

第2節 実数

P.24 練習28

(1) $\frac{8}{9} = 0.888\dots = 0.\dot{8}$

(2) $\frac{6}{11} = 0.5454\dots = 0.\dot{5}\dot{4}$

(3) $\frac{10}{27} = 0.370370\dots = 0.\dot{3}\dot{7}\dot{0}$

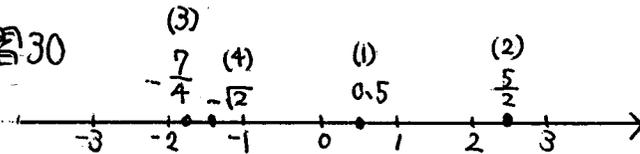
(4) $\frac{25}{22} = 1.13636\dots = 1.1\dot{3}\dot{6}$

P.26 練習29

数の範囲	加法	減法	乗法	除法
自然数	○	× ^{*1}	○	× ^{*2}
整数	○	○	○	× ^{*3}
有理数	○	○	○	○
実数	○	○	○	○

*1 $2-3=-1$... 自然数ではないので×*2 $2\div 3 = \frac{2}{3}$... 自然数ではないので×*3 $-2\div 3 = -\frac{2}{3}$... 整数ではないので×

練習30



P.27 練習31

(1) $|3|=3$ (2) $|-4| = -1 \times (-4) = 4$

(3) $|\frac{2}{3}| = \frac{2}{3}$

 $|a|$ の注意 $a \geq 0$ ならば $|a| = a$ $a < 0$ ならば $|a| = -1 \times a$ 覚える \rightarrow

練習32 5 と -5

練習33

(1) $|2-3| = |-1| = -1 \times (-1) = 1$

(2) $|1-(-3)| = |1+3| = |4| = 4$

(3) $|3-\pi| = -1 \times (3-\pi) = -3+\pi$

(注) $3-\pi < 0$ $\pi-3$ も O.K計算できる場合はやってしまう。
できない場合は $|a|$ の注意参照

P.28 練習34

(1) $\sqrt{6}$ と $-\sqrt{6}$ \rightsquigarrow $\pm\sqrt{6}$ と書くことが多い。

(2) $\sqrt{16} = 4$

注意! $\sqrt{16} = \pm 4$ は
まちがい

$$-\sqrt{\frac{9}{25}} = -\frac{3}{5}$$

P.29 練習35

(1) $\sqrt{2}\sqrt{3} = \sqrt{2 \times 3} = \sqrt{6}$ (2) $\sqrt{2}\sqrt{5} = \sqrt{2 \times 5} = \sqrt{10}$

(3) $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{6}{3}} = \sqrt{2}$

(4) $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{8}{2}} = \sqrt{4} = \sqrt{2^2} = 2$

練習36

(1) $3\sqrt{2} = \sqrt{3^2}\sqrt{2} = \sqrt{3^2 \times 2} = \sqrt{18}$ (2) $4\sqrt{3} = \sqrt{4^2}\sqrt{3} = \sqrt{4^2 \times 3} = \sqrt{48}$

(3) $5\sqrt{5} = \sqrt{5^2}\sqrt{5} = \sqrt{5^2 \times 5} = \sqrt{125}$ (4) $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2^2}} = \sqrt{\frac{3}{2^2}} = \sqrt{\frac{3}{4}}$

練習37

(1) $\sqrt{8} = \sqrt{2^2 \times 2} = 2\sqrt{2}$ (2) $\sqrt{12} = \sqrt{2^2 \times 3} = 2\sqrt{3}$

(3) $\sqrt{50} = \sqrt{5^2 \times 2} = 5\sqrt{2}$

P.30 練習38

(1) $5\sqrt{3} - 2\sqrt{3} + \sqrt{3} = (5-2+1)\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$

(2) $\sqrt{2} + \sqrt{32} - \sqrt{72} = \sqrt{2} + \sqrt{4^2 \times 2} - \sqrt{6^2 \times 2} = \sqrt{2} + 4\sqrt{2} - 6\sqrt{2}$
 $= (1+4-6)\sqrt{2} = -\sqrt{2}$

(3) $(5\sqrt{2} - 3\sqrt{3}) - (2\sqrt{2} + \sqrt{3}) = 5\sqrt{2} - 3\sqrt{3} - 2\sqrt{2} - \sqrt{3}$
 $= 5\sqrt{2} - 2\sqrt{2} - 3\sqrt{3} - \sqrt{3} = 3\sqrt{2} - 4\sqrt{3}$

(4) $(2\sqrt{5} + 3\sqrt{6}) - (\sqrt{46} - \sqrt{45}) = 2\sqrt{5} + 3\sqrt{6} - (\sqrt{4^2 \times 6} - \sqrt{3^2 \times 5})$
 $= 2\sqrt{5} + 3\sqrt{6} - (4\sqrt{6} - 3\sqrt{5}) = 2\sqrt{5} + 3\sqrt{6} - 4\sqrt{6} + 3\sqrt{5}$
 $= 2\sqrt{5} + 3\sqrt{5} + 3\sqrt{6} - 4\sqrt{6} = 5\sqrt{5} - \sqrt{6}$

P.30 練習39

$$(1) (4\sqrt{2} + 3\sqrt{5})(2\sqrt{2} - \sqrt{5}) = 4\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} + 4\sqrt{2}(-\sqrt{5}) + 3\sqrt{5} \times 2\sqrt{2} + 3\sqrt{5} \times (-\sqrt{5})$$

$$= 8 \times 2 - 4\sqrt{10} + 6\sqrt{10} - 3 \times 5 = 16 + 2\sqrt{10} - 15 = 1 + 2\sqrt{10}$$

$$(2) (2\sqrt{3} - \sqrt{6})(\sqrt{3} + 3\sqrt{6}) = 2\sqrt{3} \times \sqrt{3} + 2\sqrt{3} \times 3\sqrt{6} - \sqrt{6} \times \sqrt{3} - \sqrt{6} \times 3\sqrt{6}$$

$$= 2 \times 3 + 6 \times 3\sqrt{2} - 3\sqrt{2} - 3 \times 6 = 6 + 18\sqrt{2} - 3\sqrt{2} - 18 = -12 + 15\sqrt{2}$$

$$(3) (\sqrt{7} + \sqrt{3})^2 = \sqrt{7}^2 + 2\sqrt{7}\sqrt{3} + \sqrt{3}^2 = 7 + 2\sqrt{21} + 3 = 10 + 2\sqrt{21}$$

$$(4) (\sqrt{6} - 2)^2 = \sqrt{6}^2 - 2 \times \sqrt{6} \times 2 + 2^2 = 6 - 4\sqrt{6} + 4 = 10 - 4\sqrt{6}$$

$$(5) (\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2}) = \sqrt{3}^2 - \sqrt{2}^2 = 3 - 2 = 1 \quad \left. \begin{array}{l} \text{注意!} \\ \text{と使, 2 いる} \end{array} \right\}$$

$$(6) (3 - \sqrt{5})(3 + \sqrt{5})^2 = 3^2 - \sqrt{5}^2 = 9 - 5 = 4 \quad \left. \begin{array}{l} (a+b)(a-b) = a^2 - b^2 \\ \text{と使, 2 いる} \end{array} \right\}$$

P.31 練習40

$$(1) \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3} \quad (2) \frac{4}{\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$$

$$(3) \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2} \quad (4) \frac{1}{2\sqrt{5}} = \frac{1 \times \sqrt{5}}{2\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{10}$$

練習41

$$(1) \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} = \frac{1 \times (\sqrt{3} - \sqrt{2})}{(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})} = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3}^2 - \sqrt{2}^2} = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{3 - 2} = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{1} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$$

$$(2) \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{5} + \sqrt{3})}{(\sqrt{5} - \sqrt{3})(\sqrt{5} + \sqrt{3})} = \frac{\sqrt{10} + \sqrt{6}}{\sqrt{5}^2 - \sqrt{3}^2} = \frac{\sqrt{10} + \sqrt{6}}{5 - 3} = \frac{\sqrt{10} + \sqrt{6}}{2}$$

$$(3) \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{5} + 1} = \frac{2\sqrt{3}(\sqrt{5} - 1)}{(\sqrt{5} + 1)(\sqrt{5} - 1)} = \frac{2\sqrt{15} - 2\sqrt{3}}{\sqrt{5}^2 - 1^2} = \frac{2(\sqrt{15} - \sqrt{3})}{5 - 1} = \frac{2(\sqrt{15} - \sqrt{3})}{4} = \frac{\sqrt{15} - \sqrt{3}}{2}$$

$$(4) \frac{\sqrt{5} + \sqrt{2}}{\sqrt{5} - \sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{5} + \sqrt{2})(\sqrt{5} + \sqrt{2})}{(\sqrt{5} - \sqrt{2})(\sqrt{5} + \sqrt{2})} = \frac{\sqrt{5}^2 + 2\sqrt{5}\sqrt{2} + \sqrt{2}^2}{\sqrt{5}^2 - \sqrt{2}^2} = \frac{5 + 2\sqrt{10} + 2}{5 - 2}$$

$$= \frac{7 + 2\sqrt{10}}{3}$$

注意! 練習40は分母に
 $\sqrt{\quad}$ が1つだけ。練習41は
 $\sqrt{\quad}$ が2つ、あるいは $\sqrt{\quad}$ と
 整数の場合 → 違いに注意

P.32 練習 1

$$(1) \sqrt{7+2\sqrt{10}} = \sqrt{5+2\sqrt{5 \times 2} + 2} = \sqrt{5^2 + 2\sqrt{5 \times 2} + 2^2} = \sqrt{(\sqrt{5} + \sqrt{2})^2} \\ = |\sqrt{5} + \sqrt{2}| = \sqrt{5} + \sqrt{2}$$

$$(2) \sqrt{12-6\sqrt{3}} = \sqrt{12-2\sqrt{27}} = \sqrt{9-2\sqrt{9 \times 3} + 3} = \sqrt{9^2 - 2\sqrt{9 \times 3} + 3^2} \\ = \sqrt{(\sqrt{9} - \sqrt{3})^2} = |\sqrt{9} - \sqrt{3}| = 3 - \sqrt{3}$$

$$(3) \sqrt{2+\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{4+2\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{3+2\sqrt{3 \times 1} + 1}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{\sqrt{3}^2 + 2\sqrt{3 \times 1} + 1^2}}{\sqrt{2}} \\ = \frac{\sqrt{(\sqrt{3} + 1)^2}}{\sqrt{2}} = \frac{|\sqrt{3} + 1|}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{3} + 1)\sqrt{2}}{\sqrt{2}\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2}$$

P.33 補充問題

5. 解1.

$$(1) x=3 \quad \sqrt{(3+1)^2} = \sqrt{4^2} = 4$$

$$(2) x=-1 \quad \sqrt{(-1+1)^2} = \sqrt{0^2} = 0$$

$$(3) x=-3 \quad \sqrt{(-3+1)^2} = \sqrt{(-2)^2} = \sqrt{2^2} = 2$$

解2

$$\sqrt{(x+1)^2} = |x+1| \quad \dots \quad 2乗のルートは絶対値と覚える$$

$$x+1 \geq 0 \text{ ならば } x \geq -1 \text{ ならば } |x+1| = x+1$$

$$x+1 < 0 \text{ ならば } x < -1 \text{ ならば } |x+1| = -1 \times (x+1)$$

であることと理解した上で

$$(1) x=3 \quad x \geq -1 \text{ だから } \sqrt{(x+1)^2} = x+1 = 3+1 = 4$$

$$(2) x=-1 \quad x \geq -1 \text{ だから } \sqrt{(x+1)^2} = x+1 = -1+1 = 0$$

$$(3) x=-3 \quad x < -1 \text{ だから } \sqrt{(x+1)^2} = -1 \times (x+1) = -1 \times (-3+1) = 2$$

★今後、様々な問題を解くために「解2」のように理解して欲しい。

6. 黄色枠の P.29 と P.43 を参考にすること。x と y を別々に代入可能な x+y や xy を代入して、方が効率よく計算できる問題。

$$(1) x+y = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{5}}{2} + \frac{\sqrt{3} - \sqrt{5}}{2} = \sqrt{3} \quad (2) xy = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{5}}{2} \times \frac{\sqrt{3} - \sqrt{5}}{2} = \frac{\sqrt{3}^2 - \sqrt{5}^2}{4} = \frac{3-5}{4} = -\frac{1}{2}$$

$$(3) (x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2 \text{ だから}$$

$$(4) 2xy + xy^2 = xy(x^2 + y^2)$$

$$x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2xy = \sqrt{3}^2 - 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = 3+1 = 4$$

$$= -\frac{1}{2} \times 4 = -2$$

$$7 \quad \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2}+1)}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} = \frac{2+\sqrt{2}}{\sqrt{2}^2-1^2} = \frac{2+\sqrt{2}}{2-1} = \frac{2+\sqrt{2}}{1} = 2+\sqrt{2}$$

$\sqrt{2} \doteq 1.4142$ 8桁なので

$$2+\sqrt{2} = 3.4142$$

注意!

\doteq は近似値の意味

$$8 \quad (1) \quad 2\sqrt{27} - 3\sqrt{12} + \sqrt{48} = 2\sqrt{3^2 \times 3} - 3\sqrt{2^2 \times 3} + \sqrt{3^2 \times 6} = 6\sqrt{3} - 6\sqrt{3} + 3\sqrt{6} = 3\sqrt{6}$$

$$(2) \quad (\sqrt{3} + \sqrt{6})^2 = \sqrt{3}^2 + 2\sqrt{3}\sqrt{6} + \sqrt{6}^2 = 3 + 6\sqrt{2} + 6 = 9 + 6\sqrt{2}$$

$$(3) \quad \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{8}} = \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{3}-1)\sqrt{2}}{2\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$$

$$(4) \quad \frac{2\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} = \frac{(2\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})} = \frac{2 \times 3 + 2\sqrt{3} \times (-\sqrt{2}) + \sqrt{2} \times \sqrt{3} - 2}{\sqrt{3}^2 - \sqrt{2}^2} = \frac{6 - 2\sqrt{6} + \sqrt{6} - 2}{3-2} = 4 - \sqrt{6}$$

$$(5) \quad \frac{3}{2-\sqrt{7}} = \frac{3(2+\sqrt{7})}{(2-\sqrt{7})(2+\sqrt{7})} = \frac{3(2+\sqrt{7})}{2^2 - \sqrt{7}^2} = \frac{3(2+\sqrt{7})}{4-7} = \frac{3(2+\sqrt{7})}{-3} = -2 - \sqrt{7}$$

$$(6) \quad \frac{3+\sqrt{3}}{\sqrt{6}(1+\sqrt{3})} = \frac{\sqrt{3}(\sqrt{3}+1)}{\sqrt{6}(1+\sqrt{3})} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

P.34 第3節 1次不等式

練習42

$$(1) \quad \begin{aligned} 5x+2 &= 2x+7 \\ 3x &= 5 \\ x &= \frac{5}{3} \end{aligned}$$

$$(2) \quad \begin{aligned} 0.5x &= 0.2x - 6 \\ 5x &= 2x - 60 \\ 3x &= -60 \\ x &= -20 \end{aligned}$$

$$(3) \quad \begin{aligned} \frac{2}{3}x - 4 &= \frac{1}{2}x - 3 \\ 6\left(\frac{2}{3}x - 4\right) &= 6\left(\frac{1}{2}x - 3\right) \\ 4x - 24 &= 3x - 18 \\ x &= 24 - 18 \\ x &= 6 \end{aligned}$$

P.35

練習43

$$(1) \quad 2x+3 \geq 5 \quad (2) \quad -2 < a+b < 0$$

P.36 練習44

$$(1) 2a < 2b \quad \frac{a}{2} < \frac{b}{2} \quad -2a > -2b \quad \frac{a}{-2} > \frac{b}{-2}$$

$$(2) 2a < 2b \quad \frac{a}{2} < \frac{b}{2} \quad -2a > -2b \quad \frac{a}{-2} > \frac{b}{-2}$$

注意! 両辺に同じ正の数 \times かけたり、割ったりしても
不等号の向きは変わらないが、同じ負の数 \times かけたり、割ったりした
場合は不等号の向きは逆になる性質を理解せよということ

P.37 練習45

$$(1) a-3 > 0 \quad (2) -a > 0, \quad 2a < 0 \quad (3) -a > 3 \quad a < -3$$

P.39 練習46

$$(1) \begin{aligned} 5x-9 &> 1 \\ 5x &> 10 \\ x &> 2 \end{aligned} \quad (2) \begin{aligned} 2x+3 &\leq 5 \\ 2x &\leq 2 \\ x &\leq 1 \end{aligned} \quad (3) \begin{aligned} -4x-5 &< 7 \\ 4x+5 &> -7 \\ 4x &> -12 \\ x &> -3 \end{aligned}$$

注意! (書いてはいけないこと)

計算するとの意味で $=$ を次のように使った解答を見るか
やめること。数学の記号の使いかたとして、かなりおかしい。

かなり
はん

せまる

$$\begin{aligned} &5x-9 > 1 \\ &5x > 10 \\ &x > 2 \end{aligned}$$

P.40 練習47

$$(1) \begin{aligned} 5x-2 &< 2x+4 \\ 3x &< 6 \\ x &< 2 \end{aligned} \quad (2) \begin{aligned} 6x-3 &\geq 8x+7 \\ -2x &\geq 10 \\ x &\leq -5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (3) \quad & 2(4x-1) > 5x-11 \\
 & 8x-2 > 5x-11 \\
 & 3x > -9 \\
 & x > -3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (4) \quad & 3(3-2x) \leq 4-3x \\
 & 9-6x \leq 4-3x \\
 & -3x \leq -5 \\
 & x \geq \frac{5}{3}
 \end{aligned}$$

練習48

$$(1) \quad \frac{1}{2}x-1 \leq \frac{2}{7}x+\frac{1}{2}$$

$$(2) \quad \frac{1}{3}x+1 < \frac{3}{4}x-\frac{1}{2}$$

$$14\left(\frac{1}{2}x-1\right) \leq 14\left(\frac{2}{7}x+\frac{1}{2}\right)$$

$$12\left(\frac{1}{3}x+1\right) < 12\left(\frac{3}{4}x-\frac{1}{2}\right)$$

$$7x-14 \leq 4x+7$$

$$4x+12 < 9x-6$$

$$3x \leq 21$$

$$-5x < -18$$

$$x \leq 7$$

$$x > \frac{18}{5}$$

注意! 不等式は P.40 や P.41 に示されているように数直線で表して理解すること。これを怠るとやがて理解不能になる。

練習49 注意! 連立不等式は式1本ごとに番号付けるとよい

$$(1) \quad \begin{cases} 6x-9 < 2x-1 \cdots \textcircled{1} \\ 3x+7 \leq 4(2x+3) \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

①について

$$4x < 8$$

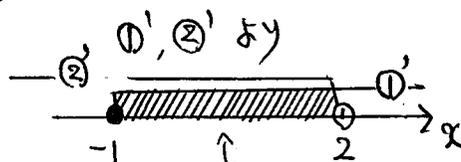
$$x < 2 \cdots \textcircled{1}'$$

②について

$$3x+7 \leq 8x+12$$

$$-5x \leq 5$$

$$x \geq -1 \cdots \textcircled{2}'$$



①, ② 両方を満たしているのはこの区間

$$-1 \leq x < 2$$

$$\begin{cases} 3x+1 \geq 7x-5 \quad \dots ① \\ -x+6 < 3(1-2x) \quad \dots ② \end{cases}$$

① について

$$-4x \geq -6$$

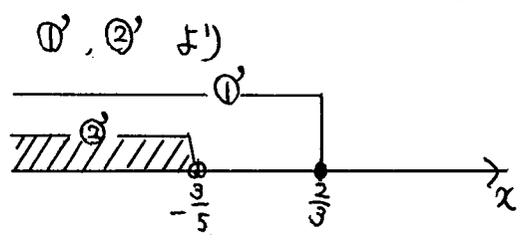
$$x \leq \frac{2}{3} \quad \dots ①'$$

② について

$$-x+6 < 3-6x$$

$$5x < -3$$

$$x < -\frac{3}{5} \quad \dots ②'$$



$$x < -\frac{3}{5}$$

P.42 練習 50

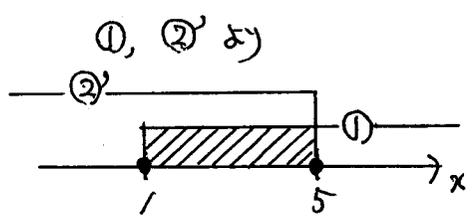
(1) x が 2ヶ所以上にある場合は 2つに分ける。

$$\begin{cases} 1 \leq x \quad \dots ① \\ x \leq 15-2x \quad \dots ② \end{cases}$$

② について

$$3x \leq 15$$

$$x \leq 5 \quad \dots ②'$$



$$1 \leq x \leq 5$$

(2) x が中央に 1ヶ所だけの場合には、その子母計算するとよい

$$\begin{aligned} -2 < 3x+1 < 5 \\ -3 < 3x < 4 \\ -1 < x < \frac{4}{3} \end{aligned}$$

$$\frac{100}{7} = 14.2 \dots$$

P.43 練習 51 まずは n について 解く。

$$\begin{aligned} 600 + 25n - 500 &\leq 32n \\ 100 &\leq 7n \\ \frac{100}{7} &\leq n \end{aligned}$$

$\frac{100}{7}$ 以上の最小の自然数は 15
 7
 7a21

15

P.43 練習 52 m について解く $\frac{32}{3}$ を越えなければ最大の自然数は 10

$$40 + 2(m-4) > 5m$$

$$40 + 2m - 8 > 5m$$

$$32 > 3m$$

$$\frac{32}{3} > m$$

3
なので 10

練習 53 買う菓子 A の個数を x とすれば
菓子 B の個数は $30 - x$ (このま)

$$120x + 80(30 - x) + 100 \leq 3000$$

$$12x + 8(30 - x) + 10 \leq 300$$

$$12x + 240 - 8x + 10 \leq 300$$

$$4x \leq 50$$

$$x \leq 12.5$$

12.5 個以下に抑えればよから 最大 12 個買える

P.44. この N-ジは記号と例 30 のような数直線に表した時の意味をよく理解しておく。こゝが不十分だと、そのうち理解不能になる。

練習 54

(1) $|x| = 2$ (2) $|x| < 2$ (3) $|x| > 4$
 $x = 2, x = -2$ $-2 < x < 2$ $x < -4, x > 4$
 ($x = \pm 2$ と書いては ~~だ~~) ($x < \pm 2$ と書いては ~~だ~~) ($x > \pm 4$ と書いては ~~だ~~)

(4) $|x| \leq 4$
 $-4 \leq x \leq 4$
 ($x \leq \pm 4$ と書いては ~~だ~~)

このように書きださる人は記号の意味が理解できていない。

P.45 練習 55 注意! 数直線で表すとどうなるかもよく理解しておく

(1) $|x+4|=2$

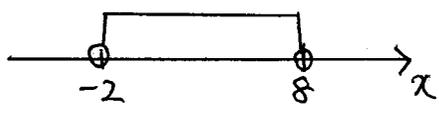
$x+4=2$, $x+4=-2$ 注意! 「,」は「または」の意味
 $x=-2$, $x=-6$

「 $x+4=\pm 2$
 $x=\pm 2-4$

$x=-2, -6$ ともよい

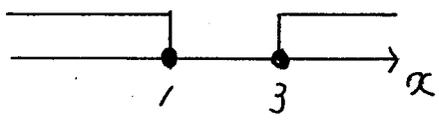
(2) $|x-3| < 5$

$-5 < x-3 < 5$
 $-2 < x < 8$



(3) $|x-2| \geq 1$

$x-2 \leq -1$, $x-2 \geq 1$
 $x \leq 1$, $x \geq 3$



P.45 研究 絶対値と場合分け.

例題12や練習55のような場合(簡単な場合)は上記のように形式的にやっても間違わないが、絶対値記号が2つあったり、絶対値記号と、その外側にも文字が含まれるような複雑な場合に対しては、場合分けしないと正解にたどりつけない。

教科書の説明を理解した上で、次のようにしても場合分けはできる。場合分けの境は $x-4=0$ になる $x=4$

[1] $x \geq 4$ であるならば $|x-4| = x-4$ なので
 $x-4 = -3x$ $4x=4$ $x=1$ であるか
 $x \geq 4$ ではないから 解として不適

[2] $x < 4$ であるならば $|x-4| = -(x-4) = -x+4$
 $-x+4 = -3x$ $2x = -4$, $x = -2$
 $x < 4$ を満たすから $x = -2$ は解

[1], [2] より $x = -2$.

このやり方は
黄チャート P.57
例題33 (2)や
PRACTICE (6)
を解くときに
便利

P.45 練習1 $|x+9|=2x$

$x+9=0$ となるのは $x=-9$

[1] $x \geq -9$ の場合 $|x+9|=x+9$

$x+9=2x$
 $-x=-9$
 $x=9$

$x \geq -9$ に満たすので $x=9$ は解

[2] $x < -9$ の場合 $|x+9|=-1 \times (x+9)$

$-1 \times (x+9)=2x$
 $-x-9=2x$
 $-3x=9$
 $x=-3$

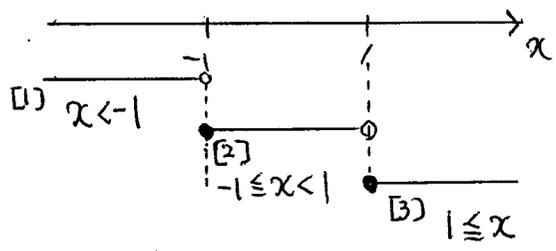
$x < -9$ に満たさないのだから $x=-3$ は解として不適

[1] と [2] より $x=9$

黄チャート P.57 例題 33 (2) $2x+|x+1|+|x-1|=6$

POINT: 絶対値が 0 になるところで場合分け.

$x+1=0$ となるのは $x=-1$, $x-1=0$ となるのは $x=1$



このようにすると楽

[1] $x < -1$ のとき

$|x+1|=-1 \times (x+1)$ $|x-1|=-1 \times (x-1)$ だから
 $2x-x-1-x+1=6$
 $0=6$ となり 解なし

[2] $-1 \leq x < 1$ のとき

$|x+1|=x+1$ $|x-1|=-1 \times (x-1)$ だから
 $2x+x+1-x+1=6$
 $2x=4$
 $x=2$ となり

$-1 \leq x < 1$ を満たさないから $x=2$ は解として不適

[3] $x \geq 1$ のとき

$|x+1|=x+1$ $|x-1|=x-1$ だから
 $2x+x+1+x-1=6$
 $4x=6$
 $x=\frac{3}{2}$

$x \geq 1$ に満たすので $x=\frac{3}{2}$ は解

[1], [2], [3] より

$x=\frac{3}{2}$

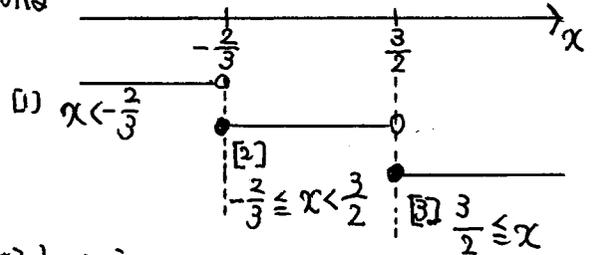
黄子ト P.60 B 28 (1) $|2x-3| \leq |3x+2|$

$2x-3=0$ となるのは

$3x+2=0$ となるのは

$$x = \frac{3}{2}$$

$$x = -\frac{2}{3}$$



[1] $x < -\frac{2}{3}$ のとき

$|2x-3| = -1 \times (2x-3)$ $|3x+2| = -1 \times (3x+2)$ だから

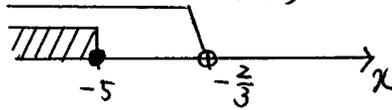
$$-(2x-3) \leq -(3x+2)$$

$$2x-3 \geq 3x+2$$

$$-x \geq 5$$

$$x \leq -5$$

これと $x < -\frac{2}{3}$ の共通部分は $x \leq -5$



[2] $-\frac{2}{3} \leq x < \frac{3}{2}$ のとき

$|2x-3| = -1 \times (2x-3)$ $|3x+2| = 3x+2$ だから

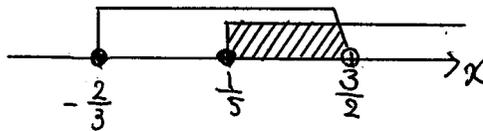
$$-1 \times (2x-3) \leq 3x+2$$

$$-2x+3 \leq 3x+2$$

$$-5x \leq -1$$

$$x \geq \frac{1}{5}$$

これと $-\frac{2}{3} \leq x < \frac{3}{2}$ の共通部分は $\frac{1}{5} \leq x < \frac{3}{2}$



[3] $\frac{3}{2} \leq x$ のとき

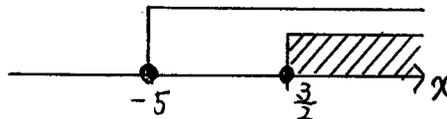
$|2x-3| = 2x-3$ $|3x+2| = 3x+2$ だから

$$2x-3 \leq 3x+2$$

$$-x \leq 5$$

$$x \geq -5$$

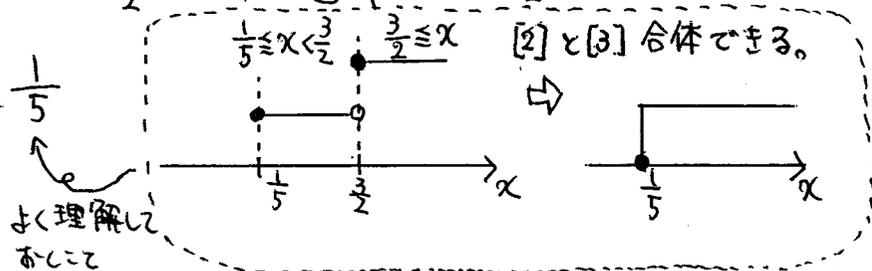
これと $\frac{3}{2} \leq x$ の共通部分は $\frac{3}{2} \leq x$



[1], [2], [3] より

$$x \leq -5, \quad x \geq \frac{1}{5}$$

$\frac{1}{5} \leq x < \frac{3}{2}$ $\frac{3}{2} \leq x$ [2] と [3] 合体できる。



よく理解し
おこし

P.46 補充問題

①

②

9 $-1 < x < 2$, $1 < y < 3$ のとき 次の式のとりうる値の範囲を求めよ。

(1) $2x + 3y$

①より

$-2 < 2x < 4 \dots \textcircled{3}$

②より

$3 < 3y < 9 \dots \textcircled{4}$

③, ④より

$-2 + 3 < 2x + 3y < 4 + 9$

$1 < 2x + 3y < 13$

(2) $5x - 3y$

①より

$-5 < 5x < 10 \dots \textcircled{5}$

②より

$-3 > -3y > -9$ 左から

$-9 < -3y < -3 \dots \textcircled{6}$

⑤, ⑥より

$-5 - 9 < 5x - 3y < 10 - 3$

$-14 < 5x - 3y < 7$

10 (1) $3x \leq x + 12 < 2x + 8$

$\begin{cases} 3x \leq x + 12 \dots \textcircled{1} \\ x + 12 < 2x + 8 \dots \textcircled{2} \end{cases}$

①より

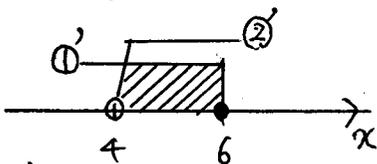
$2x \leq 12$

$x \leq 6 \dots \textcircled{1}'$

②より

$-x < -4$

$x > 4 \dots \textcircled{2}'$



①', ②'より

$4 < x \leq 6$

(2) $0.05 \leq 0.2 - \frac{x}{100} \leq 0.1$

両辺に 100 倍

$5 \leq 20 - x \leq 10$

$-15 \leq -x \leq -10$

$15 \geq x \geq 10$

★ この問題は x が 1ヶ所だけ
なので、このやり方が効率がよい。

P.46 11 (1) $|2x-1|=3$
 $2x-1=\pm 3$
 $2x=\pm 3+1$
 $x=\frac{\pm 3+1}{2}$
 $x=2, -1$

(2) $|2x-1|<3$
 $-3<2x-1<3$
 $-2<2x<4$
 $-1<x<2$

12. 7人乗り 9人シートの台数を x とすると 5人乗り 9人シートの台数は $8-x$ であり

$$\begin{cases} 7x + 5(8-x) \geq 47 & \dots \textcircled{1} \\ 800x + 720(8-x) \leq 6100 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

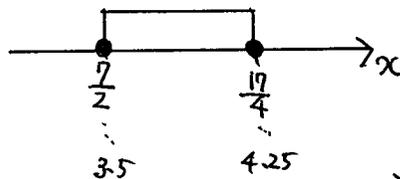
① 1より

$$\begin{aligned} 7x + 40 - 5x &\geq 47 \\ 2x &\geq 7 \\ x &\geq \frac{7}{2} \dots \textcircled{1}' \end{aligned}$$

② 1より

$$\begin{aligned} 80x + 72(8-x) &\leq 610 \\ 80x + 576 - 72x &\leq 610 \\ 8x &\leq 34 \\ x &\leq \frac{17}{4} \dots \textcircled{2}' \end{aligned}$$

①', ②' より



$$\frac{7}{2} \leq x \leq \frac{17}{4} \text{ より } x=4$$

これは 7人乗り 4台 5人乗り 4台

P.47 章末問題 A

(1) $(x^2+4-3x)(1-2x)$
 $= (x^2-3x+4)(-2x+1)$
 $= -2x^4+6x^3-8x+4x^3-3x+4$
 $= -2x^4+x^3+6x^2-11x+4$

(2) $(x-a)(x-b)(x-c)$
 $= (x^2-cx+ab)(x-c)$
 $= x^3-(a+b)x^2+abx-cx^2+(bc+ca)x-abc$
 $= x^3-(a+b+c)x^2+(ab+bx+ca)x-abc$

(3) $(x-1)(x+1)(x-2)(x+2)$
 $= (x^2-1)(x^2-4)$
 $= x^4-5x^2+4$

P.47 章末問題A

$$2 \quad (1) \quad 6x^2 + (3a-2b)x - ab \\ = (2x+a)(3x-b)$$

$$\begin{array}{r} 2x \quad a \quad 3a \\ 3 \quad -b \quad -2b \\ \hline 6 \quad -ab \quad 3a-2b \end{array}$$

$$(2) \quad 3x^2 + ax - 2a^2 + 4x - a + 1 \\ = 3x^2 + (a+4)x - (2a^2 + a - 1) \\ = 3x^2 + (a+4)x - (2a-1)(a+1) \\ = (3x-2a+1)(x+a+1)$$

$$\begin{array}{r} 3 \quad - (2a-1) \quad -2a+1 \\ 1 \quad x \quad a+1 \quad 3a+3 \\ \hline 3 \quad - (2a-1)(a+1) \quad a+4 \end{array}$$

$$(3) \quad (x^2-x)^2 - (x^2-x) - 2 = \{(x^2-x)-2\}\{(x^2-x)+1\} \\ = (x^2-x-2)(x^2-x+1) = (x+1)(x-2)(x^2-x+1)$$

$$3 \quad (1) \quad \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{8}} + \frac{1}{\sqrt{32}} = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{4\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{\sqrt{2}}{8} \\ = \frac{\sqrt{2}}{8}(4-2+1) = \frac{3\sqrt{2}}{8}$$

$$(2) \quad \frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} + \frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} = \frac{(2-\sqrt{3})^2}{2^2-\sqrt{3}^2} + \frac{(2+\sqrt{3})^2}{2^2-\sqrt{3}^2} = \frac{2^2-2 \times 2\sqrt{3}+\sqrt{3}^2}{4-3} + \frac{2^2+2 \times 2\sqrt{3}+\sqrt{3}^2}{4-3} \\ = 4+3+4+3 = 14$$

$$4. \quad (5) \text{ の誤り} \quad \sqrt{\{(-2)^3\}^2} = |(-2)^3| = 8$$

$$\begin{aligned} &\rightarrow 4800 \leq 3x \leq 6000 \\ &1600 \leq x \leq 2000 \end{aligned}$$

5 歩く距離を x m とする

距離 m	x	$4000-x$	4000
時間 分	$\frac{x}{80}$	$\frac{4000-x}{200}$	$\frac{x}{80} + \frac{4000-x}{200}$
速さ m/分	80	200	

$$\text{これより} \quad 32 \leq \frac{x}{80} + \frac{4000-x}{200} \leq 35 \quad \text{速さは400倍}$$

$$400 \times 32 \leq 5x + 8000 - 2x \leq 400 \times 35$$

$$400 \times 32 - 8000 \leq 3x \leq 400 \times 35 - 8000$$

1600 m 以上

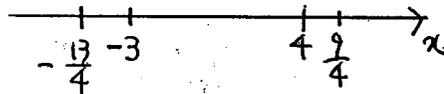
2000 m 以下

P.47 6 (1) $|3x-2|=4$
 $3x-2 = \pm 4$
 $3x = \pm 4+2$
 $x = \frac{\pm 4+2}{3}$
 $x = 2, -\frac{2}{3}$

(2) $|2x+5| > 2$
 $2x+5 < -2, 2x+5 > 2$
 $2x < -7, 2x > -3$
 $x < -\frac{7}{2}, x > -\frac{3}{2}$

(3) $|1-x| < 3$
 $-3 < 1-x < 3$
 $-4 < -x < 2$
 $4 > x > -2$

7 $|4x+2| < 11$
 $-11 < 4x+2 < 11$
 $-13 < 4x < 9$
 $-\frac{13}{4} < x < \frac{9}{4}$



$-3, -2, -1, 0, 1, 2$
 ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ 整数は6個

P.48 章末問題 B

8 $(x-1)(x+2)(x-3)(x+4)$
 $= (x^2+x-2)(x^2+x-12)$
 $= \{(x^2+x)-2\}\{(x^2+x)-12\}$
 $= (x^2+x)^2 - 14(x^2+x) + 24$
 $= x^4 + 2x^3 + x^2 - 14x^2 - 14x + 24$
 $= x^4 + 2x^3 - 13x^2 - 14x + 24$

9 (1) $2(n+1)^3 - 3n(n+1)^2 - 2(n+1)$
 $= (n+1)\{2(n+1)^2 - 3n(n+1) - 2\}$
 $= (n+1)\{2(n^2+2n+1) - 3n^2 - 3n - 2\}$
 $= (n+1)(2n^2+4n+2 - 3n^2 - 3n - 2)$
 $= (n+1)(-n^2+n) = -n(n+1)(n-1)$

(2) $ab(a-b) + bc(b-c) + ca(c-a)$
 $= a^2b - ab^2 - ca^2 + c^2a + bc(b-c)$
 $= (b-c)a^2 - (b^2-c^2)a + bc(b-c)$
 $= (b-c)\{a^2 - (b+c)a + bc\}$
 $\rightarrow = (b-c)(a-b)(a-c)$
 $= -(a-b)(b-c)(c-a)$

P.48 章末問題 B

10 (1) $(1+\sqrt{2}+\sqrt{3})(1+\sqrt{2}-\sqrt{3})$ (2) $\frac{4}{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}} \times \frac{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}}{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}} = \frac{4(1+\sqrt{2}-\sqrt{3})^2}{2\sqrt{2}}$
 $= \{(1+\sqrt{2})+\sqrt{3}\}\{(1+\sqrt{2})-\sqrt{3}\}$
 $= (1+\sqrt{2})^2 - \sqrt{3}^2$
 $= 1+2\sqrt{2}+2-3 = 2\sqrt{2}$
 $= \frac{2(1+\sqrt{2}-\sqrt{3})\sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \sqrt{2} + 2 - \sqrt{6}$

11 (1) $\sqrt{5} = 2.236 \dots$ のとき
 整数部分 $a=2$
 小数部分 $b=\sqrt{5}-2$
 (2) $\frac{a}{b} = \frac{2}{\sqrt{5}-2} \times \frac{\sqrt{5}+2}{\sqrt{5}+2} = \frac{2(\sqrt{5}+2)}{\sqrt{5}^2-2^2}$
 $= 2\sqrt{5} + 4 \div 2 \times 2.236 + 4$
 $= 8.472$ のとき 整数部分は 8

12 x 個買うことをする。
 $(1-0.12) \times 100x > 10 \times 100 + (1-0.25) \times 100(x-10)$
 $88x > 1000 + 75x - 750$
 $13x > 250$
 $x > \frac{250}{13} = 19.23 \dots$ 20個以上買えばよい

13 $\sqrt{x^2} + \sqrt{x^2-4x+4} = \sqrt{x^2} + \sqrt{(x-2)^2} = |x| + |x-2|$
 (1) $x < 0$ のとき $|x| = -x$ $|x-2| = -1 \times (x-2)$ のとき
 $|x| + |x-2| = -x - x + 2 = -2x + 2$
 (2) $0 \leq x < 2$ のとき $|x| = x$ $|x-2| = -1 \times (x-2)$ のとき
 $|x| + |x-2| = x - x + 2 = 2$
 (3) $x \geq 2$ のとき $|x| = x$ $|x-2| = x-2$ のとき
 $|x| + |x-2| = x + x - 2 = 2x - 2$

★覚える と楽	$\sqrt{2} = 1.41421356 \dots$	$\sqrt{3} = 1.7320508 \dots$
	ひたひたにひたひた	ひたひたにひたひた
	$\sqrt{5} = 2.2360679 \dots$	$\sqrt{6} = 2.449489 \dots$
	ひたひたにひたひた	ひたひたにひたひた
	$\sqrt{7} = 2.6457513 \dots$	$\sqrt{8} = 2.828427 \dots$
	ひたひたにひたひた	ひたひたにひたひた