1　次の表の空欄を埋めよ。

θ	0°	30°	45°	60°	90°	120°
(ラジアン)	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2}{3}\pi$
$\sin\theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos\theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$
$\tan\theta$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$		$-\sqrt{3}$

θ	135°	150°	180°	210°	225°	240°
(ラジアン)	$\frac{3}{4}\pi$	$\frac{5}{6}\pi$	π	$\frac{7}{6}\pi$	$\frac{5}{4}\pi$	$\frac{4}{3}\pi$
$\sin\theta$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos\theta$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{1}{2}$
$\tan\theta$	-1	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$

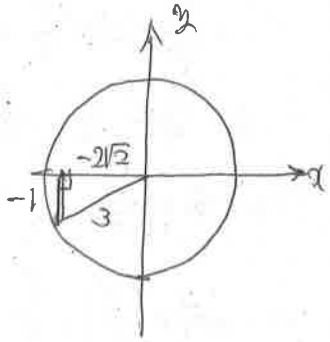
θ	270°	300°	315°	330°	360°
(ラジアン)	$\frac{3}{2}\pi$	$\frac{5}{3}\pi$	$\frac{7}{4}\pi$	$\frac{11}{6}\pi$	2π
$\sin\theta$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{1}{2}$	0
$\cos\theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\tan\theta$		$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	0

2　θ の動径が第３象限にあり，$\sin\theta=-\frac{1}{3}$ のとき，$\cos\theta$，$\tan\theta$ の値を求めよ。　（Ｐ１１０　練習８　改）

図より，

$$\cos\theta=-\frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$\tan\theta=\frac{1}{2\sqrt{2}}$$

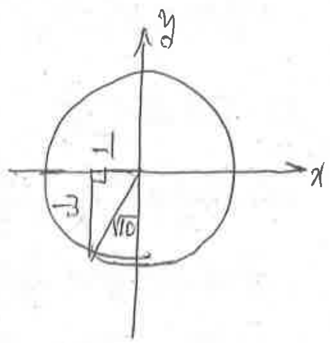


3　θ の動径が第３象限にあり，$\tan\theta=3$ のとき，$\sin\theta$，$\cos\theta$ の値を求めよ。　（Ｐ１１１　練習９）

図より，

$$\sin\theta=-\frac{3}{\sqrt{10}}$$

$$\cos\theta=-\frac{1}{\sqrt{10}}$$



4　$\sin\theta+\cos\theta=\sqrt{2}$ のとき，$\sin\theta\cos\theta$ の値を求めよ。　（Ｐ１１１　練習１０）

両辺を２乗すると

$(\sin\theta+\cos\theta)^2=2$

$1+2\sin\theta\cos\theta=2$ より

$2\sin\theta\cos\theta=1$

よって．$\sin\theta\cos\theta=\frac{1}{2}$

5　$\sin\theta+\cos\theta=a$ のとき，次の式の値を a を用いて表せ。　（Ｐ１１２　練習１１　改）

（１）$\sin\theta\cos\theta$

両辺を２乗すると、

$1+2\sin\theta\cos\theta=a^2$ より、$\sin\theta\cos\theta=\frac{a^2-1}{2}$

（２）$\sin^3\theta+\cos^3\theta$

$$\sin^3\theta+\cos^3\theta=(\sin\theta+\cos\theta)^3-3\sin\theta\cos\theta(\sin\theta+\cos\theta)$$
$$=a^3-\frac{3}{2}a(a^2-1)$$
$$=-\frac{1}{2}a^3+\frac{3}{2}a$$

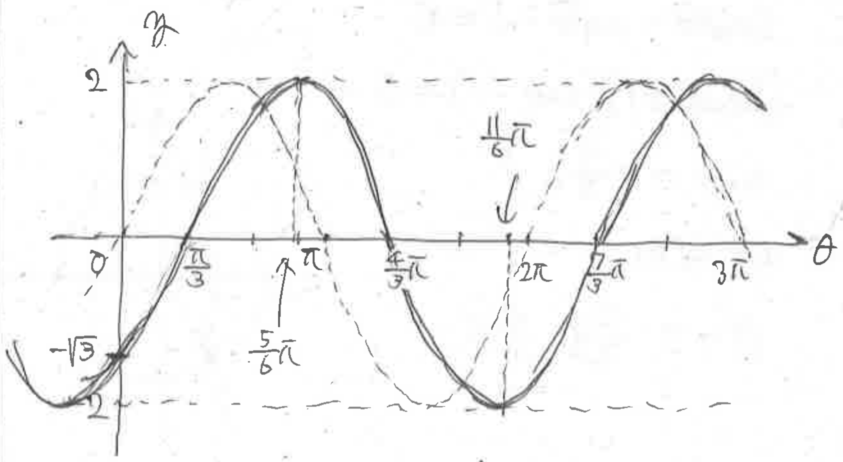
別解　$\sin^3\theta+\cos^3\theta=(\sin\theta+\cos\theta)(\sin^2\theta-\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta)$

$$=a\cdot\left(1-\frac{a^2-1}{2}\right)=a\cdot\frac{3-a^2}{2}$$

6　次の関数のグラフをかけ。　（Ｐ１１６　例４　改）

$$y=2\sin\left(\theta-\frac{\pi}{3}\right)$$

求めるグラフは $y=2\sin\theta$ のグラフを θ 軸方向に $\frac{\pi}{3}$ だけ平行移動したものである。



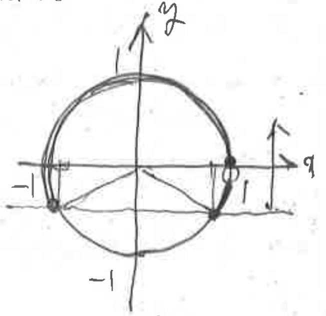
7　$0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき，次の不等式を解け。

（１）$2\sin\theta + 1 \geqq 0$

$\sin\theta \geqq -\frac{1}{2}$

図より、

$0 \leqq \theta \leqq \frac{7}{6}\pi,\ \frac{11}{6}\pi \leqq \theta < 2\pi$

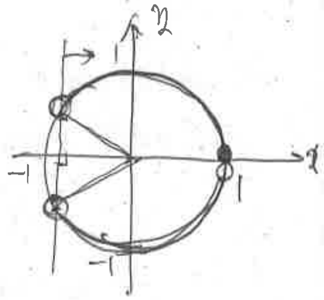


（２）$2\cos\theta > -\sqrt{3}$

$\cos\theta > -\frac{\sqrt{3}}{2}$

図より、

$0 \leqq \theta < \frac{5}{6}\pi,\ \frac{7}{6}\pi < \theta < 2\pi$

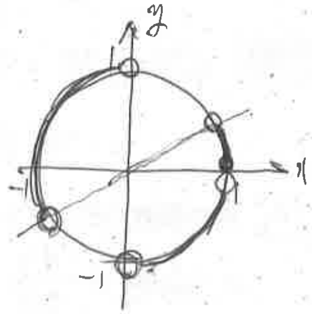


（３）$\tan\theta < \frac{1}{\sqrt{3}}$

図より、

$0 \leqq \theta < \frac{\pi}{6},\ \frac{\pi}{2} < \theta < \frac{7}{6}\pi,$

$\frac{3}{2}\pi < \theta < 2\pi$



8　$0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき，次の方程式を解け。

$2\sin^2\theta + \cos\theta - 1 = 0$　（P１２３　練習２０）

$2(1-\cos^2\theta) + \cos\theta - 1 = 0$

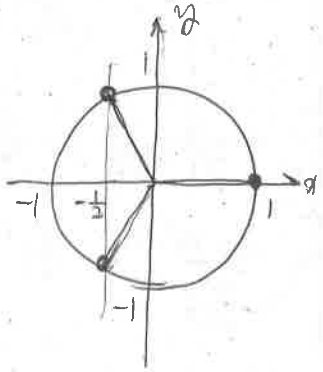
$2\cos^2\theta - \cos\theta - 1 = 0$

$(2\cos\theta + 1)(\cos\theta - 1) = 0$ より

$\cos\theta = -\frac{1}{2},\ 1$

よって、図より

$\theta = 0,\ \frac{2}{3}\pi,\ \frac{4}{3}\pi$



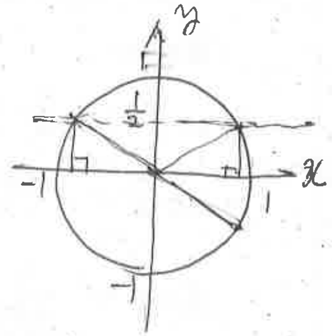
9　$0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき，次の方程式・不等式を解け。

（１）$\sin\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$

$-\frac{\pi}{6} \leqq \theta - \frac{\pi}{6} < \frac{11}{6}\pi$ より

$\theta - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{6},\ \frac{5}{6}\pi$

よって、$\theta = \frac{\pi}{3},\ \pi$



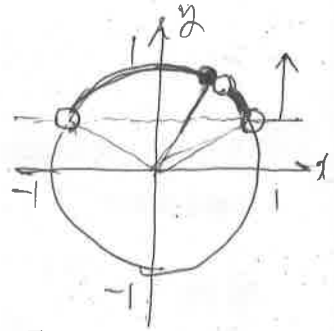
（２）$\sin\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) > \frac{1}{2}$

$\frac{\pi}{3} \leqq \theta + \frac{\pi}{3} < \frac{7}{3}\pi$ より

$\frac{\pi}{3} \leqq \theta + \frac{\pi}{3} < \frac{5}{6}\pi,$

$\frac{13}{6}\pi < \theta + \frac{\pi}{3} < \frac{7}{3}\pi$

よって、$0 \leqq \theta < \frac{\pi}{2},\ \frac{11}{6}\pi < \theta < 2\pi$

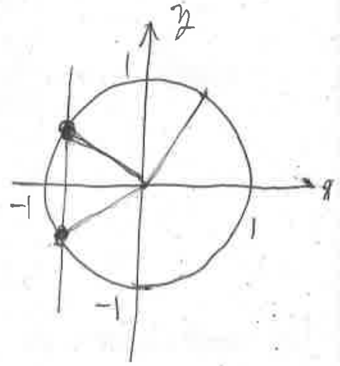


（３）$\cos\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\frac{\pi}{3} \leqq \theta + \frac{\pi}{3} < \frac{7}{3}\pi$ より

$\theta + \frac{\pi}{3} = \frac{5}{6}\pi,\ \frac{7}{6}\pi$

よって、$\theta = \frac{\pi}{2},\ \frac{5}{6}\pi$



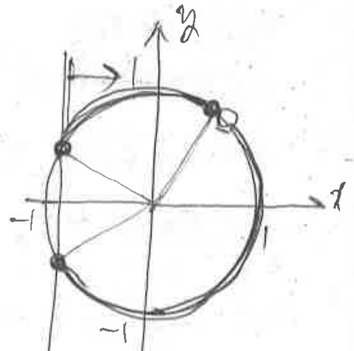
（４）$\cos\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) \geqq -\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\frac{\pi}{3} \leqq \theta + \frac{\pi}{3} < \frac{7}{3}\pi$ より

$\frac{\pi}{3} \leqq \theta + \frac{\pi}{3} \leqq \frac{5}{6}\pi,$

$\frac{7}{6}\pi \leqq \theta + \frac{\pi}{3} < \frac{7}{3}\pi$

よって、$0 \leqq \theta \leqq \frac{\pi}{2},\ \frac{5}{6}\pi \leqq \theta < 2\pi$

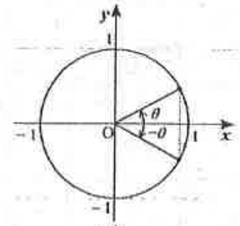


10　図を参考にして，次の式を$\sin\theta$，$\cos\theta$，$\tan\theta$を用いて表せ。

（１）$\sin(-\theta) = -\sin\theta$

$\cos(-\theta) = \cos\theta$

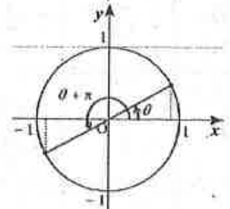
$\tan(-\theta) = -\tan\theta$



（２）$\sin(\theta+\pi) = -\sin\theta$

$\cos(\theta+\pi) = -\cos\theta$

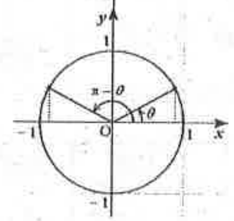
$\tan(\theta+\pi) = \tan\theta$



（３）$\sin(\pi-\theta) = \sin\theta$

$\cos(\pi-\theta) = -\cos\theta$

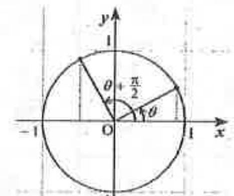
$\tan(\pi-\theta) = -\tan\theta$



（４）$\sin\left(\theta+\frac{\pi}{2}\right) = \cos\theta$

$\cos\left(\theta+\frac{\pi}{2}\right) = -\sin\theta$

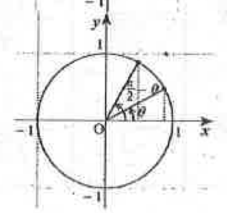
$\tan\left(\theta+\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{1}{\tan\theta}$



（５）$\sin\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right) = \cos\theta$

$\cos\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right) = \sin\theta$

$\tan\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right) = \frac{1}{\tan\theta}$



11　関数 $y = \cos^2\theta + \sin\theta$ $(0 \leqq \theta < 2\pi)$ の最大値，最小値とそのときのθの値を求めよ。

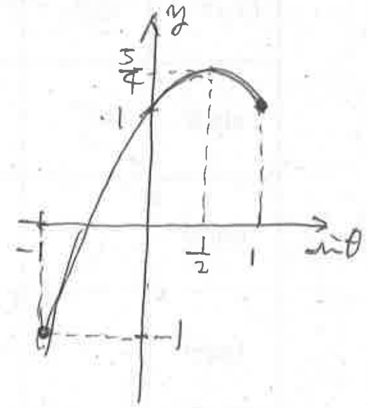
$y = (1-\sin^2\theta) + \sin\theta$

$= -\sin^2\theta + \sin\theta + 1$

$= -(\sin^2\theta - \sin\theta) + 1$

$= -\left\{\left(\sin\theta - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}\right\} + 1$

$= -\left(\sin\theta - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{5}{4}$ より



最大値 $\frac{5}{4}$（$\sin\theta = \frac{1}{2}$ より $\theta = \frac{\pi}{6},\ \frac{5}{6}\pi$ のとき）

最小値 -1（$\sin\theta = -1$ より $\theta = \frac{3}{2}\pi$ のとき）