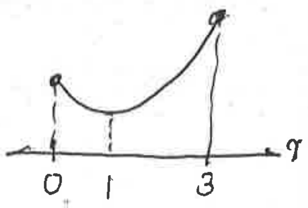
1 関数 $y=ax^2-2ax+b$（$0\leqq x\leqq 3$）の最大値が9，最小値が1であるとき，定数 a，b の値を求めよ。

（1）$a>0$ のとき

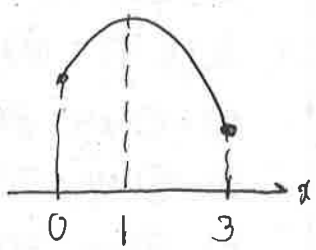
$f(x)=ax^2-2ax+b$
$=a(x^2-2x)+b$
$=a\{(x-1)^2-1\}+b$
$=a(x-1)^2-a+b$



最大値 $f(3)=3a+b=9$ …①
最小値 $f(1)=-a+b=1$ …②
①−② より．$4a=8$ よって $a=2$
② に代入して、$b=3$

（2）$a<0$ のとき

$f(x)=ax^2-2ax+b$
$=a(x-1)^2-a+b$
より



最大値 $f(1)=-a+b=9$ …③
最小値 $f(3)=3a+b=1$ …④
④−③ より．$4a=-8$ よって．$a=-2$
③ に代入して．$b=7$

2 x の2次関数 $y=x^2-2mx+2m^2-2m+3$ の最小値を k とする。

（1）この関数の最小値 k を m の式で表せ。

$y=x^2-2mx+2m^2-2m+3$
$=(x-m)^2+m^2-2m+3$ より．

最小値 $k=m^2-2m+3$

（2）この関数の最小値 k が6であるとき，m の値を求めよ。

$m^2-2m+3=6$ とおくと．
$m^2-2m-3=0$
$(m+1)(m-3)=0$ より．
$m=-1, 3$

（3）k の値の最小値とそのときの m の値を求めよ。

$k=m^2-2m+3$
$=(m-1)^2-1+3$
$=(m-1)^2+2$ より

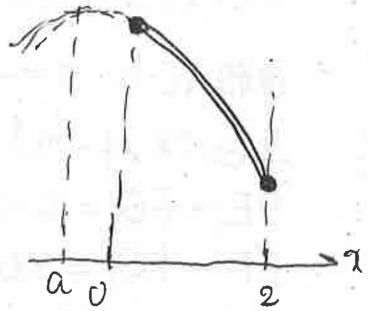
最小値 2（$m=1$ のとき）

3 a は定数とする。関数 $y=-x^2+2ax+a$（$0\leqq x\leqq 2$）について，

（1）この関数の最大値とそのときの x の値を，次の各場合についてそれぞれ求めよ。

i）$a<0$ の場合

$y=-(x^2-2ax)+a$
$=-\{(x-a)^2-a^2\}+a$
$=-(x-a)^2+a^2+a$
より

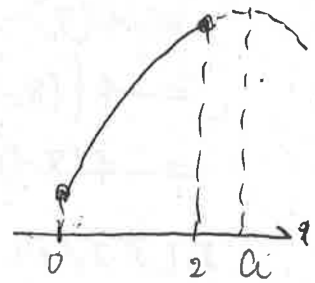


$x=0$ のとき最大値 a

ii）$0\leqq a\leqq 2$ の場合

$x=a$ のとき最大値 a^2+a

iii）$a>2$ の場合

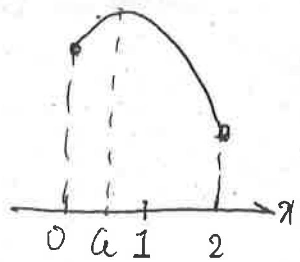


$x=2$ のとき最大値 $5a-4$

（2）この関数の最小値とそのときの x の値を，次の各場合についてそれぞれ求めよ。

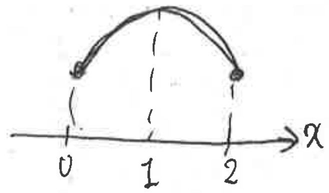
i）$a<1$ の場合

$x=2$ のとき最小値 $5a-4$



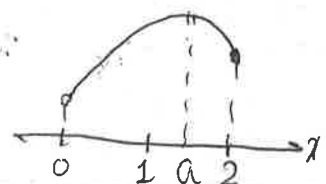
ii）$a=1$ の場合

$x=0, 2$ のとき最小値 1

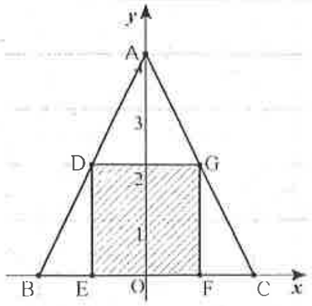


iii）$a>1$ の場合

$x=0$ のとき最小値 a



4　右の図のように，３点A(0，4)，B(−２，0)，C(２，0) を頂点とする△ＡＢＣに内接する長方形ＤＥＦＧがある。この長方形の面積の最大値と，そのときの点Ｇの座標を求めよ。



直線ACは $y=-2x+4$ より，

点 $G(x,\ 4-2x)$　$(0<x<2)$ とおくと，

$DE=FG=4-2x$

$EF=DG=2x$ である。

長方形DEFGの面積をSとすると，

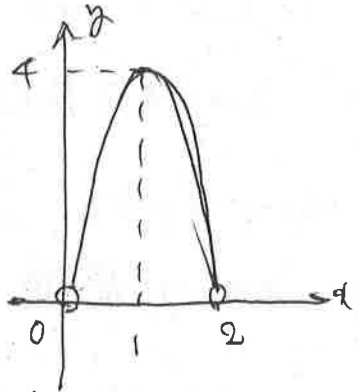
$S=2x(4-2x)$　$(0<x<2)$

$=-4x^2+8x$

$=-4(x^2-2x)$

$=-4\{(x-1)^2-1\}$

$=-4(x-1)^2+4$



よってグラフより，

$x=1$ のとき Sは最大値4

このとき点 $G(1,\ 2)$

5　グラフが次の条件を満たす２次関数を求めよ。

（１）頂点が(２，１)で，点(６，−７)を通る。

$y=a(x-2)^2+1$ とおくと

点 $(6,-7)$ を通るので $-7=16a+1$

$16a=-8$ より $a=-\frac{1}{2}$

したがって，$y=-\frac{1}{2}(x-2)^2+1$

（２）軸が直線 $x=-1$ で，２点(−２，−１)，(１，５)を通る。

$y=a(x+1)^2+q$ とおくと，

点 $(-2,-1)$ を通るので $a+q=-1$ …①

点 $(1,5)$ を通るので $4a+q=5$ …②

②−① より $3a=6$ よって，$a=2$

①に代入して $q=-3$

したがって，$y=2(x+1)^2-3$

（３）頂点が x 軸上にあり，２点(１，−４)，(５，−４)を通る。

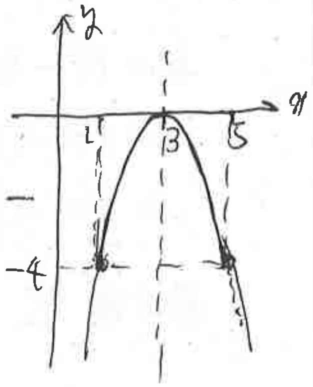
頂点 $(3,0)$ より，

$y=a(x-3)^2$ とおくと，

点 $(5,-4)$ を通るので，

$4a=-4$ よって，$a=-1$

したがって，$y=-(x-3)^2$



6　グラフが次の３点を通る２次関数を求めよ。

（１）(−２，０)，(１，０)，(２，−８)

$y=a(x+2)(x-1)$ とおくと，

点 $(2,-8)$ を通るので，$4a=-8$ より，$a=-2$

したがって，$y=-2(x+2)(x-1)$

（２）(１，３)，(３，５)，(４，９)

$y=ax^2+bx+c$ とおくと，

点 $(1,3)$ を通るので，$a+b+c=3$ …①

点 $(3,5)$ を通るので，$9a+3b+c=5$ …②

点 $(4,9)$ を通るので，$16a+4b+c=9$ …③

②−① より，$8a+2b=2$ よって，$4a+b=1$ …④

③−② より $7a+b=4$ …⑤

⑤−④ より $3a=3$ よって，$a=1$

④に代入して $b=-3$

①に代入して，$c=5$

したがって，$y=x^2-3x+5$