

1 次の2次不等式を解け。

(1) $x^2 - x - 12 < 0$

$(x+3)(x-4) < 0$ より

$-3 < x < 4$

(2) $2x^2 - x - 3 \geq 0$

$(2x-3)(x+1) \geq 0$ より

$x \leq -1, x \geq \frac{3}{2}$

(3) $x^2 + 3x \leq 0$

$x(x+3) \leq 0$ より

$-3 \leq x \leq 0$

(4) $x^2 - 2x - 2 < 0$

$x^2 - 2x - 2 = 0$ と解くと、

$x = 1 \pm \sqrt{3}$ より

$1 - \sqrt{3} < x < 1 + \sqrt{3}$

(5) $-3x^2 + 2x + 1 \leq 0$

$3x^2 - 2x - 1 \geq 0$

$(3x+1)(x-1) \geq 0$ より

$x \leq -\frac{1}{3}, x \geq 1$

2 次の連立不等式を解け。

$10 < x^2 + 3x \leq 2x + 12$

$10 < x^2 + 3x$ より $x^2 + 3x - 10 > 0$

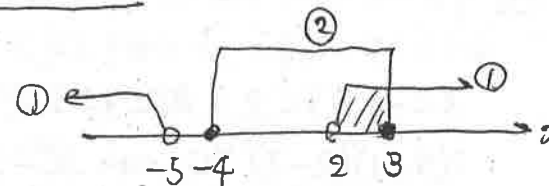
$(x+5)(x-2) > 0$ より $x < -5, x > 2$... ①

$x^2 + 3x \leq 2x + 12$ より

$x^2 + x - 12 \leq 0$

$(x+4)(x-3) \leq 0$ より $-4 \leq x \leq 3$... ②

①, ② より $2 < x \leq 3$



3 2次方程式 $x^2 - 2(m+1)x + 5m - 1 = 0$ について、

(1) 解の個数を定数 m の値について分類せよ。

判別式 $D' = (m+1)^2 - 5m + 1$

$= m^2 - 3m + 2 = (m-1)(m-2)$ より

$D' > 0$ より $m < 1, m > 2$ のとき 2個

$D' = 0$ より $m = 1, 2$ のとき 1個

$D' < 0$ より $1 < m < 2$ のとき 0個

(2) 重解をもつとき、定数 m の値とそのときの重解を求めよ。

$m = 1$ のとき 重解 $x = m + 1 = 2$

$m = 2$ のとき 重解 $x = m + 1 = 3$

4 放物線 $y = -x^2 + 6x - 2$ が x 軸から切り取る線分の長さを求めよ。

$-x^2 + 6x - 2 = 0$ より $x^2 - 6x + 2 = 0$ と解くと、

$x = 3 \pm \sqrt{7}$ より

放物線と x 軸の2交点は

$A(3-\sqrt{7}, 0), B(3+\sqrt{7}, 0)$

∴ $AB = (3+\sqrt{7}) - (3-\sqrt{7}) = 2\sqrt{7}$

5 放物線 $y = 2x^2$ と直線 $y = 5x - 2$ の共有点の座標を求めよ。

$2x^2 = 5x - 2$ とおくと、

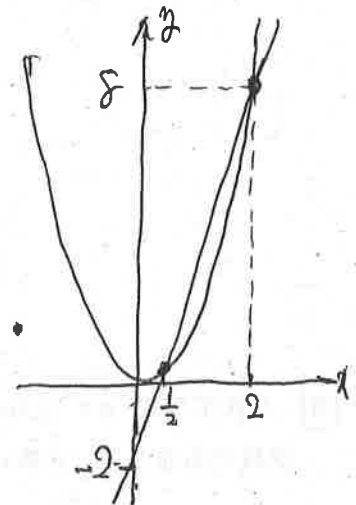
$2x^2 - 5x + 2 = 0$

$(2x-1)(x-2) = 0$ より

$x = \frac{1}{2}, 2$

∴ 共有点は

$(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}), (2, 8)$



6 放物線 $y = x^2 - 3x + 4$ と直線 $y = 2x + k$ の共有点の個数を定数 k の値について分類せよ。

$x^2 - 3x + 4 = 2x + k$ とおくと、

$x^2 - 5x + 4 - k = 0$ の判別式

$D = 25 - 4(4 - k)$

$= 4k + 9$ より

$D > 0$ より $k > -\frac{9}{4}$ のとき 2個

$D = 0$ より $k = -\frac{9}{4}$ のとき 1個

$D < 0$ より $k < -\frac{9}{4}$ のとき 0個

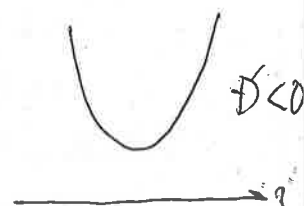
- 7 2次不等式 $x^2 - 2mx + 5m - 6 > 0$ の解がすべての実数であるとき、定数 m の値の範囲を求めよ。

2次方程式 $x^2 - 2mx + 5m - 6 = 0$

判別式 $D' = m^2 - 5m + 6 < 0$

$(m+2)(m-3) < 0$ より

$-2 < m < 3$



- 8 2次不等式 $ax^2 + 2(a+1)x + 3a+1 < 0$ の解がすべての実数であるとき、定数 a の値の範囲を求めよ。

・ $a \geq 0$ のとき 不適。

・ $a < 0$ のとき

2次方程式 $ax^2 + 2(a+1)x + 3a+1 = 0$ の

判別式 $D' = (a+1)^2 - a(3a+1)$

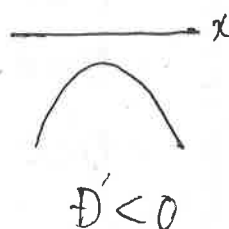
$= (a^2 + 2a + 1) - (3a^2 + a)$

$= -2a^2 + a + 1 < 0$ より

$2a^2 - a - 1 > 0$

$(2a+1)(a-1) > 0$

より、 $a < -\frac{1}{2}, a > 1$



- 9 次の2次不等式を満たす整数 x をすべて求めよ。

$x^2 - 4x - 1 \leq 0$

2次方程式 $x^2 - 4x - 1 = 0$ を解くと

$x = 2 \pm \sqrt{5}$ より

$2 - \sqrt{5} \leq x \leq 2 + \sqrt{5}$

これを満たす整数 x

$x = 0, 1, 2, 3, 4$

- 10 2次不等式 $ax^2 + 6x + b < 0$ の解が $x < -1, 3 < x$ となるように、定数 a, b の値を定めよ。

$x < -1, 3 < x$ を解とする2次不等式

$(x+1)(x-3) > 0$ より $x^2 - 2x - 3 > 0$

この両辺に -3 をかけると

$-3x^2 + 6x + 9 < 0$

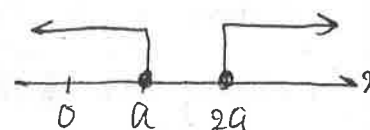
より、 $a = -3, b = 9$

- 11 a は定数とする。2次不等式 $x^2 - 3ax + 2a^2 \geq 0$ の解を、次の各場合について求めよ。

(1) $a > 0$

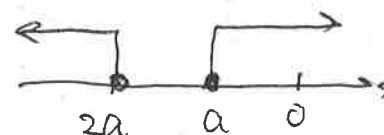
$(x-a)(x-2a) \geq 0$ より

$x \leq a, x \geq 2a$

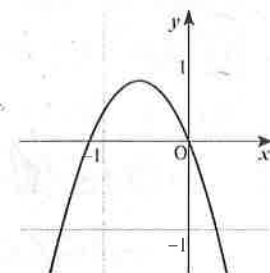


(2) $a < 0$

$x \leq 2a, x \geq a$



- 12 2次関数 $y = ax^2 + bx + c$ のグラフが右の図のようになるとき、次の値の符号を求めよ。



(1) $a < 0$

(2) $c = 0$

(3) $-\frac{b}{2a} < 0$

(4) $b < 0$

(5) $a - b + c > 0$

(6) $a + b + c < 0$

- 13 2次関数 $y = x^2 - 2mx - m + 6$ のグラフが x 軸の正の部分と異なる2点で交わるとき、定数 m の値の範囲を求めよ。

・ 2次方程式 $x^2 - 2mx - m + 6 = 0$ の判別式

$D' = m^2 + m - 6 > 0$ より

$(m+3)(m-2) > 0$

より、 $m < -3, m > 2$ --- ①

・ 放物線の軸 $x = m > 0$ --- ②

・ $x = 0$ のとき $y = -m + 6 > 0$

より、 $m < 6$ --- ③

① ~ ③ より、 $2 < m < 6$

