

数学Ⅰ 第3章 2次関数

第1節 2次関数とグラフ

- 1 限目 P 7 0 ～ P 7 3 関数とグラフ
- 2 限目 P 7 4 ～ P 7 7 2次関数のグラフ (1)
- 3 限目 P 7 8 ～ P 8 1 2次関数のグラフ (2)
- 4 限目 P 8 2 ～ P 8 4 2次関数のグラフ (3)
- 5 限目 P 8 5 ～ P 8 7 2次関数のグラフ (4)
- 6 限目 P 8 8 補充問題
- 7 限目 確認テスト

第2節 2次関数の値の変化

- 1 限目 P 8 9 ～ P 9 0 2次関数の最大・最小
- 2 限目 P 9 1 ～ P 9 2 2次関数の定義域と最大・最小 (1)
- 3 限目 P 9 3 2次関数の定義域と最大・最小 (2)
- 4 限目 P 9 4 ～ P 9 5 最大・最小の応用
- 5 限目 P 9 6 ～ P 9 8 2次関数の決定
- 6 限目 P 9 9 補充問題
- 7 限目 確認テスト

第3節 2次関数と2次不等式

- 1 限目 P 1 0 0 ～ P 1 0 2 2次方程式の解の公式
- 2 限目 P 1 0 3 ～ P 1 0 4 2次方程式と判別式
- 3 限目 P 1 0 5 ～ P 1 0 7 2次関数のグラフと x 軸の位置関係
- 4 限目 P 1 0 8 ～ P 1 0 9 放物線と直線の共有点の座標
- 5 限目 P 1 1 0 ～ P 1 1 3 2次不等式 (1)
- 6 限目 P 1 1 4 ～ P 1 1 6 2次不等式 (2)
- 7 限目 P 1 1 7 ～ P 1 1 8 2次不等式の応用
- 8 限目 P 1 1 8 ～ P 1 1 9 連立不等式
- 9 限目 P 1 2 0 補充問題
- 10 限目 P 1 2 1 章末問題A
- 11 限目 P 1 2 2 章末問題B
- 12 限目 確認テスト

第3章 2次関数 練習問題 解答

練習1 $y = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot x = 2x \quad (x \geq 4)$

練習2 $f(x) = x^2 - 2x + 1$ のとき,

(1) $f(3) = 4$ (2) $f(0) = 1$ (3) $f(-1) = 4$

(4) $f(-2) = 9$ (5) $f(-a) = a^2 + 2a + 1$

(6) $f(a+1) = (a+1)^2 - 2(a+1) + 1 = a^2$

練習3

(1) $f(x) = ax + b$ のとき,

$f(2) = 2a + b = 8$ ①

$f(-1) = -a + b = -4$ ②

①-② より, $3a = 12$ よって, $a = 4$

これを① に代入して, $b = 0$

(2) $f(x) = ax + b$ のとき,

$f(0) = b = 2$ ①

$f(3) = 3a + b = -7$ ②

① を② に代入して, $3a = -9$ よって, $a = -3$

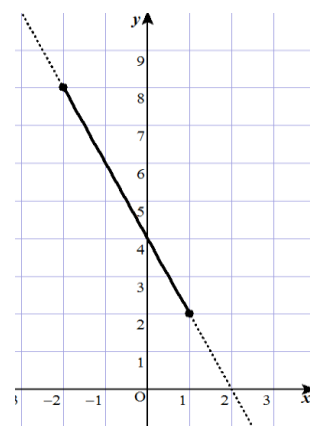
また, ① より, $b = 2$

練習4 関数 $y = -2x + 4$ ($-2 \leq x \leq 1$) について,

(1) グラフは右図のとおり

(2) 値域は $2 \leq y \leq 8$

(3) 最大値 8 ($x = -2$ のとき), 最小値 2 ($x = 1$ のとき)



研究 練習1

(1) 点A(2, 3) は第1象限

(2) 点B(2, -3) は第4象限

(3) 点C(-2, 3) は第2象限

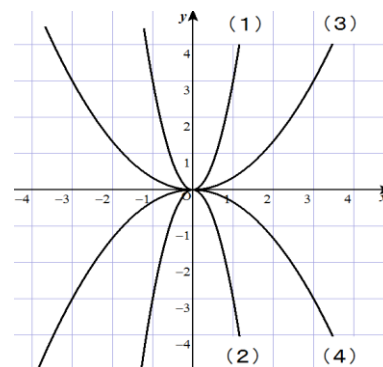
(4) 点D(-2, -3) は第3象限

研究 練習2 点P(3, -1) に対して,

(1) x 軸に関して対称な点はQ(3, 1)

(2) y 軸に関して対称な点はR(-3, -1)

(3) 原点Oに関して対称な点はS(-3, 1)



練習5

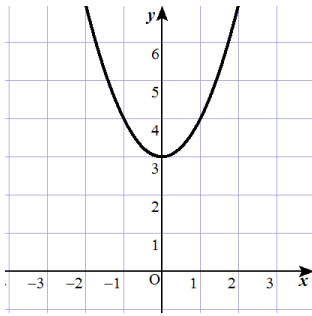
(1) $y = 3x^2$ 下に凸 (2) $y = -3x^2$ 上に凸

(3) $y = \frac{1}{3}x^2$ 下に凸 (4) $y = -\frac{1}{3}x^2$ 上に凸

練習6 $y = 2x^2 - 1$ のグラフの頂点は(0, -1), 軸は y 軸 (直線 $x = 0$)

練習 7

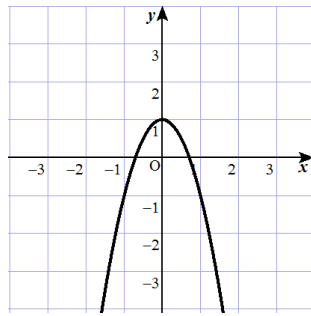
(1) $y = x^2 + 3$



頂点(0, 3)

軸 y 軸

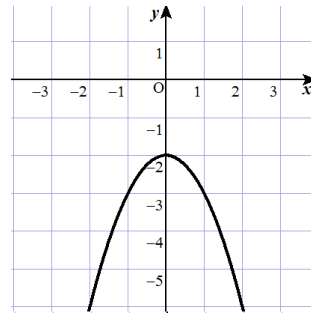
(2) $y = -2x^2 + 1$



頂点(0, 1)

軸 y 軸

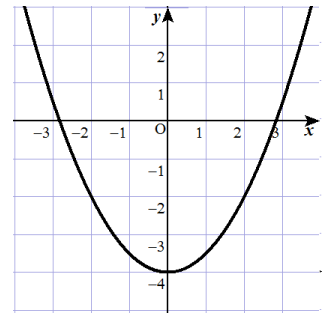
(3) $y = -x^2 - 2$



頂点(0, -2)

軸 y 軸

(4) $y = \frac{1}{2}x^2 - 4$

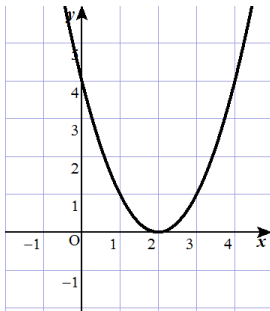


頂点(0, -4)

軸 y 軸

練習 8

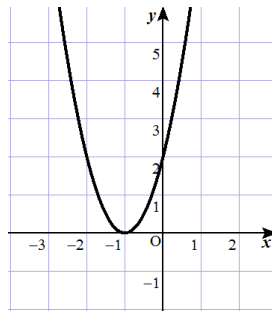
(1) $y = (x-2)^2$



頂点(2, 0)

軸 $x = 2$

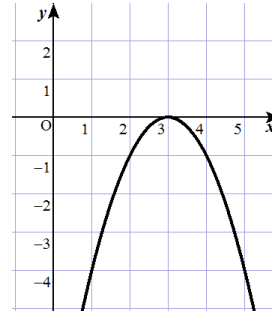
(2) $y = 2(x+1)^2$



頂点(-1, 0)

軸 $x = -1$

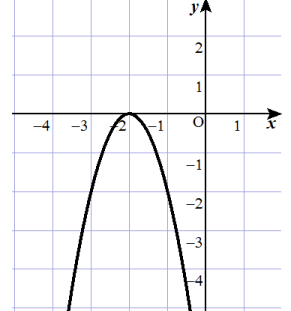
(3) $y = -(x-3)^2$



頂点(3, 0)

軸 $x = 3$

(4) $y = -2(x+2)^2$

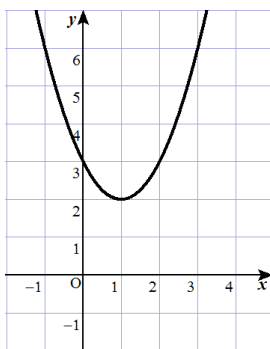


頂点(-2, 0)

軸 $x = -2$

練習 9

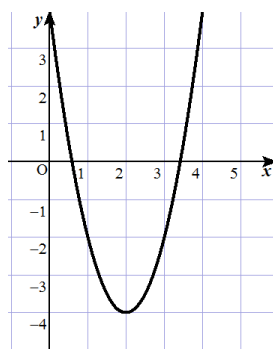
(1) $y = (x-1)^2 + 2$



頂点(1, 2)

軸 $x = 1$

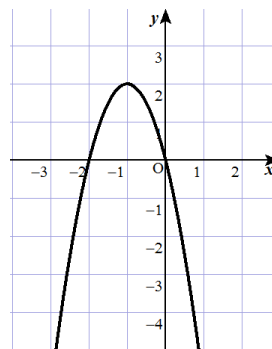
(2) $y = 2(x-2)^2 - 4$



頂点(2, -4)

軸 $x = 2$

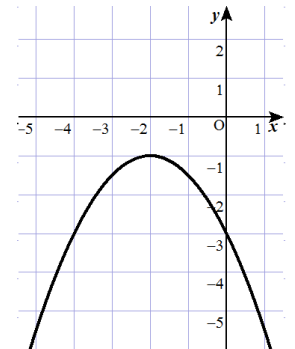
(3) $y = -2(x+1)^2 + 2$



頂点(-1, 2)

軸 $x = -1$

(4) $y = -\frac{1}{2}(x+2)^2 - 1$



頂点(-2, -1)

軸 $x = -2$

練習 10 $y = -3x^2$ のグラフを,

(1) x 軸方向に 4, y 軸方向に 2 だけ平行移動すると, $y = -3(x-4)^2 + 2$

(2) x 軸方向に 4, y 軸方向に -2 だけ平行移動すると, $y = -3(x-4)^2 - 2$

(3) x 軸方向に -4, y 軸方向に 2 だけ平行移動すると, $y = -3(x+4)^2 + 2$

練習 1 1

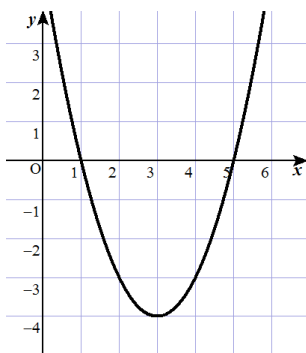
- (1) $x^2 + 8x = (x+4)^2 - 4^2 = (x+4)^2 - 16$
- (2) $x^2 - 4x = (x-2)^2 - 2^2 = (x-2)^2 - 4$
- (3) $x^2 + 6x + 8 = (x+3)^2 - 3^2 + 8 = (x+3)^2 - 9 + 8 = (x+3)^2 - 1$
- (4) $x^2 - 8x + 10 = (x-4)^2 - 4^2 + 10 = (x-4)^2 - 16 + 10 = (x-4)^2 - 6$
- (5) $x^2 + 5x = \left(x + \frac{5}{2}\right)^2 - \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \left(x + \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{25}{4}$
- (6) $x^2 - x + 1 = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 1 = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} + 1 = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}$
- (7) $x^2 + x - 2 = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 2 = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} - 2 = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{9}{4}$
- (8) $x^2 - 7x + 12 = \left(x - \frac{7}{2}\right)^2 - \left(\frac{7}{2}\right)^2 + 12 = \left(x - \frac{7}{2}\right)^2 - \frac{49}{4} + 12 = \left(x - \frac{7}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}$

練習 1 2

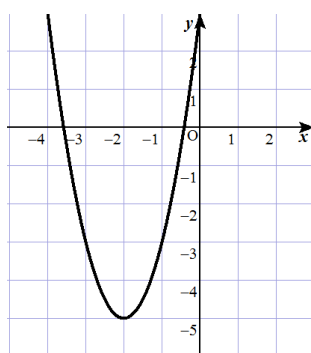
- (1) $2x^2 - 8x - 3 = 2(x^2 - 4x) - 3 = 2\{(x-2)^2 - 4\} - 3 = 2(x-2)^2 - 11$
- (2) $3x^2 + 9x + 4 = 3(x^2 + 3x) + 4 = 3\left\{\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9}{4}\right\} + 4 = 3\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{27}{4} + 4 = 3\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{11}{4}$
- (3) $-2x^2 + 4x + 3 = -2(x^2 - 2x) + 3 = -2\{(x-1)^2 - 1\} + 3 = -2(x-1)^2 + 5$
- (4) $-2x^2 - 6x + 1 = -2(x^2 + 3x) + 1 = -2\left\{\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9}{4}\right\} + 1 = -2\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{9}{2} + 1 = -2\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{11}{2}$

練習 1 3

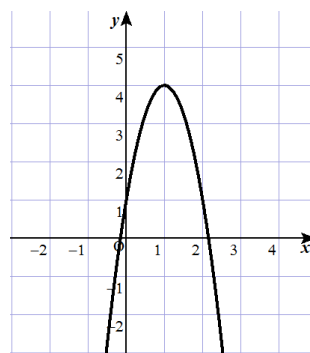
- | | | | |
|------------------------|--------------------------|---------------------------|--------------------------|
| (1) $y = x^2 - 6x + 5$ | (2) $y = 2x^2 + 8x + 3$ | (3) $y = -3x^2 + 6x + 1$ | (4) $y = -x^2 - 4x + 2$ |
| $= (x-3)^2 - 9 + 5$ | $= 2(x^2 + 4x) + 3$ | $= -3(x^2 - 2x) + 1$ | $= -(x^2 + 4x) + 2$ |
| $= (x-3)^2 - 4$ | $= 2\{(x+2)^2 - 4\} + 3$ | $= -3\{(x-1)^2 - 1\} + 1$ | $= -\{(x+2)^2 - 4\} + 2$ |
| | $= 2(x+2)^2 - 5$ | $= -3(x-1)^2 + 4$ | $= -(x+2)^2 + 6$ |



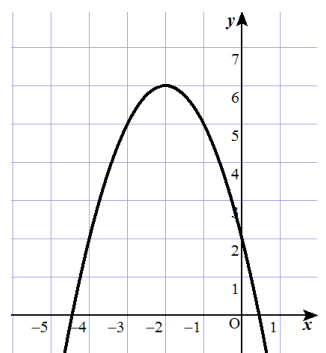
頂点(3, -4)
軸 $x = 3$



頂点(-2, -5)
軸 $x = -2$

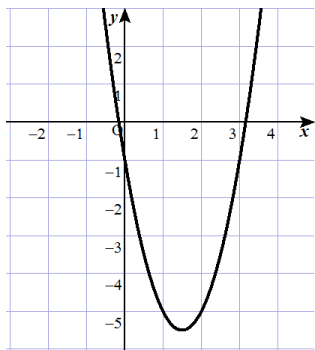


頂点(1, 4)
軸 $x = 1$

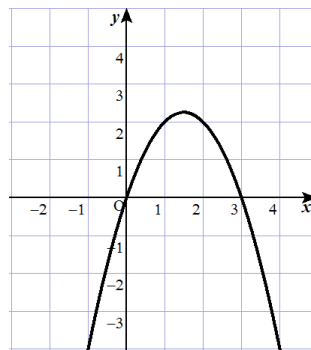


頂点(-2, 6)
軸 $x = -2$

$$\begin{aligned}
 (5) \quad y &= 2x^2 - 6x - 1 = 2(x^2 - 3x) - 1 \\
 &= 2\left\{\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9}{4}\right\} - 1 = 2\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9}{2} - 1 \\
 &= 2\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{11}{2}
 \end{aligned}
 \qquad
 \begin{aligned}
 (6) \quad y &= -x^2 + 3x = -(x^2 - 3x) \\
 &= -\left\{\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9}{4}\right\} \\
 &= -\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{9}{4}
 \end{aligned}$$



頂点 $\left(\frac{3}{2}, -\frac{11}{2}\right)$, 軸 $x = \frac{3}{2}$



頂点 $\left(\frac{3}{2}, \frac{9}{4}\right)$, 軸 $x = \frac{3}{2}$

練習 1 4

$y = 2x^2 - 4x = 2(x^2 - 2x) = 2\{(x-1)^2 - 1\} = 2(x-1)^2 - 2$ より, 頂点は $(1, -2)$ である。

(1) $y = 2x^2$ の頂点は $(0, 0)$ であるから,
 x 軸方向に -1 , y 軸方向に 2 平行移動すればよい。

(2) $y = 2x^2 + 4x - 3 = 2(x^2 + 2x) - 3 = 2\{(x+1)^2 - 1\} - 3 = 2(x+1)^2 - 5$ より,
 頂点は $(-1, -5)$ であるから,
 x 軸方向に -2 , y 軸方向に -3 平行移動すればよい。

研究 練習 1

$y = 2x^2 - 5x + 3$ のグラフを, x 軸方向に -2 , y 軸方向に 1 平行移動すると,

$$\begin{aligned}
 y - 1 &= 2(x + 2)^2 - 5(x + 2) + 3 \\
 &= 2(x^2 + 4x + 4) - 5(x + 2) + 3 \\
 &= 2x^2 + 3x + 1 \quad \text{より,}
 \end{aligned}$$

$$y = 2x^2 + 3x + 2$$

研究 練習 1

$y = x^2 + 4x + 1$ のグラフを, x 軸, y 軸, 原点に関して対称移動すると,

$$x \text{ 軸: } -y = x^2 + 4x + 1 \quad \text{より,} \quad y = -x^2 - 4x - 1$$

$$y \text{ 軸: } y = (-x)^2 + 4(-x) + 1 \quad \text{より,} \quad y = x^2 - 4x + 1$$

$$\text{原点: } -y = (-x)^2 + 4(-x) + 1 \quad \text{より,} \quad y = -x^2 + 4x - 1$$

第 3 章 2 次関数 補充問題 解答

1. $a < 0$ のとき, $f(x) = ax + b$ ($-1 \leq x \leq 5$) とおくと,

$$f(-1) = -a + b = 1 \quad 3 \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

$$f(5) = 5a + b = 1 \quad \cdots \cdots \cdots \textcircled{2}$$

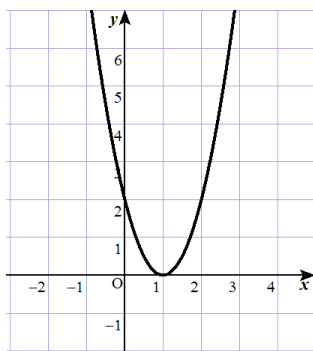
②-① より, $6a = -12$ よって, $a = -2$

① に代入して, $b = 11$

2.

$$(1) \quad y = 2x^2 - 4x + 2 = 2(x^2 - 2x + 1)$$

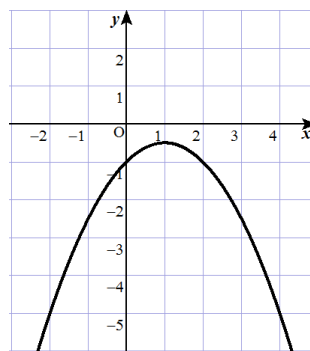
$$= 2(x-1)^2$$



頂点(1, 0), 軸 $x = 1$

$$(2) \quad y = -\frac{1}{2}x^2 + x - 1 = -\frac{1}{2}(x^2 - 2x) - 1$$

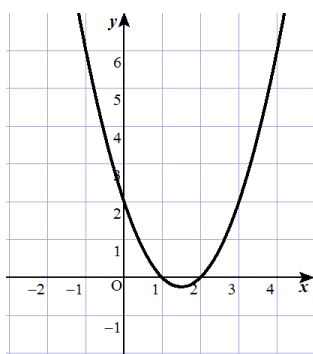
$$= -\frac{1}{2}\{(x-1)^2 - 1\} - 1 = -\frac{1}{2}(x-1)^2 - \frac{1}{2}$$



頂点(1, $-\frac{1}{2}$), 軸 $x = 1$

$$(3) \quad y = (x-1)(x-2) = x^2 - 3x + 2$$

$$= \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} + 2 = \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}$$

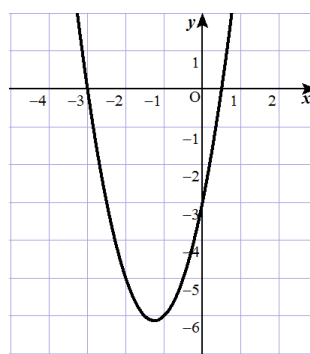


頂点($\frac{3}{2}$, $-\frac{1}{4}$), 軸 $x = \frac{3}{2}$

$$(4) \quad y = (2x-1)(x+3) = 2x^2 + 5x - 3$$

$$= 2\left(x^2 + \frac{5}{2}x\right) - 3 = 2\left\{\left(x + \frac{5}{4}\right)^2 - \frac{25}{16}\right\} - 3$$

$$= 2\left(x + \frac{5}{4}\right)^2 - \frac{25}{8} - 3 = 2\left(x + \frac{5}{4}\right)^2 - \frac{49}{8}$$



頂点($-\frac{5}{4}$, $-\frac{49}{8}$), 軸 $x = -\frac{5}{4}$

3.

$$(1) \quad y = 2x^2 - 4x - 1 = 2(x^2 - 2x) - 1 = 2\{(x-1)^2 - 1\} - 1 = 2(x-1)^2 - 3 \quad \text{より,}$$

頂点A(1, -3)

(2) 放物線を x 軸方向に 2, y 軸方向に -1 平行移動すると, 頂点は点(3, -4)に移るので, 移動後の放物線の方程式は,

$$y = 2(x-3)^2 - 4 = 2(x^2 - 6x + 9) - 4 = 2x^2 - 12x + 14$$

練習 15

(1) $y = 2(x-3)^2 + 4$

最小値 4 ($x = 3$ のとき), 最大値 なし

(2) $y = -2(x+1)^2 - 3$

最大値 -3 ($x = -1$ のとき), 最小値 なし

練習 16

(1) $y = x^2 - 6x + 5 = (x-3)^2 - 9 + 5 = (x-3)^2 - 4$ より,

最小値 -4 ($x = 3$ のとき), 最大値 なし

(2) $y = 2x^2 + 4x - 1 = 2(x^2 + 2x) - 1 = 2\{(x+1)^2 - 1\} - 1 = 2(x+1)^2 - 3$ より,

最小値 -3 ($x = -1$ のとき), 最大値 なし

(3) $y = -x^2 - 4x + 2 = -(x^2 + 4x) + 2 = -\{(x+2)^2 - 4\} + 2 = -(x+2)^2 + 6$ より,

最大値 6 ($x = -2$ のとき), 最小値 なし

(4) $y = -2x^2 + 8x = -2(x^2 - 4x) = -2\{(x-2)^2 - 4\} = -2(x-2)^2 + 8$ より,

最大値 8 ($x = 2$ のとき), 最小値 なし

(5) $y = x^2 + 3x + 1 = \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} + 1 = \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{5}{4}$ より,

最小値 $-\frac{5}{4}$ ($x = -\frac{3}{2}$ のとき), 最大値 なし

(6) $y = -2x^2 + 5x = -2\left(x^2 - \frac{5}{2}x\right) = -2\left\{\left(x - \frac{5}{4}\right)^2 - \frac{25}{16}\right\} = -2\left(x - \frac{5}{4}\right)^2 + \frac{25}{8}$ より,

最大値 $\frac{25}{8}$ ($x = \frac{5}{4}$ のとき), 最小値 なし

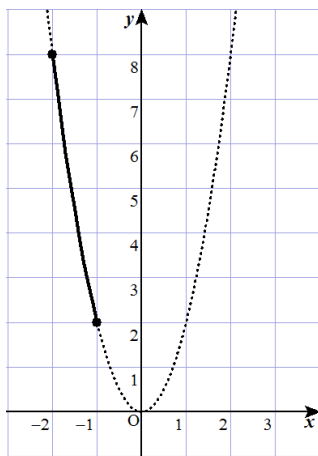
練習 17

(1) $y = 2x^2$ ($-2 \leq x \leq -1$)

値域は $2 \leq y \leq 8$

最大値 8 ($x = -2$ のとき)

最小値 2 ($x = -1$ のとき)

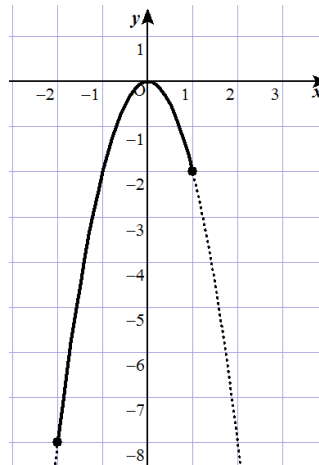


(2) $y = -2x^2$ ($-2 \leq x \leq 1$)

値域は $-8 \leq y \leq 0$

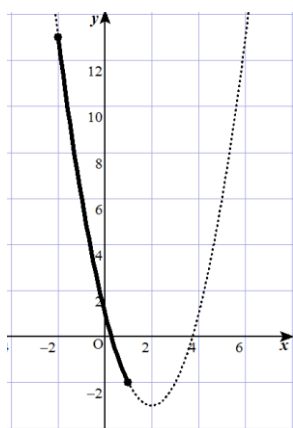
最大値 0 ($x = 0$ のとき)

最小値 -8 ($x = -2$ のとき)



練習 18 $y = x^2 - 4x + 1 = (x-2)^2 - 4 + 1 = (x-2)^2 - 3$ より,

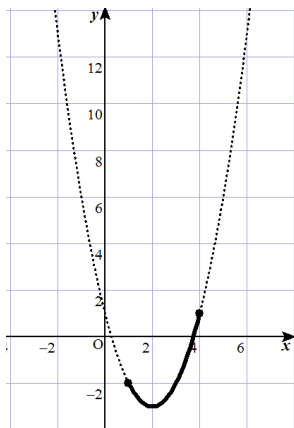
(1) $-2 \leq x \leq 1$



最大値 9 ($x = -2$)

最小値 -2 ($x = 1$)

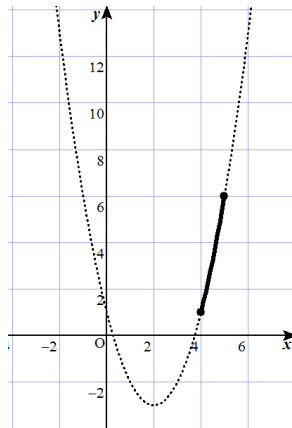
(2) $1 \leq x \leq 4$



最大値 1 ($x = 4$)

最小値 -3 ($x = 2$)

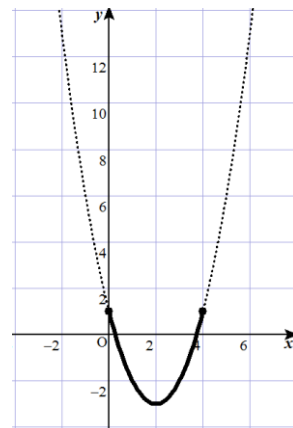
(3) $4 \leq x \leq 5$



最大値 6 ($x = 5$)

最小値 1 ($x = 4$)

(4) $0 \leq x \leq 4$



最大値 1 ($x = 0, 4$)

最小値 -3 ($x = 2$)

練習 19

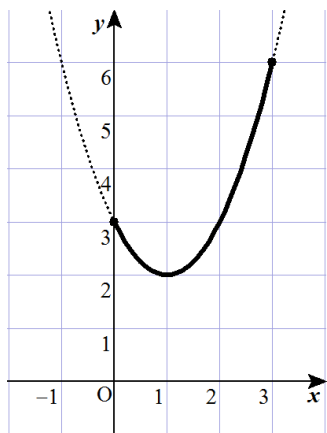
(1) $y = x^2 - 2x + 3$ ($0 \leq x \leq 3$)

$$= (x-1)^2 - 1 + 3$$

$$= (x-1)^2 + 2$$

最大値 6 ($x = 3$ のとき)

最小値 2 ($x = 1$ のとき)



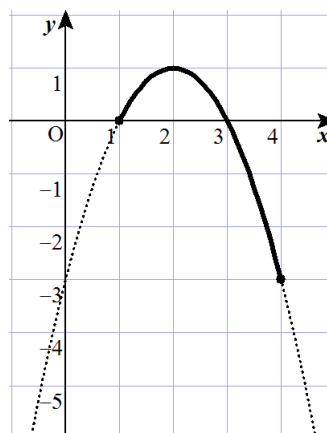
(2) $y = -x^2 + 4x - 3$ ($1 \leq x \leq 4$)

$$= -(x^2 - 4x) - 3 = -\{(x-2)^2 - 4\} - 3$$

$$= -(x-2)^2 + 1$$

最大値 1 ($x = 2$ のとき)

最小値 -3 ($x = 4$ のとき)



(3) $y = 3x^2 + 6x - 1$ ($1 \leq x \leq 3$)

$$= 3(x^2 + 2x) - 1$$

$$= 3\{(x+1)^2 - 1\} - 1 = 3(x+1)^2 - 4$$

最大値 44 ($x = 3$ のとき)

最小値 8 ($x = 1$ のとき)

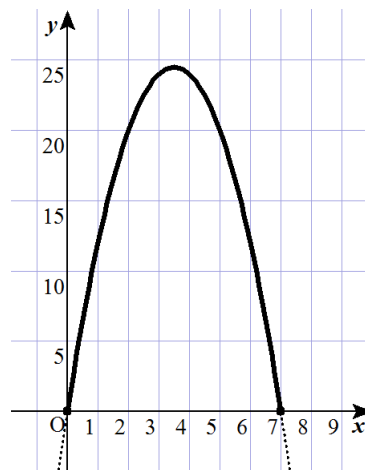
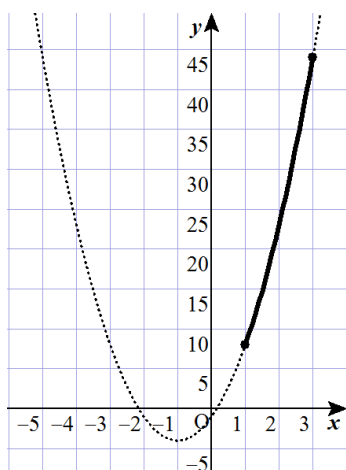
(4) $y = -2x^2 + 14x$ ($0 \leq x \leq 7$)

$$= -2(x^2 - 7x)$$

$$= -2\left\{\left(x - \frac{7}{2}\right)^2 - \frac{49}{4}\right\} = -2\left(x - \frac{7}{2}\right)^2 + \frac{49}{2}$$

最大値 $\frac{49}{2}$ ($x = \frac{7}{2}$ のとき)

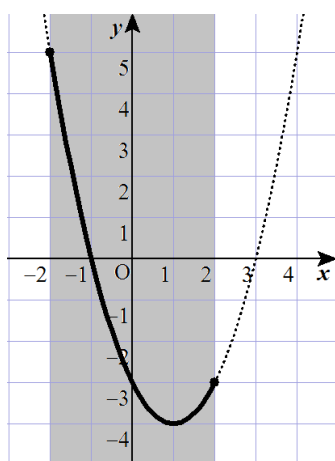
最小値 0 ($x = 0, 7$ のとき)



練習 20

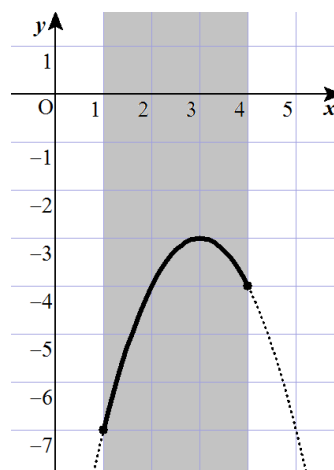
$$(1) \quad y = x^2 - 2x + c \quad (-2 \leq x \leq 2) \\ = (x-1)^2 + c - 1$$

y は $x = -2$ で最大値をとるから、
 $x = -2$ のとき、
 $y = c + 8 = 5$ より、 $c = -3$



$$(2) \quad y = -x^2 + 6x + c \quad (1 \leq x \leq 4) \\ = -(x^2 - 6x) + c = -\{(x-3)^2 - 9\} + c \\ = -(x-3)^2 + c + 9$$

y は $x = 1$ で最小値をとるから、
 $x = 1$ のとき、
 $y = c + 5 = -7$ より、 $c = -12$



練習 21

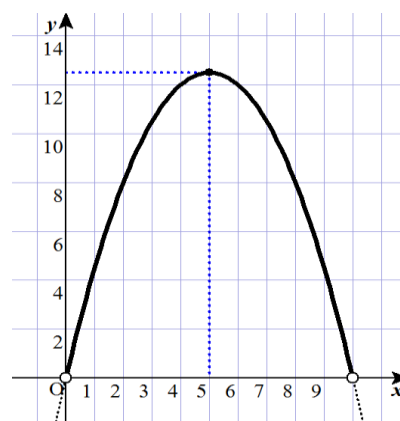
$AB = x$ (cm) とすると、 $BC = 10 - x$ (cm) であり、
 $x > 0$ かつ $10 - x > 0$ であるから、 $0 < x < 10$

直角三角形 ABC の面積を y とすると、

$$y = \frac{1}{2}x(10-x) = -\frac{1}{2}(x^2 - 10x) = -\frac{1}{2}\{(x-5)^2 - 25\} \\ = -\frac{1}{2}(x-5)^2 + \frac{25}{2}$$

よって $x = 5$ すなわち $AB = 5$ (cm) のとき、

面積 y は最大値 $\frac{25}{2}$ (cm^2)



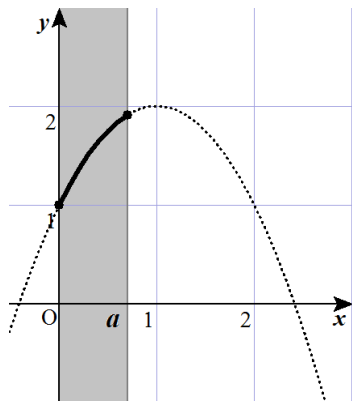
研究 練習 1

$$y = -x^2 + 2x + 1 = -(x^2 - 2x) + 1 = -\{(x-1)^2 - 1\} + 1 = -(x-1)^2 + 2 \quad (0 \leq x \leq a)$$

・ $0 < a < 1$ のとき

y は $x = a$ で最大値

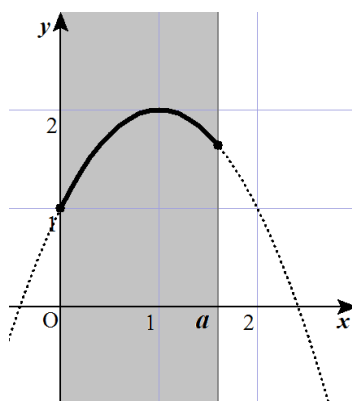
$y = -a^2 + 2a + 1$ をとる。



・ $a \geq 1$ のとき

y は $x = 1$ で最大値

$y = 2$ をとる。



練習 2 2

(1) 頂点が点(1, -3)で、点(3, 5)を通る。

$$y = a(x-1)^2 - 3 \text{ とおくと,}$$

点(3, 5)を通るので, $5 = 4a - 3$

$$4a = 8 \text{ より, } a = 2 \text{ よって, } y = 2(x-1)^2 - 3$$

(2) 軸が直線 $x = -1$ で、2点(0, 5), (2, -11)を通る。

$$y = a(x+1)^2 + b \text{ とおくと,}$$

点(0, 5)を通るので, $5 = a + b$ ①

点(2, -11)を通るので, $-11 = 9a + b$ ②

②-① より, $8a = -16$ よって, $a = -2$

① に代入して, $b = 7$ よって, $y = -2(x+1)^2 + 7$

練習 2 3

$$(1) \begin{cases} a+b+c=0 & \text{..... ①} \\ 4a+2b+c=0 & \text{..... ②} \\ 9a+3b+c=4 & \text{..... ③} \end{cases}$$

②-① より, $3a+b=0$ ④

③-① より, $8a+2b=4$

よって, $4a+b=2$ ⑤

⑤-④ より, $a=2$

④ に代入して, $b=-6$

① に代入して, $c=4$

$$(2) \begin{cases} a-b+c=1 & \text{..... ①} \\ 4a-2b+c=-6 & \text{..... ②} \\ 9a+3b+c=9 & \text{..... ③} \end{cases}$$

②-① より, $3a-b=-7$ ④

③-① より, $8a+4b=8$

よって, $2a+b=2$ ⑤

④+⑤ より, $5a=-5$ よって, $a=-1$

⑤ に代入して, $b=4$

① に代入して, $c=6$

練習 2 4

求める2次関数を $y = ax^2 + bx + c$ とおくと,

- 点(2, -2)を通るので, $-2 = 4a + 2b + c$ ①
 点(3, 5)を通るので, $5 = 9a + 3b + c$ ②
 点(-1, 1)を通るので, $1 = a - b + c$ ③
 ①-③ より, $3a + 3b = -3$ よって, $a + b = -1$ ④
 ②-③ より, $8a + 4b = 4$ よって, $2a + b = 1$ ⑤
 ⑤-④ より, $a = 2$
 ④ に代入して, $b = -3$
 ③ に代入して, $c = -4$ よって, $y = 2x^2 - 3x - 4$

第3章 2次関数 補充問題 解答

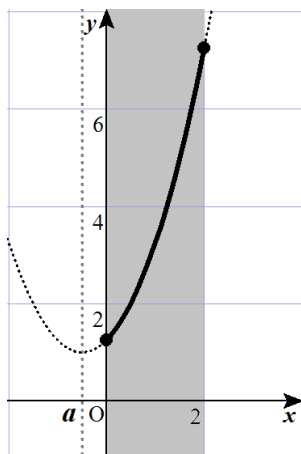
4.

- (1) $y = x^2 + 2mx + m^2 - 2m + 3 = (x + m)^2 - 2m + 3$ より,
 最小値は $-2m + 3$ ($x = -m$ のとき)
 (2) $-2m + 3 = -1$ より, $m = 2$

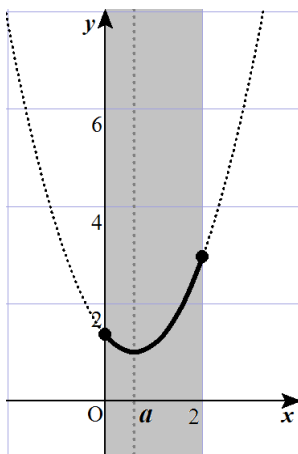
5.

$$y = x^2 - 2ax + a^2 + 1 = (x - a)^2 + 1 \quad (0 \leq x \leq 2) \text{ より,}$$

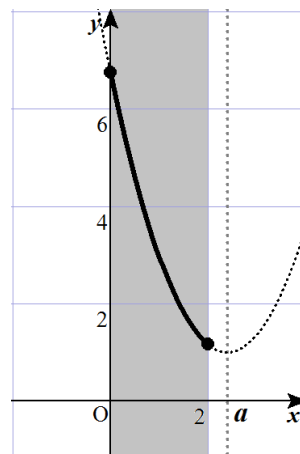
(1) $a < 0$ のとき



(2) $0 \leq a \leq 2$ のとき



(3) $a > 2$ のとき



最小値 $a^2 + 1$ ($x = 0$ のとき) 最小値 1 ($x = a$ のとき) 最小値 $a^2 - 4a + 5$ ($x = 2$ のとき)

6.

- (1) グラフが3点(3, 0), (-1, 0), (2, 6)を通る。
 x 軸と2点(3, 0), (-1, 0)で交わるので, $y = a(x-3)(x+1)$ とおくと,
 点(2, 6)を通るので, $6 = -3a$ より, $a = -2$
 よって, $y = -2(x-3)(x+1)$
 (2) $y = 2x^2 + 4x + 1 = 2(x^2 + 2x) + 1 = 2\{(x+1)^2 - 1\} + 1 = 2(x+1)^2 - 1$ より,
 頂点は(-1, -1)であるから, $y = a(x+1)^2 - 1$ とおける。
 これが点(0, 2)を通るので, $2 = a - 1$ より, $a = 3$
 よって, $y = 3(x+1)^2 - 1$

(3) $x = 2$ のとき最大値 8 をとるので, $y = a(x-2)^2 + 8$ ($a < 0$) とおける.

この 2 次関数のグラフが点(1, 5) を通るので, $5 = a + 8$ より, $a = -3$

よって, $y = -3(x-2)^2 + 8$

2 次関数のグラフ (まとめ)

- 標準形: $y = a(x-p)^2 + q$ ($a \neq 0$)
- 一般形: $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$)
- 分解形: $y = a(x-\alpha)(x-\beta)$ ($a \neq 0$)

(1) 2 次関数 $y = a(x-p)^2 + q$ ($a \neq 0$) のグラフ

$y = ax^2$ のグラフを x 軸方向に p , y 軸方向に q 平行移動したものであり,

頂点の座標は (p, q) , 軸の方程式は $x = p$

$a > 0$ のとき, 放物線は下に凸

$a < 0$ のとき, 放物線は上に凸

(2) 2 次関数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) のグラフ

$$\begin{aligned} y &= ax^2 + bx + c = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right) + c \\ &= a\left\{\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{b}{2a}\right)^2\right\} + c = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a} + c \\ &= a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a} + c = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a} \end{aligned}$$

と変形できるので,

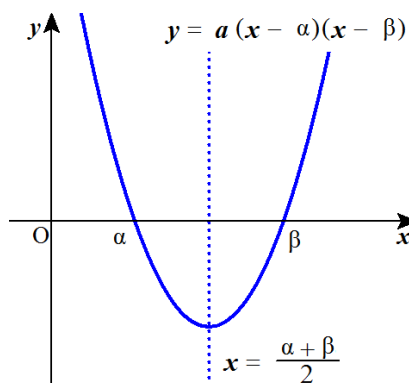
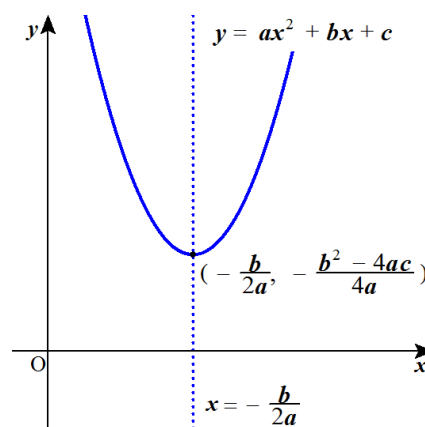
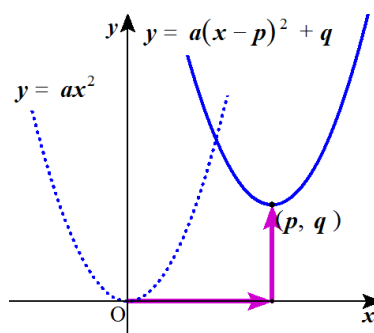
$$\text{頂点の座標は } \left(-\frac{b}{2a}, -\frac{b^2 - 4ac}{4a}\right)$$

$$\text{軸の方程式は } x = -\frac{b}{2a}$$

(3) 2 次関数 $y = a(x-\alpha)(x-\beta)$ ($a \neq 0$) のグラフ

x 軸との交点は $(\alpha, 0), (\beta, 0)$

$$\text{軸の方程式は } x = \frac{\alpha + \beta}{2}$$



練習 25

(1) $x(x+4) = 0$ より, $x = 0, -4$

(2) $x^2 - 5x + 6 = 0$ $(x-2)(x-3) = 0$ より, $x = 2, 3$

(3) $2x^2 + 3x + 1 = 0$ $(2x+1)(x+1) = 0$ より, $x = -\frac{1}{2}, -1$

(4) $3x^2 - 4x - 4 = 0$ $(3x+2)(x-2) = 0$ より, $x = -\frac{2}{3}, 2$

練習 2 6

(1) $x^2 + 7x + 4 = 0$ より, $x = \frac{-7 \pm \sqrt{33}}{2}$

(2) $3x^2 + 5x - 1 = 0$ より, $x = \frac{-5 \pm \sqrt{37}}{6}$

(3) $3x^2 - 8x - 3 = 0$ $(3x+1)(x-3) = 0$ より, $x = -\frac{1}{3}, 3$

(4) $9x^2 - 12x + 4 = 0$ $(3x-2)^2 = 0$ より, $x = \frac{2}{3}$ (重解)

練習 2 7

(1) $x^2 + 2x - 2 = 0$ より, $x = -1 \pm \sqrt{3}$

(2) $3x^2 - 4x - 2 = 0$ より, $x = \frac{2 \pm \sqrt{10}}{3}$

練習 2 8

(1) $x^2 + 3x - 5 = 0$ の判別式 $D = 9 + 20 = 29 > 0$ よって, 実数解は 2 個

(2) $3x^2 - 5x + 4 = 0$ の判別式 $D = 25 - 48 = -23 < 0$ よって, 実数解は 0 個

(2) $x^2 - x + \frac{1}{4} = 0$ の判別式 $D = 1 - 1 = 0$ よって, 実数解は 1 個

(4) $x^2 + 2\sqrt{3}x + 3 = 0$ の判別式 $D' = 3 - 3 = 0$ よって, 実数解は 1 個

練習 2 9

2 次方程式 $x^2 - 4x + m = 0$ の判別式 $D' = 4 - m$ より, 実数解をもたないとき,
 $4 - m < 0$ よって, $m > 4$

練習 3 0

2 次方程式 $x^2 + (m+2)x + m+5 = 0$ の判別式 $D = (m+2)^2 - 4(m+5) = m^2 - 16$ より,
重解をもつとき, $m^2 - 16 = 0$ よって, $m = \pm 4$

・ $m = 4$ のとき, 重解 $x = -\frac{m+2}{2} = -3$ $\leftarrow x^2 + 6x + 9 = 0$ を解いてもよい。

・ $m = -4$ のとき, 重解 $x = -\frac{m+2}{2} = 1$ $\leftarrow x^2 - 2x + 4 = 0$ を解いてもよい。

2 次方程式の解の公式・判別式

○ 2 次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) の解は $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$, 判別式は $D = b^2 - 4ac$

○ 2 次方程式 $ax^2 + 2b'x + c = 0$ ($a \neq 0$) の解は $x = \frac{-b' \pm \sqrt{b'^2 - ac}}{a}$, 判別式は $D' = b'^2 - ac$

練習 3 1

(1) $x^2 - x - 6 = 0$ を解くと, $(x+2)(x-3) = 0$ より, $x = -2, 3$
よって, 共有点の座標は $(-2, 0), (3, 0)$

(2) $-x^2 + 3x - 1 = 0$ より, $x^2 - 3x + 1 = 0$ を解くと, $x = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$

よって, 共有点の座標は $(\frac{3 - \sqrt{5}}{2}, 0), (\frac{3 + \sqrt{5}}{2}, 0)$

(3) $2x^2 + 4x + 2 = 0$ より, $x^2 + 2x + 1 = 0$ を解くと, $(x + 1)^2 = 0$ より, $x = -1$

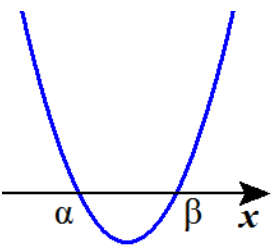
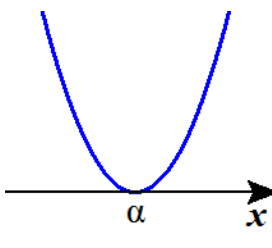
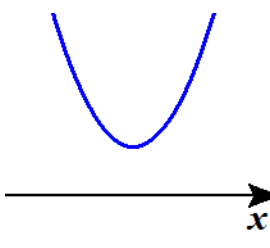
よって, 共有点の座標は $(-1, 0)$

(4) $2x^2 - 5x - 3 = 0$ を解くと, $(2x + 1)(x - 3) = 0$ より, $x = -\frac{1}{2}, 3$

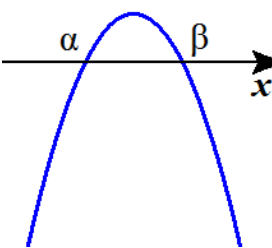
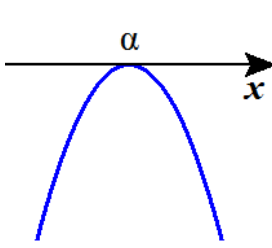
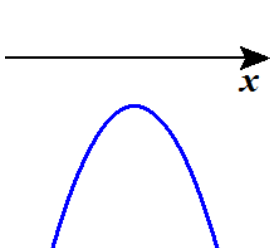
よって, 共有点の座標は $(-\frac{1}{2}, 0), (3, 0)$

2次関数と2次方程式・不等式

(1) $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a > 0$) の場合

判別式 $D = b^2 - 4ac$	$b^2 - 4ac > 0$	$b^2 - 4ac = 0$	$b^2 - 4ac < 0$
関数 $y = f(x)$ の グラフ			
グラフと x 軸の共有点	2 点で交わる	1 点で接する	共有点なし
方程式 $f(x) = 0$ の解	$x = \alpha, \beta$	$x = \alpha$ (重解)	実数解なし
不等式 $f(x) > 0$ の解	$x < \alpha, \beta < x$	$x \neq \alpha$	すべての実数
不等式 $f(x) < 0$ の解	$\alpha < x < \beta$	実数解なし	実数解なし

(2) $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a < 0$) の場合

判別式 $D = b^2 - 4ac$	$b^2 - 4ac > 0$	$b^2 - 4ac = 0$	$b^2 - 4ac < 0$
関数 $y = f(x)$ の グラフ			
グラフと x 軸の共有点	2 点で交わる	1 点で接する	共有点なし
方程式 $f(x) = 0$ の解	$x = \alpha, \beta$	$x = \alpha$ (重解)	実数解なし
不等式 $f(x) > 0$ の解	$\alpha < x < \beta$	実数解なし	実数解なし
不等式 $f(x) < 0$ の解	$x < \alpha, \beta < x$	$x \neq \alpha$	すべての実数

2次不等式が成り立つ条件

○ $ax^2 + bx + c > 0$ が常に成り立つ $\iff a > 0$ かつ $b^2 - 4ac < 0$

○ $ax^2 + bx + c < 0$ が常に成り立つ $\iff a < 0$ かつ $b^2 - 4ac < 0$

練習 3 2

(1) $x^2 + 3x + 3 = 0$ の判別式 $D = 9 - 12 = -3 < 0$

よって、グラフと x 軸の共有点の個数は 0 個

(2) $-2x^2 + 5x + 1 = 0$ つまり $2x^2 - 5x - 1 = 0$ の判別式 $D = 25 + 8 = 33 > 0$

よって、グラフと x 軸の共有点の個数は 2 個

(3) $\frac{1}{2}x^2 - 2x + 2 = 0$ の判別式 $D' = 1 - 1 = 0$

よって、グラフと x 軸の共有点の個数は 1 個

練習 3 3

2 次方程式 $x^2 + 5x + m + 2 = 0$ の判別式 $D = 25 - 4(m + 2) = -4m + 17$ より、

(1) 関数のグラフが x 軸と 2 点で交わる時、

$$-4m + 17 > 0 \quad \text{よって、} m < \frac{17}{4}$$

(2) 関数のグラフが x 軸と共有点をもたないとき、

$$-4m + 17 < 0 \quad \text{よって、} m > \frac{17}{4}$$

発展 練習 1

(1) $x^2 - 6x + 10 = 2x - 5$ とおくと、 $x^2 - 8x + 15 = 0$ より、 $(x - 3)(x - 5) = 0$

$x = 3, 5$ より、共有点の座標は $(3, 1), (5, 5)$

(2) $x^2 - 6x + 10 = -2x + 6$ とおくと、 $x^2 - 4x + 4 = 0$ より、 $(x - 2)^2 = 0$

$x = 2$ より、共有点の座標は $(2, 2)$

練習 3 4

(1) $2x + 4 < 0$ より、 $x < -2$

(2) $-3x + 6 > 0$ より、 $x < 2$

(3) $4x - 3 \geq 0$ より、 $x \geq \frac{3}{4}$

(4) $-3x - 1 \leq 0$ より、 $3x \geq -1$ よって、 $x \geq -\frac{1}{3}$

練習 3 5

(1) $(x - 1)(x - 3) > 0$ より、 $x < 1, x > 3$

(2) $(x + 2)(x - 5) < 0$ より、 $-2 < x < 5$

(3) $(x + 1)(x - 2) \geq 0$ より、 $x \leq -1, x \geq 2$

(4) $x(x + 1) \leq 0$ より、 $-1 \leq x \leq 0$

練習 3 6

(1) $x^2 - 5x + 6 > 0$ より、 $(x - 2)(x - 3) > 0$ よって、 $x < 2, x > 3$

(2) $x^2 - x - 12 < 0$ より、 $(x + 3)(x - 4) < 0$ よって、 $-3 < x < 4$

(3) $x^2 + 4x \geq 0$ より、 $x(x + 4) \geq 0$ よって、 $x \leq -4, x \geq 0$

(4) $x^2 \leq 9$ より、 $(x + 3)(x - 3) \leq 0$ よって、 $-3 \leq x \leq 3$

練習 3 7

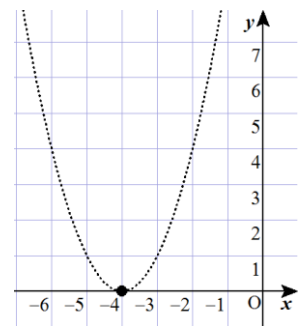
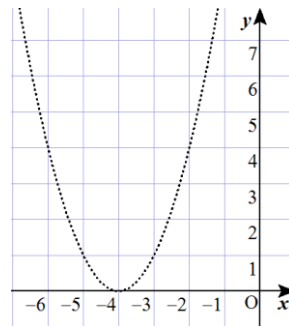
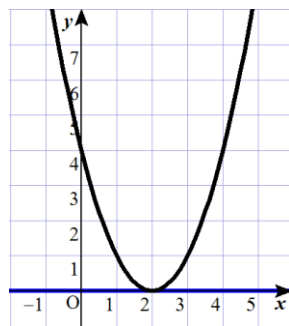
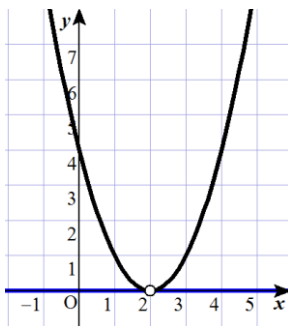
- (1) $2x^2 - 5x + 2 \geq 0$ より, $(2x-1)(x-2) \geq 0$ よって, $x \leq \frac{1}{2}$, $x \geq 2$
- (2) $2x^2 + 5x + 3 < 0$ より, $(2x+3)(x+1) < 0$ よって, $-\frac{3}{2} < x < -1$
- (3) $x^2 + 2x - 1 = 0$ を解くと, $x = -1 \pm \sqrt{2}$ より,
 $x^2 + 2x - 1 \leq 0$ の解は, $-1 - \sqrt{2} \leq x \leq -1 + \sqrt{2}$
- (4) $x^2 - 5 = 0$ を解くと, $x = \pm\sqrt{5}$ より,
 $x^2 - 5 > 0$ の解は, $x < -\sqrt{5}$, $x > \sqrt{5}$

練習 3 8

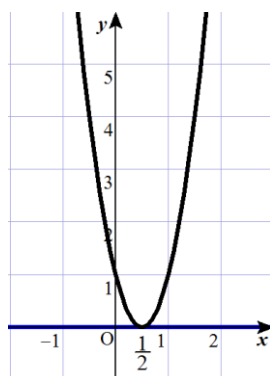
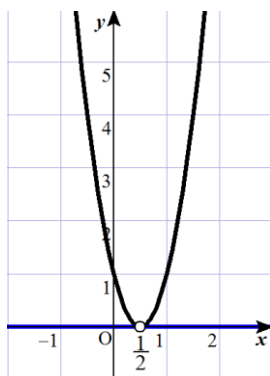
- (1) $-2x^2 + x + 1 < 0$ より, $2x^2 - x - 1 > 0$
 $(2x+1)(x-1) > 0$ より, $x < -\frac{1}{2}$, $x > 1$
- (2) $-3x^2 + 5x - 1 \geq 0$ より, $3x^2 - 5x + 1 \leq 0$ であり, $3x^2 - 5x + 1 = 0$ を解くと,
 $x = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{6}$ より, 2 次不等式の解は, $\frac{5 - \sqrt{13}}{6} \leq x \leq \frac{5 + \sqrt{13}}{6}$

練習 3 9

- (1) $x^2 - 4x + 4 > 0$ (2) $x^2 - 4x + 4 \geq 0$ (3) $x^2 + 8x + 16 < 0$ (4) $x^2 + 8x + 16 \leq 0$
 $(x-2)^2 > 0$ より, $(x-2)^2 \geq 0$ より, $(x+4)^2 < 0$ より, $(x+4)^2 \leq 0$ より,
解は $x \neq 2$ 解はすべての実数 解なし 解は $x = -4$



- (5) $4x^2 - 4x + 1 > 0$ (6) $4x^2 - 4x + 1 \geq 0$
 $(2x-1)^2 > 0$ より, $(2x-1)^2 \geq 0$ より,
解は $x \neq \frac{1}{2}$ 解はすべての実数



練習 4 2

2 次方程式 $2x^2 + mx + 1 = 0$ の判別式 $D = m^2 - 8$ より,

(1) 実数解をもつとき,

$$m^2 - 8 \geq 0 \text{ より, } m \leq -2\sqrt{2}, \quad m \geq 2\sqrt{2}$$

(2) 実数解をもたないとき,

$$m^2 - 8 < 0 \text{ より, } -2\sqrt{2} < m < 2\sqrt{2}$$

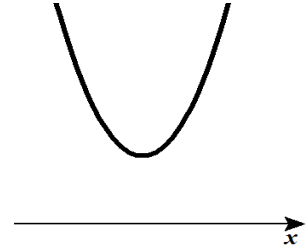
練習 4 3

2 次不等式 $x^2 + mx + 3m - 5 > 0$ の解がすべての実数であるとき,

2 次関数 $y = x^2 + mx + 3m - 5$ のグラフが x 軸と共有点をもたなければよいので, 2 次方程式 $x^2 + mx + 3m - 5 = 0$ の判別式

$$D = m^2 - 4(3m - 5) < 0$$

$$m^2 - 12m + 20 = (m - 2)(m - 10) < 0 \text{ よって, } 2 < m < 10$$



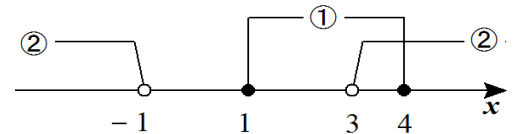
練習 4 4

$$(1) \begin{cases} x^2 - 5x + 4 \leq 0 \dots\dots ① \\ x^2 - 2x - 3 > 0 \dots\dots ② \end{cases}$$

① より, $(x - 1)(x - 4) \leq 0$ よって, $1 \leq x \leq 4$

② より, $(x + 1)(x - 3) > 0$ よって, $x < -1, \quad x > 3$

①, ② より, $3 < x \leq 4$

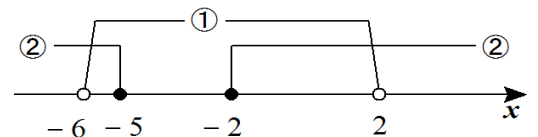


$$(2) \begin{cases} x^2 + 4x - 12 < 0 \dots\dots ① \\ x^2 + 7x + 10 \geq 0 \dots\dots ② \end{cases}$$

① より, $(x + 6)(x - 2) < 0$ よって, $-6 < x < 2$

② より, $(x + 5)(x + 2) \geq 0$ よって, $x \leq -5, \quad x \geq -2$

①, ② より, $-6 < x \leq -5, \quad -2 \leq x < 2$



練習 4 5

$$(1) -2 \leq x^2 + 3x \leq 4$$

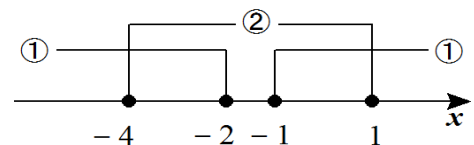
$$-2 \leq x^2 + 3x \text{ より, } x^2 + 3x + 2 \geq 0$$

$$(x + 1)(x + 2) \geq 0 \text{ より, } x \leq -2, \quad x \geq -1 \dots\dots ①$$

$$x^2 + 3x \leq 4 \text{ より, } x^2 + 3x - 4 \leq 0$$

$$(x + 4)(x - 1) \leq 0 \text{ より, } -4 \leq x \leq 1 \dots\dots ②$$

①, ② より, $-4 \leq x \leq -2, \quad -1 \leq x \leq 1$



$$(2) 10 < x^2 + 3x \leq 2x + 12$$

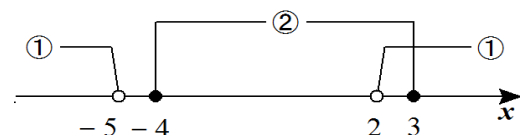
$$10 < x^2 + 3x \text{ より, } x^2 + 3x - 10 > 0$$

$$(x + 5)(x - 2) > 0 \text{ より, } x < -5, \quad x > 2 \dots\dots ①$$

$$x^2 + 3x \leq 2x + 12 \text{ より, } x^2 + x - 12 \leq 0$$

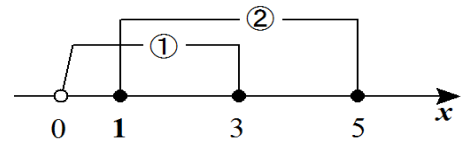
$$(x + 4)(x - 3) \leq 0 \text{ より, } -4 \leq x \leq 3 \dots\dots ②$$

①, ② より, $2 < x \leq 3$



練習 4 6

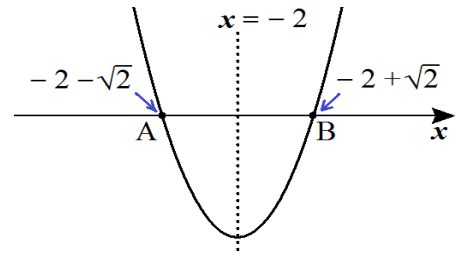
切り取る正方形の1辺の長さを x cm とすると、
 底面の正方形の1辺が 6 cm 以上であるから、 $0 < x \leq 3$ …… ①
 4個の側面の長方形の面積の和 $4x(12-2x) \geq 40$ より、
 $x(12-2x) \geq 10$ $x(6-x) \geq 5$ $x^2-6x+5 \leq 0$
 $(x-1)(x-5) \leq 0$ より、 $1 \leq x \leq 5$ …… ②
 ①, ② より、 $1 \leq x \leq 3$



第3章 2次関数 補充問題 解答

7.

2次方程式 $x^2+4x+2=0$ を解くと、 $x=-2\pm\sqrt{2}$ であるから、放物線 $y=x^2+4x+2$ と x 軸との2交点は、
 $A(-2-\sqrt{2}, 0)$, $B(-2+\sqrt{2}, 0)$ とおける。
 よって、 $AB=(-2+\sqrt{2})-(-2-\sqrt{2})=2\sqrt{2}$



8.

2次方程式 $x^2-mx+m-\frac{3}{4}=0$ の判別式 $D=m^2-4\left(m-\frac{3}{4}\right)=m^2-4m+3$ より、
 $m^2-4m+3>0$ とおくと、 $(m-1)(m-3)>0$ より、 $m<1$, $m>3$ であるから、

2次関数 $y=x^2-mx+m-\frac{3}{4}$ のグラフと x 軸と共有点の個数は、

- ・ $D>0$ つまり、 $m<1$, $m>3$ のとき、 2個
- ・ $D=0$ つまり、 $m=1$, 3 のとき、 1個
- ・ $D<0$ つまり、 $1<m<3$ のとき、 0個

9.

(1) $2x^2+x-6<0$ を解くと、 $(2x-3)(x+2)<0$ より、 $-2<x<\frac{3}{2}$

よって、不等式を満たす整数解は、 $x=-1, 0, 1$

(2) $4x-2\geq x^2$ より、 $x^2-4x+2\leq 0$

$x^2-4x+2=0$ を解くと、 $x=2\pm\sqrt{2}$ より、

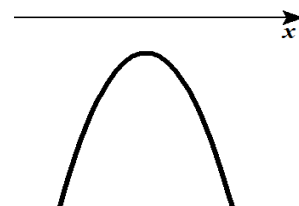
2次不等式の解は、 $2-\sqrt{2}\leq x\leq 2+\sqrt{2}$

よって、不等式を満たす整数解は、 $x=1, 2, 3$

10.

2次不等式 $ax^2+2x+a<0$ が常に成り立つ条件は、

- ・ $a<0$ …… ①
 - ・ $ax^2+2x+a=0$ の判別式 $D'=1-a^2<0$ より、
 $a<-1$, $a>1$ …… ②
- ①, ② より、 $a<-1$



第3章 2次関数 章末問題 解答

1. 求める放物線の方程式を $y = -2x^2 + bx + c$ とおくと,

点 $(-2, 0)$ を通るので, $0 = -8 - 2b + c$ よって, $2b - c = -8$ …… ①

点 $(1, 12)$ を通るので, $12 = -2 + b + c$ よって, $b + c = 14$ …… ②

①+② より, $3b = 6$ よって, $b = 2$

② に代入して, $c = 12$

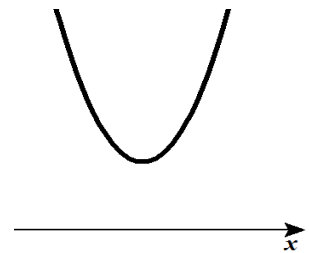
よって, $y = -2x^2 + 2x + 12$

2.

$y = 2x^2 + 4x = 2(x^2 + 2x) = 2\{(x+1)^2 - 1\} = 2(x+1)^2 - 2$ より, 頂点 $(-1, -2)$

$y = x^2 + ax + b = \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 - \frac{a^2}{4} + b$ より, 頂点 $(-\frac{a}{2}, -\frac{a^2}{4} + b)$

よって, $-\frac{a}{2} = -1, -\frac{a^2}{4} + b = -2$ より, $a = 2, b = -1$



3.

点 $D(x, 4-x^2)$ とおくと, この長方形の周の長さ l は,

$$l = 4x + 2(4 - x^2) = -2x^2 + 4x + 8 = -2(x^2 - 2x) + 8$$

$$= -2\{(x-1)^2 - 1\} + 8 = -2(x-1)^2 + 10 \quad (0 < x < 2)$$

よって, $x = 1$ のとき, l は最大値 10 をとり,

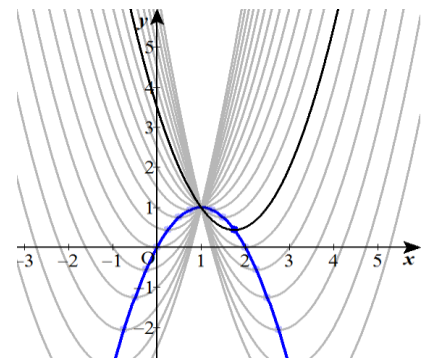
このとき, $BC = 2$

4.

$$(1) y = x^2 - mx + m = \left(x - \frac{m}{2}\right)^2 - \frac{m^2}{4} + m \quad \text{より, } k = -\frac{m^2}{4} + m$$

$$(2) k = -\frac{m^2}{4} + m = -\frac{1}{4}(m^2 - 4m) = -\frac{1}{4}\{(m-2)^2 - 4\} \\ = -\frac{1}{4}(m-2)^2 + 1$$

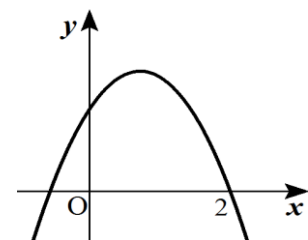
よって, $m = 2$ のとき k は最大値 1 をとる。



5. 2次関数 $y = ax^2 + bx + c$ のグラフが右の図のとき,

$$(1) a < 0 \quad (2) c > 0 \quad (3) -\frac{b}{2a} > 0$$

$$(4) b > 0 \quad (5) b^2 - 4ac > 0 \quad (6) a + b + c > 0$$



6.

$$-2x^2 + ax + b > 0 \quad \text{より, } 2x^2 - ax - b < 0 \quad \dots\dots ①$$

$-1 < x < 2$ を解として x^2 の係数が 2 の2次不等式は,

$$2(x+1)(x-2) < 0 \quad \text{すなわち, } 2x^2 - 2x - 4 < 0 \quad \dots\dots ②$$

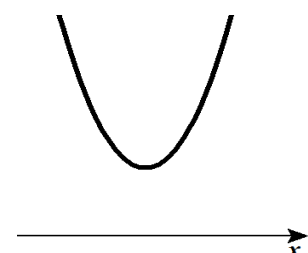
①と②を比較して, $a = 2, b = 4$

7.

2次関数 $y = x^2 - 2ax + a$ において, y の値が常に正のとき,

・ $x^2 - 2ax + a = 0$ の判別式 $D' = a^2 - a < 0$ より,

$a(a-1) < 0$ よって, $0 < a < 1$



8.

$$y = 2x^2 - 4x + 5 = 2(x^2 - 2x) + 5 = 2\{(x-1)^2 - 1\} + 5 = 2(x-1)^2 + 3 \text{ より, 頂点 } P(1, 3)$$

(1) x 軸に関して点 P と対称な点は, $Q(1, -3)$

(2) もとの放物線と x 軸に関して対称な放物線の方程式は,

$$y = -2(x-1)^2 - 3 = -2(x^2 - 2x + 1) - 3 = -2x^2 + 4x - 5$$

別解 (2) $y = 2x^2 - 4x + 5$ において, y の代わりに $-y$ を代入すると,

$$-y = 2x^2 - 4x + 5 \text{ より, } y = -2x^2 + 4x - 5$$

点とグラフの平行移動・対称移動

(1) 点の平行移動・対称移動	(2) 関数のグラフの平行移動・対称移動
○ x 軸方向に p, y 軸方向に q 平行移動 $(a, b) \longrightarrow (a + p, b + q)$ ○ x 軸に関する対称移動 $(a, b) \longrightarrow (a, -b)$ ○ y 軸に関する対称移動 $(a, b) \longrightarrow (-a, b)$ ○ 原点に関する対称移動 $(a, b) \longrightarrow (-a, -b)$ ○ 直線 $y = x$ に関する対称移動 $(a, b) \longrightarrow (b, a)$	○ x 軸方向に p, y 軸方向に q 平行移動 $y = f(x) \longrightarrow y = f(x - p) + q$ ○ x 軸に関する対称移動 $y = f(x) \longrightarrow y = -f(x)$ ○ y 軸に関する対称移動 $y = f(x) \longrightarrow y = f(-x)$ ○ 原点に関する対称移動 $y = f(x) \longrightarrow y = -f(-x)$ ○ 直線 $y = x$ に関する対称移動 $y = f(x) \longrightarrow x = f(y)$

9.

(1) 点 $P(x, -2x+10)$ ($0 \leq x \leq 5$) とおけるので,

$$OP^2 = x^2 + (-2x+10)^2 = x^2 + 4(x-5)^2 = x^2 + 4(x^2 - 10x + 25) = 5x^2 - 40x + 100$$

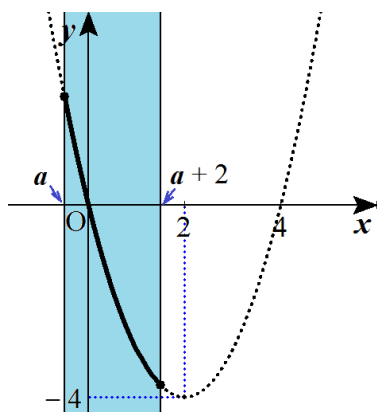
(2) $OP^2 = 5(x^2 - 8x) + 100 = 5\{(x-4)^2 - 16\} + 100 = 5(x-4)^2 + 20$

よって, $x = 4$ のとき, 線分 OP の長さは最小値 $\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

10.

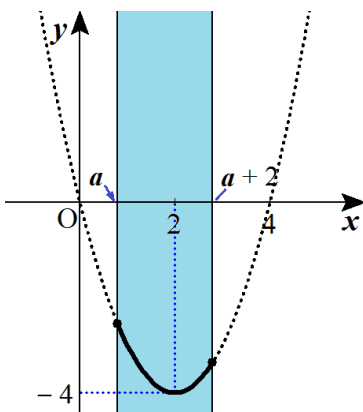
$$y = x^2 - 4x = (x-2)^2 - 4 \quad (a \leq x \leq a+2) \text{ において,}$$

(1) [1] $a < 0$



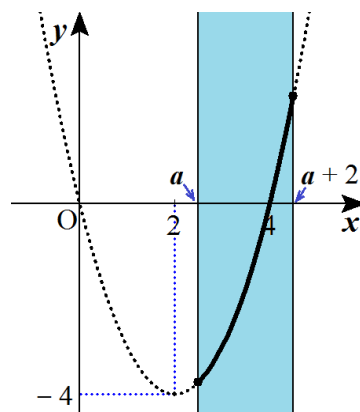
最小値 $a^2 - 4$ ($x = a+2$)

[2] $0 \leq a \leq 2$



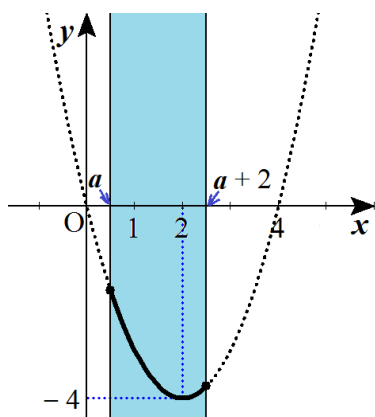
最小値 -4 ($x = 2$)

[3] $2 < a$



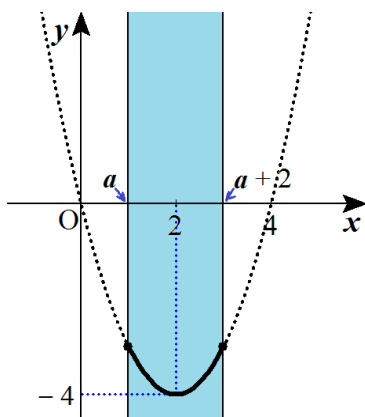
最小値 $a^2 - 4a$ ($x = a$)

(2) [1] $a < 1$



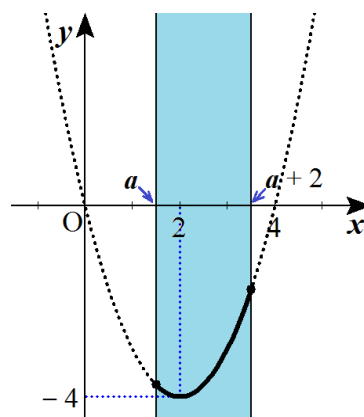
最大値 $a^2 - 4a$ ($x = a$)

[2] $a = 1$



最大値 -3 ($x = 1, 3$)

[3] $1 < a$



最大値 $a^2 - 4a$ ($x = a + 2$)

1 1.

$x^2 - ax - 2a^2 < 0$ より, $(x+a)(x-2a) < 0$

$(x+a)(x-2a) = 0$ とおくと, $x = -a, 2a$ であり,

(1) $a > 0$ のとき, $-a < 2a$ より, 2次不等式の解は, $-a < x < 2a$

(2) $a < 0$ のとき, $2a < -a$ より, 2次不等式の解は, $2a < x < -a$

1 2.

2次関数 $y = x^2 - 2mx - m + 6$ のグラフが x 軸の正の部分と異なる2点で交わるためには,

$f(x) = x^2 - 2mx - m + 6$ において,

・放物線の軸 $x = m > 0$ ①

・2次方程式 $x^2 - 2mx - m + 6 = 0$ の判別式

$D' = m^2 + m - 6 > 0$ より, $(m+3)(m-2) > 0$

よって, $m < -3, m > 2$ ②

・ $f(0) = -m + 6 > 0$ より, $m < 6$ ③

①~③ より, $2 < m < 6$

