boxed{タ}$ に当てはまる最も適切なものを，次の ⓪～③ のうちから一つ選べ。

⓪　1.64　①　1.96　②　2.33　③　2.58

（３）母標準偏差σの母集団から，大きさnの無作為標本を抽出する。ただし，nは十分に大きいとする。この標本から得られる母平均mの信頼度（信頼係数）９５％の信頼区間を Ａ$\leqq m\leqq$Ｂ とし，この信頼区間の幅L_1 を L_1＝Ｂ－Ａ で定める。

この標本から得られる信頼度９９％の信頼区間を Ｃ$\leqq m\leqq$Ｄ とし，この信頼区間の幅L_2 を L_2＝Ｄ－Ｃ で定めると $\frac{L_2}{L_1}=\boxed{チ}.\boxed{ツ}$ が成り立つ。

また，同じ母集団から，大きさ$4n$の無作為標本を抽出して得られる母平均mの信頼度９５％の信頼区間を Ｅ$\leqq m\leqq$Ｆ とし，この信頼区間の幅L_3 を L_3＝Ｆ－Ｅ で定める。このとき $\frac{L_3}{L_1}=\boxed{テ}.\boxed{ト}$ が成り立つ。



次の表（省略）は，標準正規分布の分布曲線における上図の斜線部分の面積の値をまとめたものである。

問題Ｂ０３　**第５問（選択問題）**（配点　２０）　　（１６　センター試験　数ⅡＢ　改）

問題

n を自然数とする。原点Ｏから出発して数直線上を n 回移動する点Ａを考える。点Ａは１回ごとに，確率 p で正の向きに３だけ移動し，確率 $1-p$ で負の向きに１だけ移動する。ここで，$0<p<1$ である。n 回移動した後の点Ａの座標をＸとし，n 回の移動のうち正の向きの移動の回数をＹとする。

以下の問題を解答するにあたっては，必要に応じて正規分布表（省略）を用いてもよい。

（１）$p=\dfrac{1}{3}$，$n=2$ のとき，確率変数Ｘのとり得る値は小さい順に$-\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イ}}$，$\boxed{\text{ウ}}$ であり，これらの値をとる確率はそれぞれ $\dfrac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$，$\dfrac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{オ}}}$，$\dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ である。

（２）n 回移動したとき，ＸとＹの間に Ｘ＝$\boxed{\text{ク}}\,n+\boxed{\text{ケ}}$Ｙ の関係が成り立つ。

確率変数Ｙの平均（期待値）は $\boxed{\text{コ}}$，分散は $\boxed{\text{サ}}$ なので，Ｘの平均は $\boxed{\text{シ}}$，分散は $\boxed{\text{ス}}$ である。$\boxed{\text{コ}}$ ～ $\boxed{\text{ス}}$ に当てはまるものを，次の ⓪～ⓑ のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

⓪ np	① $np(1-p)$	② $\dfrac{p(1-p)}{n}$
③ $2np$	④ $2np(1-p)$	⑤ $p(1-p)$
⑥ $4np$	⑦ $4np(1-p)$	⑧ $16np(1-p)$
⑨ $4np-n$	ⓐ $4np(1-p)-n$	ⓑ $16np(1-p)-n$

（３）$p=\dfrac{1}{4}$ のとき，１２００回移動した後の点Ｐの座標Ｘが１２０以上になる確率の近似値を求めよう。（２）により，Ｙの平均は $\boxed{\text{セソタ}}$，標準偏差は $\boxed{\text{チツ}}$ であり，求める確率は次のようになる。

$$P(X \geqq 120)=P\left(\frac{Y-\boxed{\text{セソタ}}}{\boxed{\text{チツ}}} \geqq \boxed{\text{テ}}.\boxed{\text{トナ}}\right)$$

いま，標準正規分布に従う確率変数をＺとすると，$n=1200$ は十分に大きいので，求める確率の近似値は正規分布表から次のように求められる。

$$P(Z \geqq \boxed{\text{テ}}.\boxed{\text{トナ}})=0.\boxed{\text{ニヌネ}}$$

（４）p の値がわからないとする。２４００回移動した後の点Ｐの座標がＸ＝１４４０ のとき，p に対する信頼度９５％の信頼区間を求めよう。

n 回移動したときにＹがとる値を y とし，$r=\dfrac{y}{n}$ とおくと，n が十分に大きいならば，確率変数 $R=\dfrac{Y}{n}$ は近似的に平均 p，分散 $\dfrac{p(1-p)}{n}$ の正規分布に従う。

$n=2400$ は十分に大きいので，このことを利用し，分散を $\dfrac{r(1-r)}{n}$ で置き換えることにより，求める信頼区間は $0.\boxed{\text{ノハヒ}} \leqq p \leqq 0.\boxed{\text{フヘホ}}$ となる。

問題Ｂ０５　第５問（選択問題）（配点　２０）　　　　　（１７　センター試験　数ⅡＢ　改）

問題

以下の問題を解答するにあたっては，必要に応じて正規分布表（省略）を用いてもよい。

（１）１回の試行において，事象Ａの起こる確率が p，起こらない確率が $1-p$ であるとする。この試行を n 回繰り返すとき，事象Ａの起こる回数をＷとする。確率変数Ｗの平均（期待値）m が $\dfrac{1216}{27}$，標準偏差 σ が $\dfrac{152}{27}$ であるとき，$n=\boxed{\text{アイウ}}$，$p=\dfrac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オカ}}}$ である。

（２）（１）の反復試行において，Ｗが３８以上となる確率の近似値を求めよう。いま

$$P(W \geqq 38)=P\left(\frac{\mathrm{W}-m}{\sigma} \geqq -\boxed{\text{キ}}.\boxed{\text{クケ}}\right)$$

と変形できる。ここで，$\mathrm{Z}=\dfrac{W-m}{\sigma}$ とおき，Ｗの分布を正規分布で近似すると，正規分布表から確率の近似値は次のように求められる。

$$P(\mathrm{Z} \geqq -\boxed{\text{キ}}.\boxed{\text{クケ}})=0.\boxed{\text{コサ}}$$

（３）連続型確率変数Ｘのとり得る値 x の範囲が $s \leqq x \leqq t$ で，確率密度関数が $f(x)$ のとき，Ｘの平均 $E(X)$ は次の式で与えられる。

$$E(X)=\int_s^t x\,f(x)\,dx$$

a を正の実数とする。連続型確率変数Ｘのとり得る値 x の範囲が $-a \leqq x \leqq 2a$ で，確率密度関数が

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{2}{3a^2}(x+a) & (-a \leqq x \leqq 0 \text{ のとき})\\[2mm] \dfrac{1}{3a^2}(2a-x) & (0 \leqq x \leqq 2a \text{ のとき})\end{cases}$$

であるとする。このとき，$a \leqq x \leqq \dfrac{3}{2}a$ となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$ である。

また，Ｘの平均は $\dfrac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ である。さらに，Ｙ＝２Ｘ＋７ とおくと，Ｙの平均は

$\dfrac{\boxed{\text{タチ}}}{\boxed{\text{ツ}}}+\boxed{\text{テ}}$ である。

問題Ｂ０６　**第５問（選択問題）**（配点　２０）　　　　（１８　センター試験　数ⅡＢ　改）

問題

以下の問題を解答するにあたっては，必要に応じて正規分布表（省略）を用いてもよい。

（１）a を正の整数とする。２，４，６，…，$2a$ の数字がそれぞれ一つずつ書かれた a 枚のカードが箱に入っている。この箱から１枚のカードを無作為に取り出すとき，そこに書かれた数字を表す確率変数をＸとする。このとき，Ｘ＝$2a$ となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。

a＝５ とする。Ｘの平均（期待値）は $\boxed{\text{ウ}}$，分散は $\boxed{\text{エ}}$ である。
また，s，t は定数で s＞０ のとき，$sX+t$ の平均が２０，分散が３２となるように s，t を定めると，$s=\boxed{\text{オ}}$，$t=\boxed{\text{カ}}$ である。このとき，$sX+t$ が２０以上である確率は０．$\boxed{\text{キ}}$ である。

（２）（１）の箱のカードの枚数 a は３以上とする。この箱から３枚のカードを同時に取り出し，それらのカードを横１列に並べる。この試行において，カードの数字が左から小さい順に並んでいる事象をＡとする。このとき，事象Ａの起こる確率は $\dfrac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ である。

この試行を１８０回繰り返すとき，事象Ａが起こる回数を表す確率変数をＹとすると，Ｙの平均 m は $\boxed{\text{コサ}}$，Ｙの分散 σ^2 は $\boxed{\text{シス}}$ である。ここで，事象Ａが１８回以上３６回以下起こる確率の近似値を次のようにして求めよう。

試行回数１８０は大きいことから，Ｙは近似的に平均 $m=\boxed{\text{コサ}}$，標準偏差 $\sigma=\sqrt{\boxed{\text{シス}}}$ の正規分布に従うと考えられる。ここで，$Z=\dfrac{Y-m}{\sigma}$ とおくと，求める確率の近似値は次のようになる。

$$P(18 \leqq Y \leqq 36) = P(-\boxed{\text{セ}}.\boxed{\text{ソタ}} \leqq Z \leqq \boxed{\text{チ}}.\boxed{\text{ツテ}})$$
$$= 0.\boxed{\text{トナ}}$$

（３）ある都市での世論調査において，無作為に４００人の有権者を選び，ある政策に対する賛否を調べたところ，３２０人が賛成であった。この都市の有権者全体のうち，この政策の賛成者の母比率 p に対する信頼度９５％の信頼区間を求めたい。

この調査での賛成者の比率（以下，これを標本比率という）は０．$\boxed{\text{ニ}}$ である。標本の大きさが４００と大きいので，二項分布の正規分布による近似を用いると，p に対する信頼度９５％の信頼区間は　０．$\boxed{\text{ヌネ}} \leqq p \leqq$ ０．$\boxed{\text{ノハ}}$ である。

母比率 p に対する信頼区間Ａ≦ p ≦Ｂ において，Ｂ－Ａをこの信頼区間の幅とよぶ。以下，Ｒを標本比率とし，p に対する信頼度９５％の信頼区間を考える。

上で求めた信頼区間の幅を L_1

標本の大きさが４００の場合にＲ＝０．６が得られたときの信頼区間の幅を L_2

標本の大きさが５００の場合にＲ＝０．８が得られたときの信頼区間の幅を L_3

とする。このとき，L_1，L_2，L_3 について $\boxed{\text{ヒ}}$ が成り立つ。$\boxed{\text{ヒ}}$ に当てはまるものを，次の ⓪～⑤ のうちから一つ選べ。

⓪　$L_1 < L_2 < L_3$　　①　$L_1 < L_3 < L_2$　　②　$L_2 < L_1 < L_3$
③　$L_2 < L_3 < L_1$　　④　$L_3 < L_1 < L_2$　　⑤　$L_3 < L_2 < L_1$

問題Ｂ０７　**第５問（選択問題）**（配点　２０）	（１９　センター試験　数ⅡＢ　改）

問題　以下の問題を解答するにあたっては，必要に応じて正規分布表（省略）を用いてもよい。

（１）ある食品を摂取したときに，血液中の物質Ａの量がどのように変化するか調べたい。食品摂取前と摂取してから３時間後に，それぞれ一定量の血液に含まれる物質Ａの量（単位はｍｇ）を測定し，その変化量，すなわち摂取後の量から摂取前の量を引いた値を表す確率変数をＸとする。Ｘの期待値（平均）は$E(X)=-7$，標準偏差は$\sigma(X)=5$　とする。

このとき，X^2の期待値は　$E(X^2)=$ $\boxed{\text{アイ}}$　である。

また，測定単位を変更して　Ｗ＝１０００Ｘ　とすると，その期待値は

$E(W)=-7\times 10^{\boxed{\text{ウ}}}$，分散は　$V(W)=5^{\boxed{\text{エ}}}\times 10^{\boxed{\text{オ}}}$　となる。

（２）（１）のＸが正規分布に従うとするとき，物質Ａの量が減少しない確率　$P(X \geqq 0)$　を求めよう。この確率は，

$$P(X \geqq 0)=P\left(\frac{X+7}{5} \geqq \boxed{\text{カ}}.\boxed{\text{キ}}\right)$$

であるので，標準正規分布に従う確率変数をＺとすると，正規分布表から，次のように求められる。

$P(Z \geqq \boxed{\text{カ}}.\boxed{\text{キ}})=0.\boxed{\text{クケ}}$　………………　①

無作為に抽出された５０人がこの食品を摂取したときに，物質Ａの量が減少するか，減少しないかを考え，物質Ａの量が減少しない人数を表す確率変数をＭ　とする。Ｍ　は二項分布 $B(50,\ 0.\boxed{\text{クケ}})$ に従うので，期待値は　$E(M)=\boxed{\text{コ}}.\boxed{\text{サ}}$，標準偏差は

$\sigma(M)=\sqrt{\boxed{\text{シ}}.\boxed{\text{ス}}}$　となる。ただし，$0.\boxed{\text{クケ}}$　は　①　で求めた小数第２位までの値とする。

（３）（１）の食品摂取前と摂取してから３時間後に，それぞれ一定量の血液に含まれる別の物質Ｂの量（単位はｍｇ）を測定し，その変化量，すなわち摂取後の量から摂取前の量を引いた両を表す確率変数をＹとする。Ｙの母集団分布は母平均m，母標準偏差６　をもつとする。m　を推定するため，母集団から無作為に抽出された１００人に対して物質Ｂの変化量を測定したところ，標本平均$\overline{Y}$　の値は－１０．２　であった。

このとき，$\overline{Y}$　の期待値は　$E(\overline{Y})=m$，標準偏差は　$\sigma(\overline{Y})=\boxed{\text{セ}}.\boxed{\text{ソ}}$　である。

$\overline{Y}$　の分布が正規分布で近似できるとすれば，$Z=\dfrac{\overline{Y}-m}{\boxed{\text{セ}}.\boxed{\text{ソ}}}$　は近似的に標準正規分布に従うとみなすことができる。

正規分布表を用いて　$|Z| \leqq 1.64$　となる確率を求めると，$0.\boxed{\text{タチ}}$　となる。このことを利用して，母平均m　を含む信頼度 $\boxed{\text{タチ}}$ %の信頼区間，すなわち，$\boxed{\text{タチ}}$ %の確率でm　を含む信頼区間を求めると，$\boxed{\text{ツ}}$　となる。　$\boxed{\text{ツ}}$　に当てはまるものを，次の⓪～③　のうちから一つ選べ。

⓪　$-11.7 \leqq m \leqq -8.7$　　①　$-11.4 \leqq m \leqq -9.0$

②　$-11.2 \leqq m \leqq -9.2$　　③　$-10.8 \leqq m \leqq -9.6$

問題Ｂ０７➔

問題Ｂ０８　**第５問（選択問題）**（配点　２０）　　（２０　センター試験　数ⅡＢ　改）

問題

以下の問題を解答するにあたっては，必要に応じて正規分布表（省略）を用いてもよい。

ある市の市立図書館の利用状況について，調査を行った。

（１）ある高校の生徒７２０人全員を対象に，ある１週間に市立図書館で借りた本の冊数について調査を行った。その結果，１冊も借りなかった生徒が６１２人，１冊借りた生徒が５４人，２冊借りた生徒が３６人であり，３冊借りた生徒が１８人であった。４冊以上借りた生徒はいなかった。

この高校の生徒から１人を無作為に選んだとき，その生徒が借りた本の冊数を表す確率変数をＸとする。

このとき，Ｘの平均（期待値）は $E(X)=\dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$ であり，X^2 の平均は $E(X^2)=\dfrac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}}$ である。よって，Ｘの標準偏差は $\sigma(X)=\dfrac{\sqrt{\boxed{オ}}}{\boxed{カ}}$ である。

（２）市内の高校生全員を母集団とし，ある１週間に市立図書館を利用した生徒の割合（母比率）を p とする。この母集団から６００人を無作為に選んだとき，その１週間に市立図書館を利用した生徒の数を確率変数Ｙで表す。

p＝０．４ のとき，Ｙの平均は $E(Y)=\boxed{キクケ}$，標準偏差は $\sigma(Y)=\boxed{コサ}$ になる。

ここで，$Z=\dfrac{Y-\boxed{キクケ}}{\boxed{コサ}}$ とおくと，標本数６００は十分に大きいので，Ｚは近似的に標準正規分布に従う。このことを利用して，Ｙが２１５以下になる確率を求めると，その確率は，

０．$\boxed{シス}$ になる。

また，p＝０．２ のとき，Ｙの平均は $\boxed{キクケ}$ の $\dfrac{1}{\boxed{セ}}$ 倍，標準偏差は $\boxed{コサ}$ の $\dfrac{\sqrt{\boxed{ソ}}}{3}$ 倍である。

（３）市立図書館に利用者登録のある高校生全員を母集団とする。１回あたりの利用時間(分）を表す確率変数をＷとし，Ｗは母平均 m，母標準偏差３０の分布に従うとする。この母集団から大きさ n の標本 W_1，W_2，…，W_n を抽出した。

利用時間が６０分をどの程度超えるかについて調査するために

$$U_1=W_1-60,\ U_2=W_2-60,\ \cdots,\ U_n=W_n-60$$

とおくと，確率変数 U_1，U_2，…，U_n の平均と標準偏差はそれぞれ

$$E(U_1)=E(U_2)=\ \cdots\ =E(U_n)=m-\boxed{タチ}$$

$$\sigma(U_1)=\sigma(U_2)=\ \cdots\ =\sigma(U_n)=\boxed{ツテ}$$ である。

ここで，$t=m-60$ として，t に対する信頼度９５％の信頼区間を求めよう。

この母集団から無作為抽出された１００人の生徒に対して U_1，U_2，…，U_{100} の値を調べたところ，その標本平均の値が５０分であった。標本数は十分大きいことを利用して，この信頼区間を求めると，

$$\boxed{トナ}.\boxed{ニ}\leqq t\leqq\boxed{ヌネ}.\boxed{ノ}$$ になる。

問題Ｂ０９　第３問（選択問題）（配点　２０）　　（２１　共通テスト　数ⅡＢ　改）

問題　以下の問題を解答するにあたっては，必要に応じて正規分布表（省略）を用いてもよい。

Ｑ高校の校長先生は，ある日，新聞で高校生の読書に関する記事を読んだ。そこで，Ｑ高校の生徒全員を対象に，直前の１週間の読書時間に関して，１００人の生徒を無作為に抽出して調査を行った。その結果，１００人の生徒のうち，この１週間に全く読書をしなかった生徒が３６人であり，１００人の生徒のこの１週間の読書時間(分) の平均値は２０４であった。Ｑ高校の生徒全員のこの１週間の読書時間の母平均を m，母標準偏差を１５０とする。

（1）全く読書をしなかった生徒の母比率を０．５とする。このとき，１００人の無作為標本のうちで全く読書をしなかった生徒の数を表す確率変数をＸとすると，Ｘは $\boxed{ア}$ に従う。また，Ｘの平均(期待値) は $\boxed{イウ}$，標準偏差は $\boxed{エ}$ である。

$\boxed{ア}$ については，最も適当なものを，次の ⓪～⑤ のうちから一つ選べ。

⓪　正規分布 $N(0\,,1)$	①　二項分布 $B(0\,,1)$
②　正規分布 $N(100\,,0.5)$	③　二項分布 $B(100\,,0.5)$
④　正規分布 $N(100\,,36)$	⑤　二項分布 $B(100\,,36)$

（2）標本の大きさ１００は十分に大きいので，１００人のうち全く読書をしなかった生徒の数は近似的に正規分布に従う。

全く読書をしなかった生徒の母比率を０．５とするとき，全く読書をしなかった生徒が３６人以下となる確率を p_5 とおく。p_5 の近似値を求めると，$p_5 = \boxed{オ}$ である。

また，全く読書をしなかった生徒の母比率を０．４とするとき，全く読書をしなかった生徒が３６人以下となる確率を p_4 とおくと，$\boxed{カ}$ である。

$\boxed{オ}$ については，最も適当なものを，次の ⓪～⑤ のうちから一つ選べ。

⓪　0.001	①　0.003	②　0.026
③　0.050	④　0.133	⑤　0.497

$\boxed{カ}$ の解答群

⓪　$p_4 < p_5$	①　$p_4 = p_5$	②　$p_4 > p_5$

（3）１週間の読書時間の母平均 m に対する信頼度９５％の信頼区間を $C_1 \leqq m \leqq C_2$ とする。標本の大きさ１００は十分に大きいことと，１週間の読書時間の標本平均が２０４，母標準偏差が１５０であることを用いると，$C_1 + C_2 = \boxed{キクケ}$，$C_2 - C_1 = \boxed{コサ}.\boxed{シ}$ であることがわかる。

また，母平均 m と C_1，C_2 については，$\boxed{ス}$。

$\boxed{ス}$ の解答群

⓪　$C_1 \leqq m \leqq C_2$ が必ず成り立つ
①　$m \leqq C_2$ は必ず成り立つが，$C_1 \leqq m$ が成り立つとは限らない
②　$C_1 \leqq m$ は必ず成り立つが，$m \leqq C_2$ が成り立つとは限らない
③　$C_1 \leqq m$ も $m \leqq C_2$ も成り立つとは限らない

（４）Ｑ高校の図書委員長も，校長先生と同じ新聞記事を読んだため，校長先生が調査していることを知らずに，図書委員会として校長先生と同様の調査を独自に行った。ただし，調査期間は校長先生による調査と同じ直前の１週間であり，対象をＱ高校の生徒全員として１００人の生徒を無作為に抽出した。その調査における，全く読書をしなかった生徒の数を n とする。

校長先生の調査結果によると全く読書をしなかった生徒は３６人であり，**セ**。

セ の解答群

⓪　n は必ず３６に等しい	①　n は必ず３６未満である
②　n は必ず３６より大きい	③　n と３６の大小関係はわからない

（５）（４）の図書委員会が行った調査結果による母平均 m に対する信頼度９５％の信頼区間を $D_1 \leqq m \leqq D_2$ ，校長先生が行った調査結果による母平均 m に対する信頼度９５％の信頼区間を（３）の $C_1 \leqq m \leqq C_2$ とする。ただし，母集団は同一であり，１週間の読書時間の母標準偏差は１５０とする。

このとき，次の ⓪～⑤ のうち，正しいものは **ソ** と **タ** である。

ソ，タ の解答群（解答の順序は問わない。）

⓪　$C_1 = D_1$ と $C_2 = D_2$ が必ず成り立つ。
①　$C_1 < D_2$ または $D_1 < C_2$ のどちらか一方のみが必ず成り立つ。
②　$D_2 < C_1$ または $C_2 < D_1$ となる場合もある。
③　$C_2 - C_1 > D_2 - D_1$ が必ず成り立つ。
④　$C_2 - C_1 = D_2 - D_1$ が必ず成り立つ。
⑤　$C_2 - C_1 < D_2 - D_1$ が必ず成り立つ。

問題Ｂ０９➔

問題Ｂ１０　第３問（選択問題）（配点　２０）　　　　（２２　共通テスト　数ⅡＢ　改）

問題　以下の問題を解答するにあたっては，必要に応じて正規分布表（省略）を用いてもよい。

ジャガイモを栽培し販売している会社に勤務する花子さんは，Ａ地区とＢ地区で収穫されるジャガイモについて調べることになった。

（１）Ａ地区で収穫されるジャガイモには１個の重さが２００ｇを超えるものが２５％含まれることが経験的にわかっている。花子さんはＡ地区で収穫されたジャガイモから４００個を無作為に抽出し，重さを計測した。そのうち，重さが２００ｇを超えるジャガイモの個数を表す確率変数をＺとする。このときＺは二項分布Ｂ(４００，０．$\boxed{\text{アイ}}$）に従うから，Ｚの平均（期待値）は $\boxed{\text{ウエオ}}$ である。

（２）Ｚを（１）の確率変数とし，Ａ地区で収穫されたジャガイモ４００個からなる標本において，重さが２００ｇを超えていたジャガイモの標本における比率をＲ＝$\dfrac{Z}{400}$ とする。このとき，Ｒの標準偏差は$\sigma(R)=$ $\boxed{\text{カ}}$ である。

標本の大きさ４００は十分に大きいので，Ｒは近似的に正規分布Ｎ(０．$\boxed{\text{アイ}}$，($\boxed{\text{カ}}$)^2)に従う。

したがって，$P(R \geqq x)=$０．０４６５ となるようなx の値は $\boxed{\text{キ}}$ となる。ただし，$\boxed{\text{キ}}$ の計算においては $\sqrt{3}=$１．７３ とする。

$\boxed{\text{カ}}$ の解答群

⓪ $\dfrac{3}{6400}$	① $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$	② $\dfrac{\sqrt{3}}{80}$	③ $\dfrac{\sqrt{3}}{40}$

$\boxed{\text{キ}}$ については，最も適当なものを，次の ⓪～③ のうちから一つ選べ。

⓪ 0.209	① 0.251	② 0.286	③ 0.395

（３）Ｂ地区で収穫され，出荷される予定のジャガイモ１個の重さは１００ｇから３００ｇの間に分布している。Ｂ地区で収穫され，出荷される予定のジャガイモ１個の重さを表す確率変数をＸとするとき，Ｘは連続型確率変数であり，Ｘのとり得る値xの範囲は １００≦x≦３００ である。

花子さんは，Ｂ地区で収穫され，出荷される予定のすべてのジャガイモのうち，重さが２００ｇ以上のものの割合を見積もりたいと考えた。そのために花子さんは，Ｘの確率密度関数 $f(x)$ として適当な関数を定め，それを用いて割合を見積もるという方針を立てた。

Ｂ地区で収穫され，出荷される予定のジャガイモから２０６個を無作為に抽出したところ，重さの標本平均は１８０ｇであった。図１はこの標本のヒストグラムである。

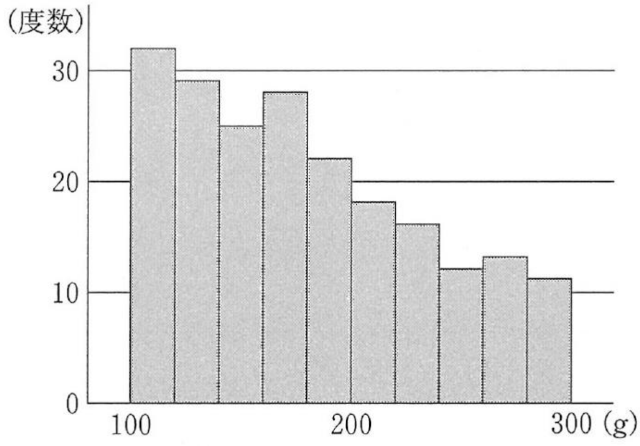


図１　ジャガイモの重さのヒストグラム

花子さんは図１のヒストグラムにおいて，重さ x の増加とともに度数がほぼ一定の割合で減少している傾向に着目し，Xの確率密度関数 $f(x)$ として，１次関数

$$f(x) = ax + b \quad (100 \leqq x \leqq 300)$$

を考えることにした。ただし，$100 \leqq x \leqq 300$ の範囲で $f(x) \geqq 0$ とする。

このとき，$P(100 \leqq X \leqq 300) = \boxed{ク}$ であることから，

$$\boxed{ケ} \cdot 10^4 a + \boxed{コ} \cdot 10^2 b = \boxed{ク} \quad \cdots\cdots ①$$

である。

花子さんは，Xの平均（期待値）が重さの標本平均１８０ｇと等しくなるように確率密度関数を定める方法を用いることにした。

連続型確率変数Xのとり得る値 x の範囲が $100 \leqq x \leqq 300$ で，その確率密度関数が $f(x)$ のとき，Xの平均（期待値）m は

$$m = \int_{100}^{300} x f(x) dx$$

で定義される。この定義と花子さんの採用した方法から

$$m = \frac{26}{3} \cdot 10^6 a + 4 \cdot 10^4 b = 180 \quad \cdots\cdots ②$$

となる。① と② により，確率密度関数は

$$f(x) = -\boxed{サ} \cdot 10^{-5} x + \boxed{シス} \cdot 10^{-3} \quad \cdots\cdots ③$$

と得られる。このようにして得られた③ の $f(x)$ は，$100 \leqq x \leqq 300$ の範囲で $f(x) \geqq 0$ を満たしており，確かに確率密度関数として適当である。

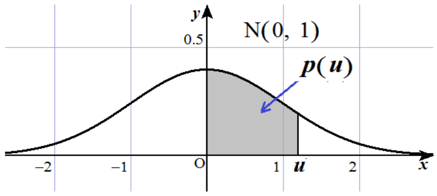
したがって，この花子さんの方針に基づくと，Ｂ地区で収穫され，出荷される予定のすべてのジャガイモのうち，重さが２００ｇ以上のものは $\boxed{セ}$ ％あると見積もることができる。

$\boxed{セ}$ については，最も適当なものを，次の ⓪～③ のうちから一つ選べ。

⓪　３３	①　３４	②　３５	③　３６

Column　正規分布表

標準正規分布 $N(0\,,1)$ を表す関数 $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}$ において，$p(u)=\int_0^u f(x)\,dx$ の値は下の表のとおりである。



u	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990

この表はＥｘｃｅｌのＮＯＲＭＳＤＩＳＴ関数を用いて作成したが，

$NORMSDIST(u)=\int_{-\infty}^{u} f(x)\,dx$ なので，$p(u)=NORMSDIST(u)-0.5$ である。