数学Ⅰ　第４章　図形と計量

第１節　三角比

１限目	Ｐ１２４～Ｐ１２６	正弦・余弦・正接
２限目	Ｐ１２７～Ｐ１２９	三角比の表と三角比の応用
３限目	Ｐ１３０～Ｐ１３２	三角比の相互関係
４限目	Ｐ１３３～Ｐ１３５	三角比の拡張
５限目	Ｐ１３６～Ｐ１３８	三角比の等式を満たすθの値
６限目	Ｐ１３９	補充問題
７限目		確認テスト

第２節　三角形への応用

１限目	Ｐ１４０～Ｐ１４２	正弦定理（１）
２限目	Ｐ１４３	正弦定理（２）
３限目	Ｐ１４４～Ｐ１４５	余弦定理（１）
４限目	Ｐ１４６	余弦定理（２）
５限目	Ｐ１４７～Ｐ１４８	正弦定理と余弦定理の応用
６限目	Ｐ１４９～Ｐ１５０	三角形の面積
７限目	Ｐ１５１～Ｐ１５２	三角形の内接円の半径，ヘロンの公式
８限目	Ｐ１５３～Ｐ１５４	空間図形への応用
９限目	Ｐ１５５	正四面体の体積
10限目	Ｐ１５６	補充問題
11限目	Ｐ１５７	章末問題Ａ
12限目	Ｐ１５８	章末問題Ｂ
13限目		確認テスト

第４章　図形と計量　練習問題 解答

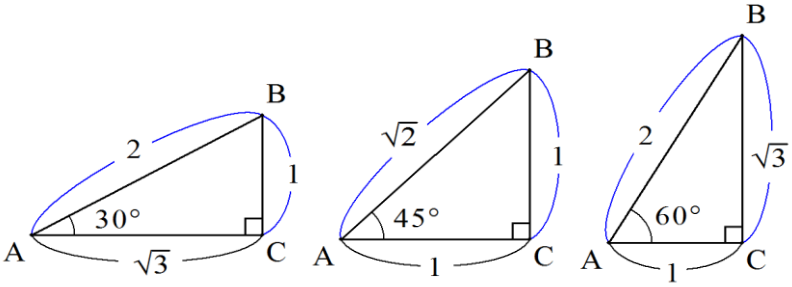
練習１

（１）$\sin\theta=\dfrac{2}{3}$，　$\cos\theta=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$，　$\tan\theta=\dfrac{2}{\sqrt{5}}$　　　（２）$\sin\theta=\dfrac{5}{13}$，　$\cos\theta=\dfrac{12}{13}$，　$\tan\theta=\dfrac{5}{12}$

（３）$AB=\sqrt{9+7}=4$　より，　$\sin\theta=\dfrac{\sqrt{7}}{4}$，　$\cos\theta=\dfrac{3}{4}$，　$\tan\theta=\dfrac{\sqrt{7}}{3}$

練習２

θ	30°	45°	60°
$\sin\theta$	$\dfrac{1}{2}$	$\dfrac{1}{\sqrt{2}}$	$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos\theta$	$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$	$\dfrac{1}{\sqrt{2}}$	$\dfrac{1}{2}$
$\tan\theta$	$\dfrac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$



練習３

（１）$\sin 12°=0.2079$　　　（２）$\cos 48°=0.6691$　　　（３）$\tan 75°=3.7321$

練習４

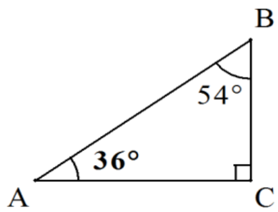
（１）$\sin\theta=0.4$　より，　$\theta \fallingdotseq 24°$

（２）$\tan\theta=0.5$　より，　$\theta \fallingdotseq 27°$

練習５

$AC=AB\times\cos 36°$

$AC=BC\times\tan 54°$



練習６

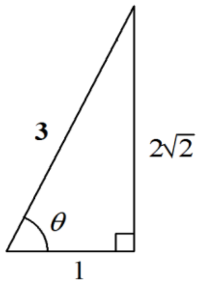
$AC=AB\times\cos 19°=100\times0.9455=94.55$　　　よって，95　m

練習７

$1.6+20\times\tan 40°=1.6+20\times0.8391=1.6+16.78=18.38$　　　よって，18.4　m

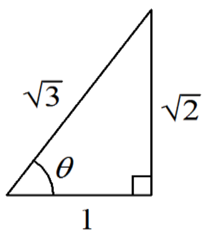
練習８　右図より，

$\sin\theta=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$，　$\tan\theta=2\sqrt{2}$



練習９　右図より，

$\cos\theta=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$，　$\sin\theta=\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$



練習１０

（１）$\sin 62°=\cos 28°$　　　（２）$\cos 78°=\sin 12°$　　　（３）$\tan 67°=\dfrac{1}{\tan 23°}$

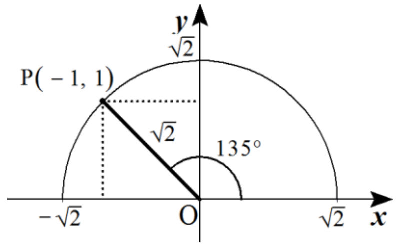
練習１１

（１）$\sin 64°=\cos 26°$　　　（２）$\cos 58°=\sin 32°$　　　（３）$\tan 83°=\dfrac{1}{\tan 7°}$

練習１２

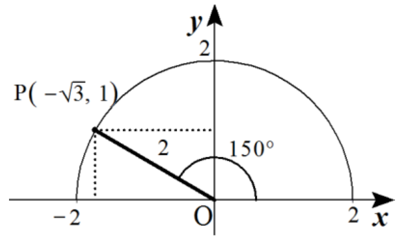
（１） $r=\sqrt{2}$ とすると，点Ｐ(－１，１）であるから，

$$\sin 135^\circ=\frac{1}{\sqrt{2}},\quad \cos 135^\circ=-\frac{1}{\sqrt{2}},\quad \tan 135^\circ=-1$$



（２） $r=2$ とすると，点Ｐ($-\sqrt{3}$，１）であるから，

$$\sin 150^\circ=\frac{1}{2},\quad \cos 150^\circ=-\frac{\sqrt{3}}{2},\quad \tan 150^\circ=-\frac{1}{\sqrt{3}}$$



練習１３

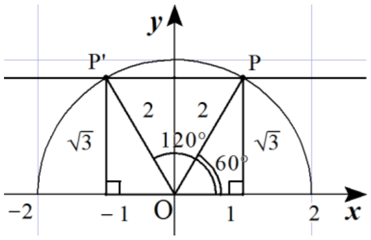
（１） $\sin 140^\circ=\sin 40^\circ=0.6428$

（２） $\cos 156^\circ=-\cos 24^\circ=-0.9135$

（３） $\tan 100^\circ=-\tan 80^\circ=-5.6713$

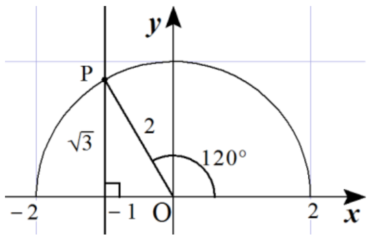
練習１４　$0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$ のとき，

（１） $\sin\theta=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$



$\theta=60^\circ，120^\circ$

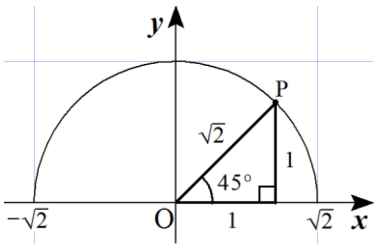
（２） $\cos\theta=-\dfrac{1}{2}$



$\theta=120^\circ$

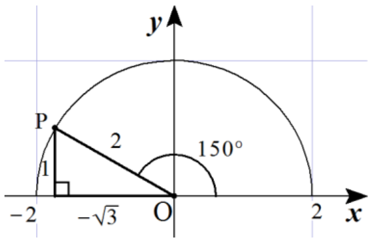
練習１５　$0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$ のとき，

（１） $\tan\theta=1$



$\theta=45^\circ$

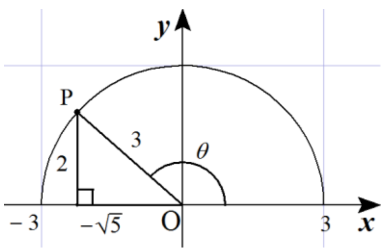
（２） $\tan\theta=-\dfrac{1}{\sqrt{3}}$



$\theta=150^\circ$

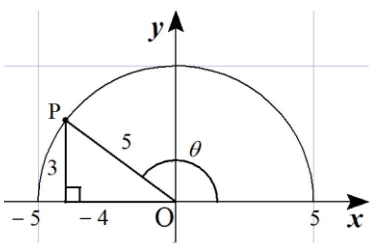
練習１６　$90^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$ のとき，

（１） $\sin\theta=\dfrac{2}{3}$



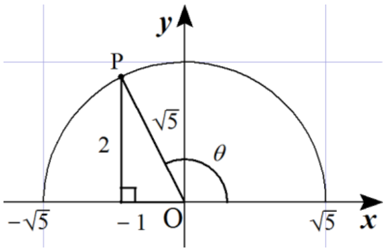
$$\cos\theta=-\frac{\sqrt{5}}{3},\quad \tan\theta=-\frac{2}{\sqrt{5}}$$

（２） $\cos\theta=-\dfrac{4}{5}$



$$\sin\theta=\frac{3}{5},\quad \tan\theta=-\frac{3}{4}$$

練習１７　$0° \leqq \theta \leqq 180°$ とする。$\tan\theta = -2$ のとき，



$\sin\theta = \dfrac{2}{\sqrt{5}}$，$\cos\theta = -\dfrac{1}{\sqrt{5}}$

第４章　図形と計量　補充問題 解答

１．　ＢＣ＝x とおくと，

$\dfrac{20}{x} = \tan 32° = 0.6249$　より，$x = \dfrac{20}{0.6249} = 32.005$　　よって，32 ｍ

２．

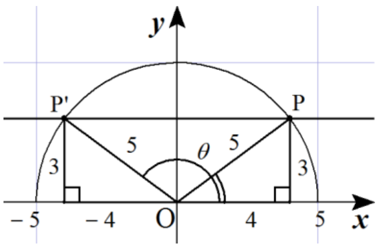
（１）正五角形の１つの外角は７２°であるから，二等辺三角形ＡＢＥにおいて，∠ＢＡＥ＝１０８°，∠ＡＢＥ＝３６°であるから，

ＢＥ＝２×１０ $\cos 36°$＝２０×0.8090＝16.18　　よって，16.2

（２）直角三角形ＡＣＨにおいて，∠ＡＣＨ＝１０８°－３６°＝７２°であるから，

ＡＨ＝５ $\tan 72°$＝５×3.0777＝15.3905　　よって，15.4

３． $0° \leqq \theta \leqq 180°$ とする。$\sin\theta = \dfrac{3}{5}$ のとき，

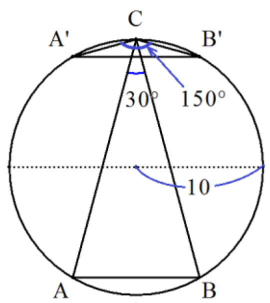


$\cos\theta = \dfrac{4}{5}$，$\tan\theta = \dfrac{3}{4}$　または，$\cos\theta = -\dfrac{4}{5}$，$\tan\theta = -\dfrac{3}{4}$

練習１８

（１）$\dfrac{5}{\sin 45°} = 2R$ より，$R = \dfrac{5\sqrt{2}}{2}$

（２）$\dfrac{\sqrt{3}}{\sin 120°} = 2R$ より，$R = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \cdot \dfrac{2}{\sqrt{3}} = 1$



練習１９

$\dfrac{10}{\sin C} = 2 \times 10$ より，$\sin C = \dfrac{1}{2}$　よって，Ｃ＝３０°，１５０°

練習２０

（１）$b = \sqrt{2}$，Ａ＝３０°，Ｂ＝４５°のとき，a

正弦定理より，$\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}$　よって　$\dfrac{a}{\sin 30°}=\dfrac{\sqrt{2}}{\sin 45°}$　より，$a=2\cdot\dfrac{1}{2}=1$

（2）$c=2\sqrt{6}$，B＝４５°，C＝１２０°のとき，b

正弦定理より，$\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}$　よって　$\dfrac{b}{\sin 45°}=\dfrac{2\sqrt{6}}{\sin 120°}$　より，$b=2\sqrt{6}\cdot\dfrac{2}{\sqrt{3}}\cdot\dfrac{1}{\sqrt{2}}=4$

（3）$a=3$，A＝１３５°，C＝３０°のとき，c

正弦定理より，$\dfrac{c}{\sin C}=\dfrac{a}{\sin A}$　よって　$\dfrac{c}{\sin 30°}=\dfrac{3}{\sin 135°}$　より，$c=3\sqrt{2}\cdot\dfrac{1}{2}=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$

練習２１

△ＡＢＣにおいて，Ｃ＝１８０°－(１０５°＋３０°)＝４５°であるから，

正弦定理より，$\dfrac{AC}{\sin 30°}=\dfrac{400}{\sin 45°}$　よって，ＡＣ$=400\sqrt{2}\cdot\dfrac{1}{2}=200\sqrt{2}$　m

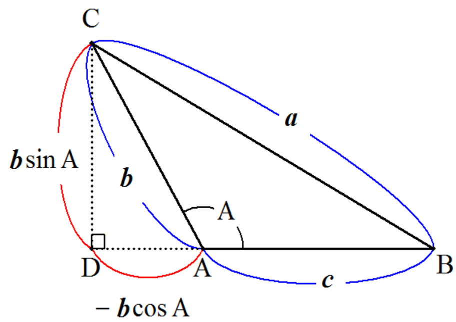
練習２２　△ＡＢＣにおいて，Ａが鈍角の場合，

ＢＣ^2＝ＣＤ^2＋ＢＤ^2，

ＣＤ$^2=(b\sin A)^2$，

ＢＤ$^2=(c-b\cos A)^2$　より，

$$\begin{aligned}a^2&=(b\sin A)^2+(c-b\cos A)^2\\&=b^2\sin^2 A+c^2-2bc\cos A+b^2\cos^2 A\\&=b^2(\sin^2 A+\cos^2 A)+c^2-2bc\cos A\\&=b^2+c^2-2bc\cos A\end{aligned}$$



練習２３

（1）$b=3$，$c=2\sqrt{2}$，Ａ＝４５°のとき，a

余弦定理より，$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A=9+8-2\cdot3\cdot2\sqrt{2}\cdot\dfrac{1}{\sqrt{2}}=5$　であり，

$a>0$　より，$a=\sqrt{5}$

（2）$a=3$，$c=5$，Ｂ＝１２０°のとき，b

余弦定理より，$b^2=c^2+a^2-2ca\cos B=25+9-2\cdot5\cdot3\cdot\left(-\dfrac{1}{2}\right)=49$　であり，

$b>0$　より，$b=7$

（3）$a=\sqrt{3}$，$b=3$，Ｃ＝１５０°のとき，c

余弦定理より，$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C=3+9-2\cdot\sqrt{3}\cdot3\cdot\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)=21$　であり，

$c>0$　より，$c=\sqrt{21}$

練習２４

余弦定理より，ＡＢ$^2=50^2+80^2-2\cdot50\cdot80\cos 60°=2500+6400-2\cdot50\cdot80\cdot\dfrac{1}{2}=4900$　であり，

ＡＢ＞０　より，ＡＢ＝７０　m

練習２５

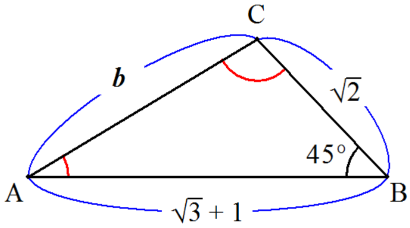
（1）$a=2\sqrt{3}$，$b=\sqrt{7}$，$c=1$　のとき，$\cos B$ の値とＢ

余弦定理より，$\cos B=\dfrac{c^2+a^2-b^2}{2ca}=\dfrac{1+12-7}{4\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　であるから，Ｂ＝３０°

（2） $a=\sqrt{2}$， $b=1$， $c=\sqrt{5}$ のとき， $\cos C$ の値とC

余弦定理より， $\cos C=\dfrac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=\dfrac{2+1-5}{2\sqrt{2}}=-\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ 　であるから，C＝１３５°

練習２６　$a=\sqrt{2}$， $c=\sqrt{3}+1$， B＝４５° のとき，



余弦定理より， $b^2=c^2+a^2-2ca\cos B$

$=(\sqrt{3}+1)^2+2-2(\sqrt{3}+1)\cdot\sqrt{2}\cdot\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

$=(4+2\sqrt{3})+2-2(\sqrt{3}+1)=4$ 　であり，

$b>0$ であるから， $b=2$

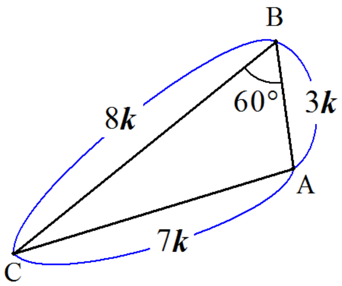
正弦定理より， $\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}$ 　よって $\dfrac{\sqrt{2}}{\sin A}=\dfrac{2}{\sin 45°}$ 　より，

$\sin A=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\cdot\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\dfrac{1}{2}$ 　よって，A＝３０°，１５０° であるが，

$a<c$ より，Aは最大角ではないので，鈍角ではない。よって，A＝３０°

よって，C＝１８０°－(４５°＋３０°)＝１０５°

練習２７　$\sin A:\sin B:\sin C=8:7:3$ のとき，



$a:b:c=8:7:3$ より， $a=8k$， $b=7k$， $c=3k$

とおくと，余弦定理より

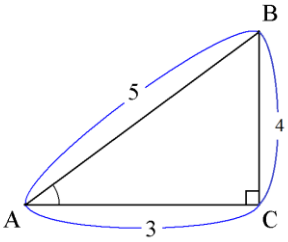
$\cos B=\dfrac{c^2+a^2-b^2}{2ca}=\dfrac{(3k)^2+(8k)^2-(7k)^2}{2\cdot 3k\cdot 8k}=\dfrac{24k^2}{48k^2}=\dfrac{1}{2}$

よって，B＝６０°

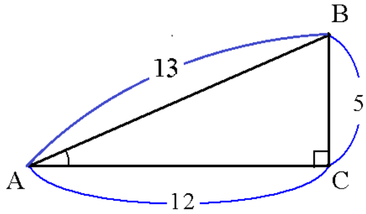
コラム：３辺の長さが整数の三角形

３辺の長さが整数で，いずれかの角の大きさが６０°，９０°，１２０°であるような三角形のうち，代表的なものには，次のような三角形がある。

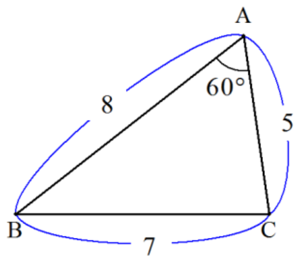
① $3^2+4^2=5^2$



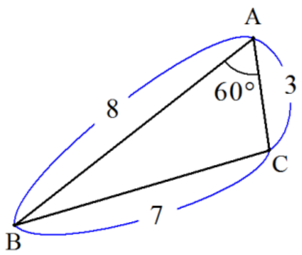
② $5^2+12^2=13^2$



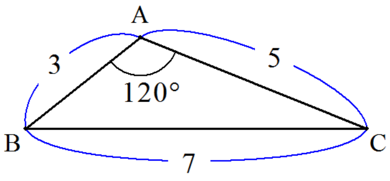
③ ３辺の長さが(５，７，８)
「はなこ」と覚える。



④ ３辺の長さが(３，７，８)
「はなみ」と覚える。



⑤ ３辺の長さが(３，５，７)
「みなこ」と覚える。



練習２８

（１）b＝１０，c＝８，A＝４５°のとき，S$=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}\cdot 10\cdot 8\sin 45°=\frac{40}{\sqrt{2}}=20\sqrt{2}$

（２）a＝６，c＝５，B＝１５０°のとき，S$=\frac{1}{2}ca\sin B=\frac{1}{2}\cdot 5\cdot 6\sin 150°=\frac{15}{2}$

（３）S$=\frac{1}{2}\cdot 4\cdot 4\sin 60°=8\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}$

練習２９　a＝７，b＝４，c＝５ のとき，

（１）余弦定理より，$\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\frac{4^2+5^2-7^2}{2\cdot 4\cdot 5}=-\frac{8}{40}=-\frac{1}{5}$

（２）$\sin A=\sqrt{1-\left(-\frac{1}{5}\right)^2}=\frac{\sqrt{24}}{5}=\frac{2\sqrt{6}}{5}$

（３）S$=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}\cdot 4\cdot 5\cdot\frac{2\sqrt{6}}{5}=4\sqrt{6}$

練習３０　a＝１３，b＝１４，c＝１５ のとき，

$s=\frac{a+b+c}{2}$＝２１ とおくと，ヘロンの公式より，

S$=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}=\sqrt{21(21-13)(21-14)(21-15)}=\sqrt{21\cdot 8\cdot 7\cdot 6}$＝８４

研究 練習１　a＝５，b＝７，c＝８ のとき，

（１）余弦定理より，$\cos B=\frac{c^2+a^2-b^2}{2ca}=\frac{8^2+5^2-7^2}{2\cdot 8\cdot 5}=\frac{40}{80}=\frac{1}{2}$　であるから，B＝６０°

よって，S$=\frac{1}{2}ca\sin B=\frac{1}{2}\cdot 8\cdot 5\sin 60°=20\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=10\sqrt{3}$

（２）S$=\frac{1}{2}r(a+b+c)=\frac{5+7+8}{2}r=10r=10\sqrt{3}$　であるから，$r=\sqrt{3}$

発展 練習１　三角形の３辺の長さがa＝５，b＝６，c＝９ のとき，

$s=\frac{a+b+c}{2}$＝１０ とおくと，ヘロンの公式より，

S$=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}=\sqrt{10(10-5)(10-6)(10-9)}=\sqrt{10\cdot 5\cdot 4\cdot 1}=10\sqrt{2}$

練習３１

△ABHにおいて，H＝１８０°－(６０°＋７５°)＝４５°であるから，

正弦定理より，$\frac{BH}{\sin 60°}=\frac{100}{\sin 45°}$　よって，BH$=100\sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=50\sqrt{6}$ m

よって直角三角形BPHにおいて，PH＝BH$\tan 30°=50\sqrt{6}\cdot\frac{1}{\sqrt{3}}=50\sqrt{2}$ m

練習３２

（１）BE$=\sqrt{10}$，DE$=\sqrt{5}$，BD$=\sqrt{13}$ であるから，△BEDにおいて，

余弦定理より， $\cos\angle BED=\dfrac{10+5-13}{2\cdot\sqrt{10}\cdot\sqrt{5}}=\dfrac{2}{10\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{10}$

（２） $\sin\angle BED=\sqrt{1-\left(\dfrac{\sqrt{2}}{10}\right)^2}=\dfrac{\sqrt{98}}{10}=\dfrac{7\sqrt{2}}{10}$ 　より，

$S=\dfrac{1}{2}BE\cdot DE\sin\angle BED=\dfrac{1}{2}\sqrt{10}\cdot\sqrt{5}\cdot\dfrac{7\sqrt{2}}{10}=\dfrac{7}{2}$

第４章　図形と計量　補充問題 解答

４.

（１）余弦定理より，ＢＤ$^2=8^2+5^2-2\cdot8\cdot5\cos60^\circ=89-80\cdot\dfrac{1}{2}=$４９ であるから，ＢＤ＝７

（２）△ＢＣＤにおいて，Ｃ＝１２０°であるから，ＣＤ＝x とおくと，

余弦定理より，$7^2=x^2+3^2-2\cdot3\cdot x\cos120^\circ$

４９$=x^2+3x+9$　より，$x^2+3x-40=0$

$(x+8)(x-5)=0$　より，$x=$ＣＤ＝５

５.

（１） $a=9$，$b=4\sqrt{2}$，$c=7$ のとき，

$\cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\dfrac{32+49-81}{2\cdot4\sqrt{2}\cdot7}=\dfrac{0}{56\sqrt{2}}=0$　であるから，Ａは直角

（２） $a=\sqrt{7}$，$b=\sqrt{6}$，$c=2$ のとき，

$\cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\dfrac{6+4-7}{2\cdot\sqrt{6}\cdot2}=\dfrac{3}{4\sqrt{6}}>0$　であるから，Ａは鋭角

（３） $a=2\sqrt{10}$，$b=4$，$c=4$ のとき，

$\cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\dfrac{16+16-40}{2\cdot4\cdot4}=-\dfrac{8}{32}=-\dfrac{1}{4}<0$　であるから，Ａは鈍角

６.

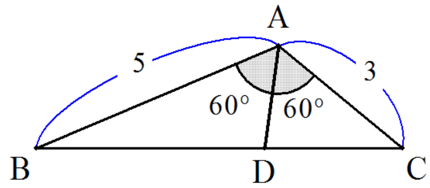
（１）ＡＢ＝６，ＡＤ＝４，∠Ａ＝６０° の平行四辺形ＡＢＣＤ

$S=2\times\dfrac{1}{2}AB\cdot AD\sin60^\circ=24\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2}=12\sqrt{3}$

（２）半径２の円に内接する正十二角形

$S=12\times\dfrac{1}{2}\cdot2\cdot2\sin30^\circ=24\cdot\dfrac{1}{2}=12$

７.



∠Ａ＝１２０° だから，∠ＢＡＤ＝∠ＣＡＤ＝６０°

ここで，ＡＤ＝x とおいて，それぞれの三角形の面積を求めると，

△ＡＢＣ＝$\dfrac{1}{2}\cdot5\cdot3\sin120^\circ=\dfrac{15\sqrt{3}}{4}$

△ＡＢＣ＝△ＡＢＤ＋△ＡＣＤ＝$\dfrac{1}{2}\cdot5x\sin60^\circ+\dfrac{1}{2}\cdot3x\sin60^\circ=2\sqrt{3}x$

であるから，$2\sqrt{3}x=\dfrac{15\sqrt{3}}{4}$　とおくと，　ＡＤ＝$x=\dfrac{15}{8}$

第４章　図形と計量　章末問題 解答

１．

（１）ＢＨ＝x　とおくと，ＡＨ＝ＰＨ＝x＋１０，ＰＢ＝$2x$　であり，

ＰＨ：ＰＢ＝x＋１０：$2x=\sqrt{3}$：２　であるから，

$2\sqrt{3}x=2(x+10)$

$2(\sqrt{3}-1)x=20$

よって，$x=\dfrac{10}{\sqrt{3}-1}=\dfrac{10(\sqrt{3}+1)}{2}=5(\sqrt{3}+1)$　m

（２）ＰＨ＝$\sqrt{3}\ x=5(3+\sqrt{3})$　m

２．

頂点Ａから辺ＢＣに下ろした垂線の足をＨ，ＢＨ＝x　とおくと，

$4-x^2=7-\{4-(x+1)\}^2=7-(3-x)^2=7-(x^2-6x+9)$

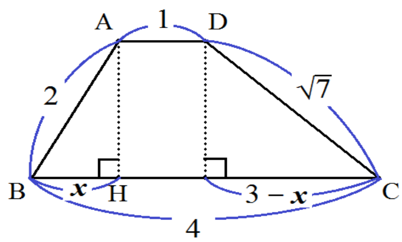
$=-x^2+6x-2$

よって，$6x=6$　より，$x=1$　であるから，

△ＡＢＨは，Ｈ＝９０°，Ｂ＝６０°の直角三角形である。

よって，ＡＨ＝$\sqrt{3}$　より，

台形の面積Ｓ＝$\dfrac{1}{2}(1+4)\sqrt{3}=\dfrac{5\sqrt{3}}{2}$



３．　$a=\sqrt{6}$，Ｂ＝１５°，Ｃ＝４５°　のとき，

（１）Ａ＝１８０°－（１５°＋４５°）＝１２０°　であるから，

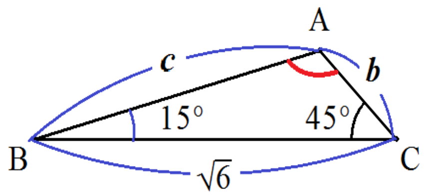
正弦定理より，$\dfrac{c}{\sin 45^\circ}=\dfrac{\sqrt{6}}{\sin 120^\circ}$　よって，$c=\sqrt{6}\cdot\dfrac{2}{\sqrt{3}}\cdot\dfrac{1}{\sqrt{2}}=2$

（２）余弦定理より，$6=b^2+4-2\cdot 2\cdot b\cos 120^\circ=b^2+2b+4$

$b^2+2b-2=0$　と　$b>0$　より，$b=-1+\sqrt{3}$

（３）正弦定理より，$\dfrac{\sqrt{3}-1}{\sin 15^\circ}=\dfrac{\sqrt{6}}{\sin 120^\circ}$

よって，$\sin 15^\circ=(\sqrt{3}-1)\cdot\dfrac{1}{\sqrt{6}}\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$



４．　Ａ＝６０°，a：b＝２：１，c＝６　のとき，

（１）$a=2k$，$b=k$　とおくと，

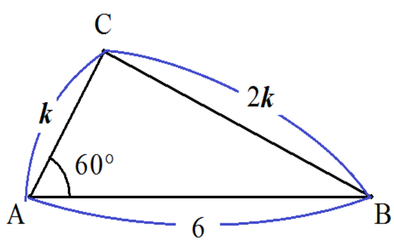
正弦定理より，$\dfrac{k}{\sin B}=\dfrac{2k}{\sin 60^\circ}$

よって，$\sin B=\dfrac{1}{2}\sin 60^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{4}$

（２）余弦定理より，$4k^2=k^2+36-2\cdot 6\cdot k\cos 60^\circ=k^2-6k+36$

$3k^2+6k-36=0$

$k^2+2k-12=0$　と　$k>0$　より，$k=b=-1+\sqrt{13}$



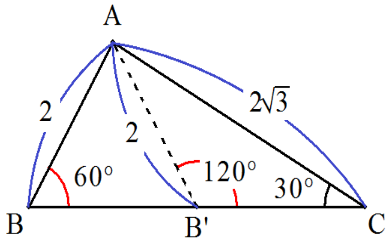
5．$b=2\sqrt{3}$，$c=2$，C＝３０°のとき，

正弦定理より，$\dfrac{2\sqrt{3}}{\sin B}=\dfrac{2}{\sin 30^\circ}$

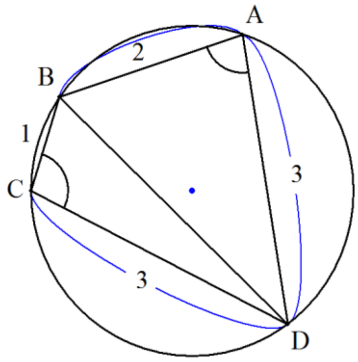
$\sin B=2\sqrt{3}\cdot\dfrac{1}{2}\sin 30^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　より，B＝６０°，１２０°

・B＝６０°のとき，A＝９０°であり，$a=4$

・B＝１２０°のとき，A＝３０°であり，$a=2$



6．円に内接する四角形ＡＢＣＤにおいて，ＡＢ＝2，ＢＣ＝1，ＣＤ＝3，ＤＡ＝3　であるとき，∠Ａ＝θとする。



（１）四角形ＡＢＣＤは円に内接するので，∠Ｃ＝１８０°－θ

よって，$\cos C=\cos(180^\circ-\theta)=-\cos\theta$　である。

△ＡＢＤにおいて，余弦定理より，

$BD^2=2^2+3^2-2\cdot2\cdot3\cdot\cos\theta\ =13-12\cos\theta$　………　①

△ＢＣＤにおいて，余弦定理より，

$BD^2=1^2+3^2-2\cdot1\cdot3\cdot\cos(180^\circ-A)\ =10+6\cos\theta$　………　②

①，②より，$10+6\cos\theta=13-12\cos\theta$　とおくと，

$\cos\theta=\dfrac{3}{18}=\dfrac{1}{6}$

（２）$\sin A=\sin\theta=\sqrt{1-\cos^2\theta}=\sqrt{1-\left(\dfrac{1}{6}\right)^2}=\sqrt{\dfrac{35}{36}}=\dfrac{\sqrt{35}}{6}$であり，

$\sin C=\sin(180^\circ-A)=\sin A$より，

Ｓ＝△ＡＢＤ＋△ＢＣＤ

$=\dfrac{1}{2}\cdot2\cdot3\sin A+\dfrac{1}{2}\cdot1\cdot3\cdot\sin A=\dfrac{9}{2}\sin A=\dfrac{3\sqrt{35}}{4}$

7．ＡＥ＝$\sqrt{10}$，ＡＦ＝８，ＡＨ＝１０　とするとき．

（１）ＡＢ＝ＥＦ＝$\sqrt{64-10}=\sqrt{54}=3\sqrt{6}$

ＡＤ＝ＥＨ＝$\sqrt{100-10}=\sqrt{90}=3\sqrt{10}$　より，

ＦＨ＝$\sqrt{54+90}=\sqrt{144}$＝１２

よって，△ＡＦＨにおいて，$s=\dfrac{1}{2}(8+10+12)$＝１５　とおくと，

Ｓ＝$\sqrt{15(15-8)(15-10)(15-12)}=\sqrt{15\cdot7\cdot5\cdot3}=15\sqrt{7}$

（２）四面体ＡＥＦＨの体積Ｖは，

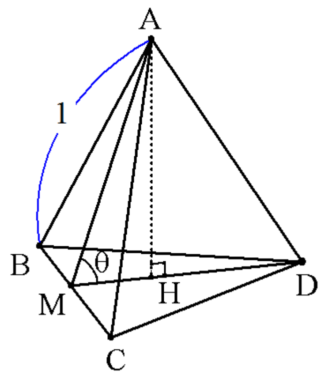
Ｖ＝$\dfrac{1}{3}$ＡＥ・$\dfrac{1}{2}$ＥＦ・ＥＨ＝$\dfrac{1}{3}\sqrt{10}\cdot\dfrac{1}{2}\cdot9\sqrt{60}=\dfrac{90\sqrt{6}}{6}=15\sqrt{6}$

また，ＥＰ＝h　とおくと，Ｖ＝$\dfrac{1}{3}hS=5\sqrt{7}h$　と表せるので，

$5\sqrt{7}h=15\sqrt{6}$　より，ＥＰ＝$h=\dfrac{3\sqrt{6}}{\sqrt{7}}=\dfrac{3\sqrt{42}}{7}$

８． １辺の長さ１の正四面体ＡＢＣＤにおいて，

（１）辺ＢＣの中点をM，∠ＡMＤ＝θ，頂点Ａから平面ＢＣＤに下ろした垂線の足をＨとすると，ＡM＝ＤM　であり，ＤＨ：ＨM＝２：１　であるから，



$\cos\theta = \dfrac{HM}{AM} = \dfrac{1}{3}$　であり，ＡM＝ＤM＝$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　である。

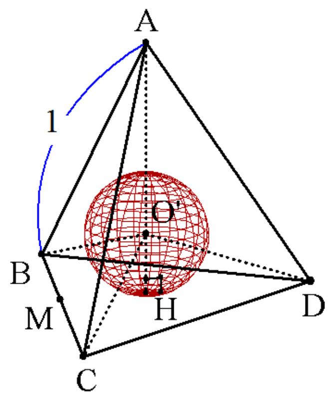
このとき，$\sin\theta = \sqrt{1-\left(\dfrac{1}{3}\right)^2} = \dfrac{2\sqrt{2}}{3}$　であるから，

ＡＨ＝ＡM$\sin\theta = \dfrac{2\sqrt{2}}{3}\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{\sqrt{6}}{3}$

また，△ＢＣＤ＝Ｓ＝$\dfrac{1}{2}\cdot 1\cdot 1\cdot\sin 60° = \dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{\sqrt{3}}{4}$　であるから，

四面体の体積Ｖ＝$\dfrac{1}{3}S\cdot AH = \dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{4}\cdot\dfrac{\sqrt{6}}{3} = \dfrac{\sqrt{2}}{12}$

（６）内接球の中心をＯ′とする。線分Ｏ’Ａ，Ｏ’Ｂ，Ｏ’Ｃ，Ｏ’Ｄ に よって，正四面体ＡＢＣＤを４つの四面体Ｏ’ＡＢＣ，Ｏ’ＡＣＤ，Ｏ’ＡＢＤ，Ｏ’ＢＣＤに分けると，体積に関する等式より，



Ｖ＝$\dfrac{1}{3}r\cdot$△ＡＢＣ＋$\dfrac{1}{3}r\cdot$△ＡＣＤ＋$\dfrac{1}{3}r\cdot$△ＡＢＤ＋$\dfrac{1}{3}r\cdot$△ＢＣＤ

＝$\dfrac{4}{3}rS = \dfrac{4}{3}r\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{4} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}r = \dfrac{\sqrt{2}}{12}$

よって，ｒ＝$\dfrac{\sqrt{2}}{4\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{6}}{12}$