1　８人を次のように分けるとき，分け方は何通りあるか。

（１）８人を３人，３人，２人の３つの組に分ける。

$$\frac{{}_8C_3 \times {}_5C_3}{2!} = \frac{56 \times 10}{2} = 280 \text{ 通り}$$

（２）８人を３つの部屋Ａ，Ｂ，Ｃに入れる。ただし，空の部屋があってもよい。

$$3^8 = 81 \times 81 = 6561 \text{ 通り}$$

（３）８人を３つの部屋Ａ，Ｂ，Ｃのうち，２部屋にだけ入れる。

$${}_3C_2 \times (2^8 - 2) = 3 \times 254 = 762 \text{ 通り}$$

（４）８人を３つの組に分ける。

$$\frac{3^8 - {}_3C_2 \times (2^8 - 2) - {}_3C_1}{3!}$$

$$= \frac{6561 - 762 - 3}{6} = \frac{5796}{6}$$

$$= 966 \text{ 通り}$$

2　１個のさいころを４回投げるとき，次の確率を求めよ。

（１）出る目の最大値が５以下

$$\left(\frac{5}{6}\right)^4 = \frac{625}{1296}$$

（２）出る目の最大値が５

$$\left(\frac{5}{6}\right)^4 - \left(\frac{4}{6}\right)^4 = \frac{625 - 256}{1296} = \frac{369}{1296}$$

$$= \frac{41}{144}$$

（３）出る目の最大値が５以下，最小値が２以上

$$\left(\frac{4}{6}\right)^4 = \left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{16}{81}$$

（４）出る目の最大値が５，最小値が２

(3)から、出る目の最大値が5以下，最小値が3以上

または　出る目の最大値が4以下，最小値が2以上

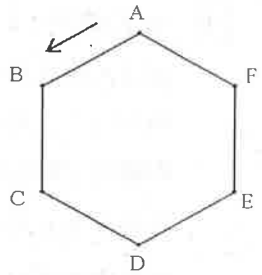
の確率を引けばよいから、

$$\left(\frac{4}{6}\right)^4 - \left\{\left(\frac{3}{6}\right)^4 + \left(\frac{3}{6}\right)^4 - \left(\frac{2}{6}\right)^4\right\}$$

$$= \frac{256}{1296} - \frac{81 + 81 - 16}{1296}$$

$$= \frac{256}{1296} - \frac{146}{1296} = \frac{110}{1296} = \frac{55}{648}$$

3　右の図のような正六角形ＡＢＣＤＥＦの辺上を動く点Ｐが，最初は頂点Ａの位置にある。さいころを１回投げて，出た目の数だけ点Ｐが正六角形の辺上を反時計回りに進む。このとき，次の確率を求めよ。



（１）さいころを２回投げた後，点Ｐが頂点Ａにある確率

2周する場合…(6,6)

1周する場合…(5,1),(4,2),(3,3),(2,4),(1,5)

よって、$\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

（２）さいころを２回投げた後，点Ｐが頂点Cにある確率

・はじめて点Cに到達する場合

(1,1)

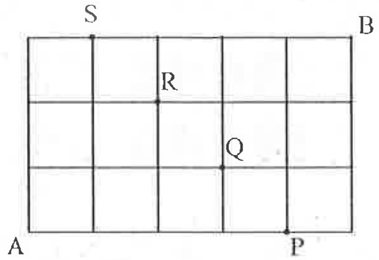
・1周したあと点Cに到達する場合

(6,2),(5,3),(4,4),(3,5),(2,6)

よって、$\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

4 右下の図のような格子状の道がある。a，b の２人がいて，a はＡ地点からＢ地点へ向かって，b はＢ地点からＡ地点へ向かって，それぞれ最短の経路を通り，１分間に道路１区画の速さで進むとする。a，b ともに交差点で東西方向，南北方向どちらの道を進むかは，どちらも $\frac{1}{2}$ の確率で決め，Ｔ字路や曲がり角では進める方向にのみ進むものとする。

（１）a が地点Ｐ，Ｑ，Ｒ，Ｓを通る確率をそれぞれ求めよ。



地点P：$\left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$

地点Q：${}_4C_1\left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$

地点R：${}_4C_2\left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$

地点S：${}_4C_3\left(\frac{1}{2}\right)^4 + \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{4}{16} + \frac{1}{16} = \frac{5}{16}$

（２）a，b が途中で出会う確率を求めよ。

bが地点P,Q,R,Sを通る確率は

地点P：$\frac{5}{16}$，地点Q：$\frac{6}{16}$，地点R：$\frac{4}{16}$，

地点S：$\frac{1}{16}$ であるから。

a,bが途中で出会う確率は

$$\frac{1}{16}\times\frac{5}{16} + \frac{4}{16}\times\frac{6}{16} + \frac{6}{16}\times\frac{4}{16} + \frac{5}{16}\times\frac{1}{16}$$

$$= \frac{5+24+24+5}{256} = \frac{58}{256}$$

$$= \frac{29}{128}$$

5 ５回に１回の割合で帽子を忘れるくせのあるＫ君が，正月にＡ，Ｂ，Ｃ ３軒を順に年始回りをして家に帰ったとき，帽子を忘れてきたことに気がついた。２軒目の家 Ｂ に忘れてきた確率を求めよ。（７６ 早稲田大）

Aに忘れる：$\frac{1}{5}$

Bに忘れる：$\frac{4}{5}\times\frac{1}{5} = \frac{4}{25}$

Cに忘れる：$\frac{4}{5}\times\frac{4}{5}\times\frac{1}{5} = \frac{16}{125}$ より。

帽子を忘れて家に帰る確率は、

$$\frac{1}{5} + \frac{4}{25} + \frac{16}{125} = \frac{25+20+16}{125} = \frac{61}{125}$$

よって、Bに忘れてくる条件付き確率は、

$$\frac{\frac{4}{25}}{\frac{1}{5}+\frac{4}{25}+\frac{16}{125}} = \frac{20}{25+20+16} = \frac{20}{61}$$

6 ある病原菌の感染を診断する検査で，病原菌に感染している人が陽性と判定される確率は８０％，病原菌に感染していない人が陰性と判定される確率は９０％である。全体の５％がこの病原菌に感染している集団から１人を選びだすとき，次の確率を求めよ。（１６ 宮崎大 改）

（１）選びだされた１人が陽性と判定されたとき，この人が実際にも病原菌に感染している確率

陽性と判定される確率は

$$\frac{5}{100}\times\frac{80}{100} + \frac{95}{100}\times\frac{10}{100} = \frac{135}{1000}$$

陽性と判定された人が実際に感染している条件付き確率は、

$$\frac{\frac{5}{100}\times\frac{80}{100}}{\frac{5}{100}\times\frac{80}{100}+\frac{95}{100}\times\frac{10}{100}} = \frac{40}{40+95} = \frac{40}{135} = \frac{8}{27}$$

（２）選びだされた１人が陰性と判定されたとき，この人が実際には病原菌に感染している確率

陰性と判定される確率は

$$\frac{5}{100}\times\frac{20}{100} + \frac{95}{100}\times\frac{90}{100} = \frac{865}{1000}$$

陰性と判定された人が実際には感染している条件付き確率は、

$$\frac{\frac{5}{100}\times\frac{20}{100}}{\frac{5}{100}\times\frac{20}{100}+\frac{95}{100}\times\frac{90}{100}} = \frac{10}{10+855} = \frac{10}{865}$$

$$= \frac{2}{173}$$