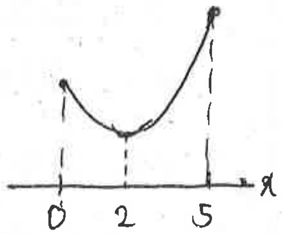
1 関数 $y=ax^2-4ax+b$ （$0 \leqq x \leqq 5$）の最大値が１５，最小値が－３であるとき，定数 a，b の値を求めよ。

（１）$a>0$ のとき

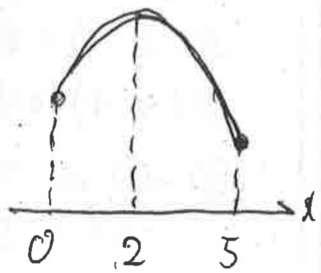
$f(x)=ax^2-4ax+b$
$=a(x^2-4x)+b$
$=a\{(x-2)^2-4\}+b$
$=a(x-2)^2-4a+b$ とおくて.



最大値 $f(5)=5a+b=15$ …①
最小値 $f(2)=-4a+b=-3$ …② であり.
①－② より. $9a=18$ よって. $a=2$
① に代入して. $b=5$

（２）$a<0$ のとき

$f(x)=ax^2-4ax+b$
$=a(x-2)^2-4a+b$
において.



最大値 $f(2)=-4a+b=15$ …③
最小値 $f(5)=5a+b=-3$ …④ であるから.
④－③ より. $9a=-18$ よって. $a=-2$
④ に代入して. $b=7$

2 x の２次関数 $y=x^2+2mx+3m$ の最小値を k とする。

（１）この関数の最小値 k を m の式で表せ。

$y=x^2+2mx+3m$
$=(x+m)^2-m^2+3m$ より.

最小値 $k=-m^2+3m$

（２）この関数の最小値 k が－４であるとき，m の値を求めよ。

$-m^2+3m=-4$ とおくて.
$m^2-3m-4=0$
$(m+1)(m-4)=0$ より
$m=-1,\ 4$

（３）k の値の最大値とそのときの m の値を求めよ。

$k=-m^2+3m$
$=-(m^2-3m)$
$=-\left\{\left(m-\frac{3}{2}\right)^2-\frac{9}{4}\right\}$
$=-\left(m-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{9}{4}$

よって. 最大値 $\frac{9}{4}$ （$m=\frac{3}{2}$ のとき）

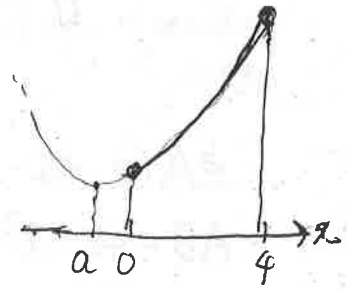
3 a は定数とする。関数 $y=x^2-2ax+1$ （$0 \leqq x \leqq 4$）について，

（１）この関数の最小値とそのときの x の値を，次の各場合についてそれぞれ求めよ。

ｉ）$a<0$ の場合

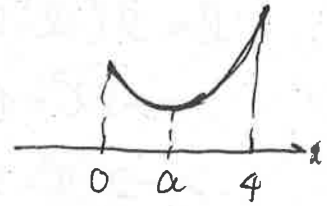
$y=(x-a)^2-a^2+1$ より.

$x=0$ のとき 最小値 1



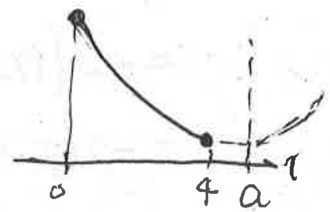
ⅱ）$0 \leqq a \leqq 4$ の場合

$x=a$ のとき 最小値 $-a^2+1$



ⅲ）$a>4$ の場合

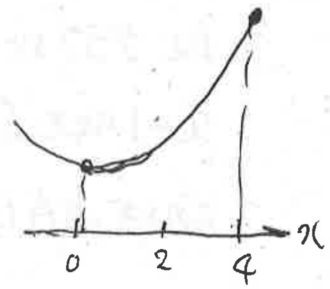
$x=4$ のとき 最小値 $-8a+17$.



（２）この関数の最大値とそのときの x の値を，次の各場合についてそれぞれ求めよ。

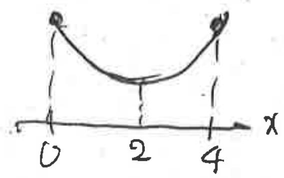
ｉ）$a<2$ の場合

$x=4$ のとき 最大値 $-8a+17$



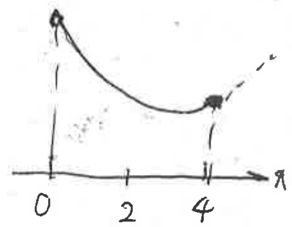
ⅱ）$a=2$ の場合

$x=0,4$ のとき 最大値 1

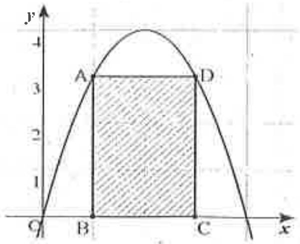


ⅲ）$a>2$ の場合

$x=0$ のとき 最大値 1



4 右の図のように，放物線 $y=4x-x^2$ と x 軸で囲まれた図形に内接する長方形ＡＢＣＤがある。この長方形の周の長さの最大値と，そのときの点Ａの座標を求めよ。



点A$(x,\ 4x-x^2)$ $(0<x<2)$ とおくと，

$AB=4x-x^2$，$BC=4-2x$ より，

長方形ABCDの周の長さを l とすると

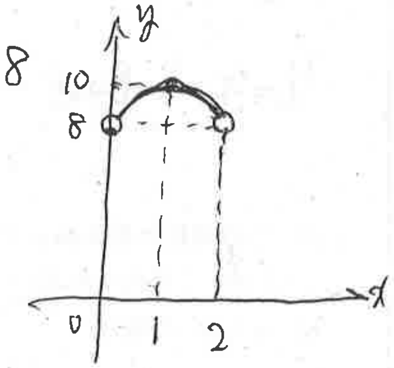
$l=2(4x-x^2)+2(4-2x)$

$=-2x^2+4x+8$

$=-2(x^2-2x)+8$

$=-2\{(x-1)^2-1\}+8$

$=-2(x-1)^2+10$



よって グラフより，

$x=1$ のとき l は最大値 10 であり，

このとき 点A$(1,\ 3)$

5 グラフが次の条件を満たす２次関数を求めよ。

（１）頂点が(−１，−３)で，点(３，５)を通る。

$y=a(x+1)^2-3$ とおくと，

点$(3,5)$ を通るので $5=16a-3$

$16a=8$ より，$a=\frac{1}{2}$

したがって，$y=\frac{1}{2}(x+1)^2-3$

（２）軸が直線 $x=2$ で，２点(１，２)，(４，−１)を通る。

$y=a(x-2)^2+q$ とおくと，

点$(1,2)$ を通るので $a+q=2$ …①

点$(4,-1)$ を通るので $4a+q=-1$ …②

② − ① より $3a=-3$ よって $a=-1$

①に代入して，$q=3$

したがって，$y=-(x-2)^2+3$

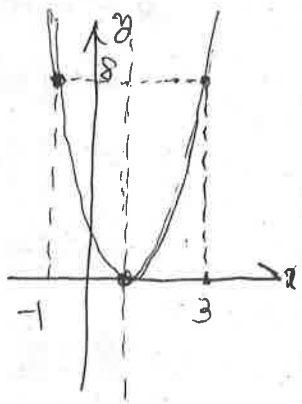
（３）頂点が x 軸上にあり，２点(−１，８)，(３，８)を通る。

グラフより 頂点$(1,\ 0)$ であるから，

$y=a(x-1)^2$ とおくと，

点$(3,8)$ を通るので，

$4a=8$ よって，$a=2$



したがって，$y=2(x-1)^2$

6 グラフが次の３点を通る２次関数を求めよ。

（１）(−２，０)，(３，０)，(１，−３)

$y=a(x+2)(x-3)$ とおくと，

点$(1,-3)$ を通るので $-6a=-3$

よって，$a=\frac{1}{2}$

したがって，$y=\frac{1}{2}(x+2)(x-3)$

（２）(−１，−４)，(２，５)，(３，４)

$y=ax^2+bx+c$ とおくと，

点$(-1,-4)$ を通るので $a-b+c=-4$ …①

点$(2,5)$ を通るので $4a+2b+c=5$ …②

点$(3,4)$ を通るので $9a+3b+c=4$ …③

② − ① より $3a+3b=9$

よって，$a+b=3$ …④

③ − ② より $5a+b=-1$ …⑤

⑤ − ④ より $4a=-4$ よって，$a=-1$

④に代入して $b=4$

①に代入して，$c=1$

したがって，$y=-x^2+4x+1$