

1 次の式を因数分解せよ。 (P 2 3 補充問題)

$$\begin{aligned} 3. (4) \quad & 2x^2 - xy - 3y^2 - 3x + 7y - 2 \\ & = 2x^2 - (y+3)x - (3y^2 - 7y + 2) \\ & = 2x^2 - (y+3)x - (3y-1)(y-2) \\ & = \{2x - (3y-1)\} \{x + (y-2)\} \\ & = (2x - 3y + 1)(x + y - 2) \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 2x \quad -(3y-1) \quad -3y+1 \\ 1 \times \quad y-2 \quad 2y-4 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 4. \quad & a(b^2 - c^2) + b(c^2 - a^2) + c(a^2 - b^2) \\ & = (c-b)a^2 - (c^2 - b^2)a + bc(c-b) \\ & = (c-b)\{a^2 - (b+c)a + bc\} \\ & = (c-b)(a-b)(a-c) \\ & = (a-b)(b-c)(c-a) \end{aligned}$$

2 次の式の 2 重根号をはずせ。 (P 3 2 発展)

$$\begin{aligned} (1) \quad & \sqrt{7+2\sqrt{10}} \\ & = \sqrt{5+12} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad & \sqrt{12-6\sqrt{3}} \\ & = \sqrt{12-2\sqrt{27}} \\ & = \sqrt{9-\sqrt{3}} \\ & = 3-\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) \quad & \sqrt{2+\sqrt{3}} \\ & = \sqrt{\frac{4+2\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{4+2\sqrt{3}}}{\sqrt{2}} \\ & = \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

3 次の問いに答えよ。 (P 4 8 章末問題 B)

(1) $(1+\sqrt{2}+\sqrt{3})(1+\sqrt{2}-\sqrt{3})$ を計算せよ。

$$\begin{aligned} & = (1+\sqrt{2})^2 - 3 = (3+2\sqrt{2}) - 3 \\ & = 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

(2) $\frac{1}{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}}$ の分母を有理化せよ。

$$\begin{aligned} & = \frac{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}}{(1+\sqrt{2}+\sqrt{3})(1+\sqrt{2}-\sqrt{3})} = \frac{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \\ & = \frac{\sqrt{2}+2-\sqrt{6}}{4} = \frac{2+\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4} \end{aligned}$$

4 $x = \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}, y = \frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$ のとき、次の式の値を求めよ。

(類 P 3 3 補充問題 6)

(1) $x+y$

$$x = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{3}$$

$$y = \frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{3} \text{ ㊦}$$

$$x+y = \frac{2}{3}\sqrt{5}$$

(2) xy

$$xy = \frac{1}{5-2} = \frac{1}{3}$$

(3) x^2+y^2

$$\begin{aligned} x^2+y^2 & = (x+y)^2 - 2xy \\ & = \left(\frac{2\sqrt{5}}{3}\right)^2 - 2 \cdot \frac{1}{3} \\ & = \frac{20}{9} - \frac{2}{3} \\ & = \frac{14}{9} \end{aligned}$$

(4) $\frac{y}{x} + \frac{x}{y}$

$$\begin{aligned} \frac{y}{x} + \frac{x}{y} & = \frac{x^2+y^2}{xy} \\ & = \frac{14}{9} \times 3 \\ & = \frac{14}{3} \end{aligned}$$

5 $\frac{1}{\sqrt{5}-2}$ の整数部分を a 、小数部分を b とする。

(1) a, b の値を求めよ。

$$\frac{1}{\sqrt{5}-2} = \frac{\sqrt{5}+2}{5-4} = \sqrt{5}+2 \text{ ㊦}$$

$$a=4, b=(\sqrt{5}+2)-4 = \sqrt{5}-2$$

(2) $b + \frac{1}{b}$ の値を求めよ。

$$(\sqrt{5}-2) + \frac{1}{\sqrt{5}-2} = (\sqrt{5}-2) + (\sqrt{5}+2) = 2\sqrt{5}$$

6 方程式 $|x+9|=2x$ を解け。 (P 4 5 研究)

・ $x < -9$ のとき

$$-(x+9) = 2x \text{ ㊦ } 3x = -9$$

$$x = -3 \text{ (不適)} \dots \text{①}$$

・ $x \geq -9$ のとき

$$x+9 = 2x \text{ ㊦}$$

$$x = 9 \dots \text{②}$$

$$\text{①, ② ㊦ } x = 9$$

7 不等式 $|4x+2| < 11$ を満たす整数 x の個数を求めよ。

(P 4 7 章末問題 A)

$$-11 < 4x+2 < 11 \text{ ㊦}$$

$$-13 < 4x < 9$$

$$-\frac{13}{4} < x < \frac{9}{4}$$

$$\text{㊦ } x = -3, -2, -1, 0, 1, 2 \text{ ㊦ } 6 \text{ 個}$$

8 $\sqrt{x^2} - \sqrt{x^2 - 4x + 4}$ を次の各場合に分けて簡単にせよ。

(P 48 章末問題 B)

(1) $x < 0$ の場合

$$|x| - |x-2| = -x + (x-2) = -2$$

(2) $0 \leq x < 2$ の場合

$$|x| - |x-2| = x + (x-2) = 2x-2$$

(3) $x \geq 2$ の場合

$$|x| - |x-2| = x - (x-2) = 2$$

9 方程式 $|x| + |x-2| = 3$ を解け。

(Hint: $x < 0$, $0 \leq x < 2$, $x \geq 2$ の場合に分ける。)

• $x < 0$ のとき

$$-x - (x-2) = 3 \quad \text{より} \quad 2x = -1$$

$$\text{より} \quad x = -\frac{1}{2} \quad \dots \text{①}$$

• $0 \leq x < 2$ のとき

$$x - (x-2) = 3 \quad \text{より} \quad 2 = 3 \quad \text{これは成り立たない}$$

解なし $\dots \text{②}$

• $x \geq 2$ のとき

$$x + (x-2) = 3 \quad \text{より} \quad 2x = 5$$

$$\text{より} \quad x = \frac{5}{2} \quad \dots \text{③}$$

$$\text{①} \sim \text{③} \quad \text{より} \quad x = -\frac{1}{2}, \frac{5}{2}$$

10 次の連立不等式を解け。

$$3x < x+12 \leq 2x+7$$

$$\bullet \quad 3x < x+12 \quad \text{より}$$

$$2x < 12 \quad \text{より} \quad x < 6 \quad \dots \text{①}$$

$$\bullet \quad x+12 \leq 2x+7 \quad \text{より}$$

$$x \geq 5 \quad \dots \text{②}$$

$$\text{①, ②} \quad \text{より} \quad 5 \leq x < 6$$

