

1 次の表の空欄を埋めよ。

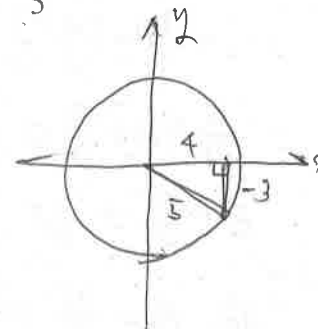
θ	-180°	-150°	-135°	-120°	-90°	-60°
(ラジアン)	$-\pi$	$-\frac{5}{6}\pi$	$-\frac{3}{4}\pi$	$-\frac{2}{3}\pi$	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{3}$
$\sin \theta$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos \theta$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$
$\tan \theta$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$		$-\sqrt{3}$

θ	-45°	-30°	0°	30°	45°	60°
(ラジアン)	$-\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{6}$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$
$\sin \theta$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos \theta$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$
$\tan \theta$	-1	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$

θ	90°	120°	135°	150°	180°
(ラジアン)	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2}{3}\pi$	$\frac{3}{4}\pi$	$\frac{5}{6}\pi$	π
$\sin \theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
$\cos \theta$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1
$\tan \theta$		$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	0

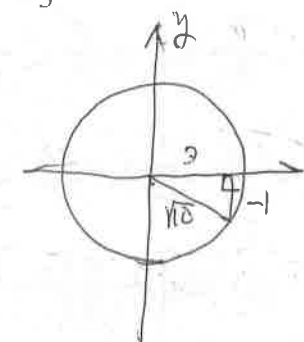
2 θ の動径が第4象限にあり、 $\cos \theta = \frac{4}{5}$ のとき、 $\sin \theta$ 、 $\tan \theta$ の値を求めよ。

図より、
 $\sin \theta = -\frac{3}{5}$
 $\tan \theta = -\frac{3}{4}$



3 θ の動径が第4象限にあり、 $\tan \theta = -\frac{1}{3}$ のとき、 $\sin \theta$ 、 $\cos \theta$ の値を求めよ。

図より、
 $\sin \theta = -\frac{1}{\sqrt{10}}$
 $\cos \theta = \frac{3}{\sqrt{10}}$



5 $\sin \theta - \cos \theta = a$ のとき、次の式の値を a を用いて表せ。

(1) $\sin \theta \cos \theta$

両辺を2乗すると、

$$1 - 2\sin \theta \cos \theta = a^2 \quad \therefore \sin \theta \cos \theta = \frac{1-a^2}{2}$$

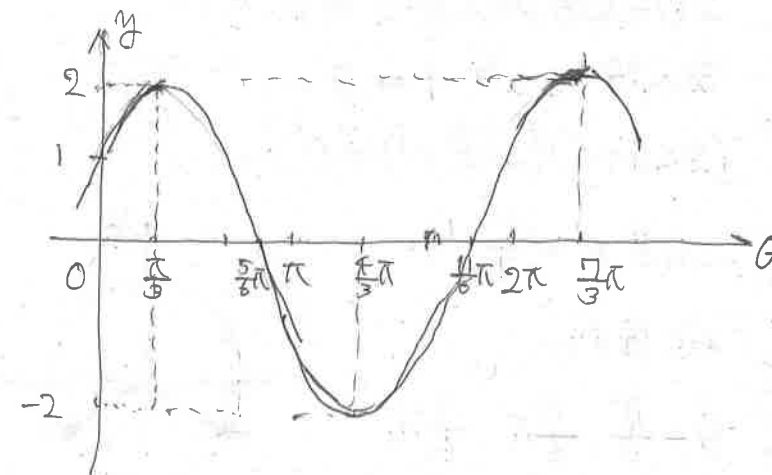
(2) $\sin^3 \theta - \cos^3 \theta$

$$\begin{aligned} \sin^3 \theta - \cos^3 \theta &= (\sin \theta - \cos \theta)(\sin^2 \theta + \sin \theta \cos \theta + \cos^2 \theta) \\ &= (\sin \theta - \cos \theta)(1 + \sin \theta \cos \theta) \\ &= a \cdot \left(1 + \frac{1-a^2}{2}\right) = a \cdot \frac{3-a^2}{2} \\ &= \frac{3a-a^3}{2} \end{aligned}$$

6 次の関数のグラフをかけ。

$$y = 2\cos\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right)$$

$y = 2\cos \theta$ のグラフを θ 軸方向に $\frac{\pi}{3}$ 平行移動したものである。



4 $\sin \theta + \cos \theta = \frac{1}{2}$ のとき、 $\sin \theta \cos \theta$ の値を求めよ。

両辺を2乗すると、

$$(\sin \theta + \cos \theta)^2 = \frac{1}{4} \quad \therefore$$

$$1 + 2\sin \theta \cos \theta = \frac{1}{4}$$

$$2\sin \theta \cos \theta = -\frac{3}{4}$$

$$\therefore \sin \theta \cos \theta = -\frac{3}{8}$$

7 $0 \leq \theta < 2\pi$ のとき、次の不等式を解け。

(1) $2\sin\theta - 1 \leq 0$

$$\sin\theta \leq \frac{1}{2}$$

図示。

$$0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6} \leq \theta < 2\pi$$

(2) $2\cos\theta > -\sqrt{3}$

$$\cos\theta > -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

図示。

$$0 \leq \theta < \frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6} < \theta < 2\pi$$

(3) $\tan\theta \geq -1$

図示。

$$0 \leq \theta < \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4} \leq \theta < \frac{3\pi}{2},$$

$$\frac{7\pi}{4} \leq \theta < 2\pi$$

8 $0 \leq \theta < 2\pi$ のとき、次の方程式を解け。

$$2\cos^2\theta + \sin\theta - 1 = 0$$

$$2(1 - \sin^2\theta) + \sin\theta - 1 = 0$$

$$2\sin^2\theta - \sin\theta - 1 = 0$$

$$(2\sin\theta + 1)(\sin\theta - 1) = 0 \quad \text{より}$$

$$\sin\theta = -\frac{1}{2}, 1$$

より、図示。

$$\theta = \frac{\pi}{2}, \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}$$

9 $0 \leq \theta < 2\pi$ のとき、次の方程式・不等式を解け。

(1) $\sin\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$

$$\frac{\pi}{3} \leq \theta + \frac{\pi}{3} < \frac{7\pi}{3} \quad \text{より}$$

$$\theta + \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{6}, \frac{13\pi}{6}$$

$$\text{より、} \theta = \frac{\pi}{2}, \frac{11\pi}{6}$$

(2) $\sin\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right) > \frac{1}{\sqrt{2}}$

$$-\frac{\pi}{6} \leq \theta - \frac{\pi}{6} < \frac{11\pi}{6} \quad \text{より}$$

$$\frac{\pi}{4} < \theta - \frac{\pi}{6} < \frac{3\pi}{4}$$

$$\text{より、} \frac{5\pi}{12} < \theta < \frac{11\pi}{12}$$

(3) $\cos\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

$$-\frac{\pi}{3} \leq \theta - \frac{\pi}{3} < \frac{5\pi}{3} \quad \text{より}$$

$$\theta - \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}$$

$$\text{より、} \theta = \frac{7\pi}{6}, \frac{3\pi}{2}$$

(4) $\cos\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) \geq -\frac{\sqrt{3}}{2}$

$$-\frac{\pi}{3} \leq \theta - \frac{\pi}{3} < \frac{5\pi}{3} \quad \text{より}$$

$$-\frac{\pi}{3} \leq \theta - \frac{\pi}{3} \leq \frac{5\pi}{6},$$

$$\frac{2\pi}{3} \leq \theta - \frac{\pi}{3} < \frac{5\pi}{3}$$

$$\text{より、} 0 \leq \theta \leq \frac{7\pi}{6}, \frac{3\pi}{2} \leq \theta < 2\pi$$

10 図を参考にして、次の式を $\sin\theta$, $\cos\theta$, $\tan\theta$ を用いて表せ。

(1) $\sin(-\theta) = -\sin\theta$

$$\cos(-\theta) = \cos\theta$$

$$\tan(-\theta) = -\tan\theta$$

(2) $\sin(\theta + \pi) = -\sin\theta$

$$\cos(\theta + \pi) = -\cos\theta$$

$$\tan(\theta + \pi) = \tan\theta$$

(3) $\sin(\pi - \theta) = \sin\theta$

$$\cos(\pi - \theta) = -\cos\theta$$

$$\tan(\pi - \theta) = -\tan\theta$$

(4) $\sin\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) = \cos\theta$

$$\cos\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin\theta$$

$$\tan\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) = -\frac{1}{\tan\theta}$$

(5) $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cos\theta$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \sin\theta$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \frac{1}{\tan\theta}$$

11 関数 $y = \sin^2\theta + \cos\theta$ ($0 \leq \theta < 2\pi$) の最大値、最小値とそのときの θ の値を求めよ。

$$y = (1 - \cos^2\theta) + \cos\theta$$

$$= -\cos^2\theta + \cos\theta + 1$$

$$= -(\cos^2\theta - \cos\theta) + 1$$

$$= -\left\{\left(\cos\theta - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}\right\} + 1$$

$$= -\left(\cos\theta - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{5}{4} \quad \text{より}$$

$$\text{最大値 } \frac{5}{4} \quad (\cos\theta = \frac{1}{2} \text{ より } \theta = \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3} \text{ のとき})$$

$$\text{最小値 } -1 \quad (\cos\theta = -1 \text{ より } \theta = \pi \text{ のとき})$$