数学Ａ　第１章　場合の数と確率

第１節　場合の数

１限目　Ｐ１２～Ｐ１５　集合の要素の個数
２限目　Ｐ１６～Ｐ１９　場合の数（１）
３限目　Ｐ２０～Ｐ２３　場合の数（２）順列
４限目　Ｐ２４～Ｐ２７　順列・円順列・重複順列
５限目　Ｐ２８～Ｐ３１　組合せ
６限目　Ｐ３２～Ｐ３４　組分け・同じものを含む順列
７限目　Ｐ３５～Ｐ３６　重複を許す組合せ．補充問題
８限目　確認テスト

第２節　確率

１限目　Ｐ３７～Ｐ４２　事象と確率
２限目　Ｐ４３～Ｐ４５　確率の基本性質
３限目　Ｐ４６～Ｐ４８　余事象の確率，和事象の確率
４限目　Ｐ４９～Ｐ５１　独立な試行の確率
５限目　Ｐ５２～Ｐ５３　反復試行の確率
６限目　Ｐ５４～Ｐ５５　条件付き確率
７限目　Ｐ５６～Ｐ５７　確率の乗法定理
８限目　Ｐ５８　補充問題
９限目　Ｐ５９　章末問題Ａ
10限目　Ｐ６０　章末問題Ｂ
11限目　確認テスト

第１章　場合の数と確率　練習問題 解答（第１節）

練習１

（１）$n(U)=6$　　（２）$n(\overline{B})=3$　　（３）$n(A\cap B)=2$

（４）$n(\overline{A\cup B})=1$　　（５）$n(A\cap \overline{B})=2$

練習２

（１）$n(\overline{B})=15$　　（２）$n(\overline{A\cup B})=3$　　（３）$n(\overline{A}\cap \overline{B})=3$

練習３

　１００以下の自然数全体の集合をＵとし，Ｕの部分集合で，６の倍数全体の集合をＡ，４の倍数全体の集合をＢとすると，

（１）$n(A)=16$　　（２）$n(\overline{A})=84$　　（３）$n(A\cap B)=8$

（４）$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)=16+25-8=33$

練習４

（１）ａにだけ賛成の人　　　１１人

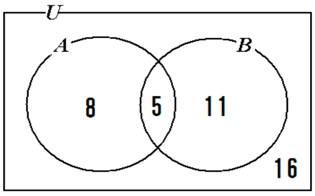
（２）ｂにだけ賛成の人　　　１８人

	B	$\overline{B}$	合計
A	66	11	77
$\overline{A}$	18	5	23
合計	84	16	100

練習５

　クラスの生徒全体の集合をＵ，そのうち自転車を利用する人の集合をＡ，バスを利用する人の集合をＢとすると，$n(U)=40$，$n(A)=13$，$n(B)=16$，$n(A\cap B)=5$　　このとき，

$n(A\cup B)=n(A)++n(B)-n(A\cap B)=13+16-5=24$　より，



（１）自転車もバスも利用しない人は，

$n(U)-n(A\cup B)=40-24=16$　　よって，１６人

（２）自転車は利用するがバスは利用しない人は，

$n(A)-n(A\cap B)=13-5=8$　　よって，　８人

練習６

ＡＢＣ，ＡＣＢ，ＢＡＣ，ＢＣＡ，ＣＡＢ，ＣＢＡ

練習７　大中小の３個のさいころを投げるとき，

（１）目の和が７になるのは，

大のさいころの目は1～5のいずれかであるから，(大，中，小）で表すと，

（1，５，1)，（1，４，2)，（1，３，3)，（1，２，4)，（1，1，５）

（2，４，1)，（2，３，2)，（2，２，3)，（2，1，4）

（3，３，1)，（3，２，2)，（3，1，3）

（4，２，1)，（4，1，2）

（5，1，1）　　　　　　よって，１５通り

（２）目の積が６になるのは，

（6，1，1)，（1，６，1)，（1，1，６）

（1，２，3)，（1，３，2)，（2，1，3)，（2，３，1)，（3，1，2)，（3，２，1）

よって，　９通り

練習８　残り５回中，２回表が出ればよいので，

(裏，裏，裏，表，表)，(裏，裏，表，裏，表)，(裏，表，裏，裏，表)，(表，裏，裏，裏，表)

(裏，裏，表，表)，(裏，表，裏，表)，(表，裏，裏，表)

(裏，表，表)，(表，裏，表)

(表，表)　　　　　　　　　　　　　よって，１０通り

練習９

（１）目の和が７は，（６，１），（５，２），（４，３），（３，４），（２，５），（１，６）

目の和が８は，（６，２），（５，３），（４，４），（３，５），（２，６）

よって，１１通り

（２）目の和が４は，　（３，１），（２，２），（１，３）

目の和が８は，　（６，２），（５，３），（４，４），（３，５），（２，６）

目の和が１２は，（６，６）

よって，　９通り

練習１０

（１）２個のさいころの目の出方は，６×６＝３６通り

（２）大のさいころの目が３以上，小のさいころの目が偶数の出方は，４×３＝１２通り

練習１１

（１）大中小３個のさいころの目の出方は，６×６×６＝２１６通り

（２）積 $(a+b)(c+d)(x+y+z)$ の展開式の項の個数は，２×２×３＝１２個

練習１２

（１）１６＝2^4 より，１６の正の約数は，４＋１＝５個

（２）１４４＝$2^4 \cdot 3^2$ より，１４４の正の約数は，$(4+1)\times(2+1)$＝１５個

練習１３

（１）${}_5P_2=5\times4$＝２０

（２）${}_8P_4=8\times7\times6\times5$＝１６８０

（３）${}_3P_1$＝３

（４）${}_6P_6=6\times5\times4\times3\times2\times1$＝７２０

練習１４

（１）１１人から３人を選んで並べる並べ方は，${}_{11}P_3=11\times10\times9$＝９９０通り

（２）０以外の異なる７個の数字から４個を並べて作る４桁の整数は，${}_7P_4=7\times6\times5\times4$＝８４０通り

練習１５

（１）５個の数字１，２，３，４，５ を１列に並べる並べ方は，$5!=5\times4\times3\times2\times1$＝１２０通り

（２）７個の数字Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄ，Ｅ，Ｆ，Ｇ を１列に並べる並べ方は，

$7!=7\times6\times5\times4\times3\times2\times1$＝５０４０通り

練習１６

６人の候補選手の中から４人のリレー走者の選び方は，${}_6P_4=6\times5\times4\times3$＝３６０通り

練習１７

５色の中から４色を選んで並べればよいので，${}_5P_4=5\times4\times3\times2$＝１２０通り

練習１８

母音ａ，ｉ，ｕ，ｅ，ｏと子音ｋ，ｓ，ｔの８個の文字を１列に並べるとき，

（１）両端が母音である並べ方は，${}_5P_2\times 6\,!=5\times 4\times 6\times 5\times 4\times 3\times 2\times 1=$１４４００通り

（２）母音５個が続いて並ぶ並べ方は，$5\,!\times 4\,!=$２８８０通り

練習１９

５個の数字１，２，３，４，５のうちの異なる３個を並べて３桁の整数を作るとき，

（１）５の倍数は，１の位は必ず５なので，${}_4P_2=4\times 3=$１２通り

（２）偶数は，１の位が２または４なので，$2\times {}_4P_2=2\times 4\times 3=$２４通り

（３）奇数は，１の位が１，３，５のいずれかなので，$3\times {}_4P_2=3\times 4\times 3=$３６通り

練習２０

（１）５人が輪の形に並ぶ並び方は，$(5-1)!=4!=4\times 3\times 2\times 1=$２４通り

（２）色の異なる６個の玉を円形に並べて置く並べ方は，$(6-1)!=5!=5\times 4\times 3\times 2\times 1=$１２０通り

練習２１　大人５人と子ども５人が輪の形に並ぶとき，

大人と子どもが交互に並ぶような並び方は，まず，大人５人が輪の形に並び，子どもはある特定の１人の大人の右隣から順に大人の間に入ればよいので，

$$(5-1)!\times 5!=4!\times 5!=4\times 3\times 2\times 1\times 5\times 4\times 3\times 2\times 1=\text{２８８０通り}$$

練習２２　男子４人と女子２人が，６人席の丸いテーブルの席に着席するとき，

女子が隣り合うような並び方は，ます，女子２人の並び順を考え，次は女子２人の組と男子４人が円形に並ぶ並び方を考えればよいので，

$$2\times 4!=2\times 4\times 3\times 2\times 1=\text{４８通り}$$

練習２３　４個の文字ａ，ｂ，ｃ，ｄから重複を許して取り出した文字を並べるとき，

（１）２個並べる場合，$4^2=$１６通り

（２）３個並べる場合，$4^3=$６４通り

練習２４

（１）${}_7C_3=\dfrac{7\cdot 6\cdot 5}{3\cdot 2\cdot 1}=$３５　（２）${}_4C_2=\dfrac{4\cdot 3}{2\cdot 1}=6$　（３）${}_8C_1=8$　（４）${}_5C_5=1$

練習２５

（１）８人から２人を選ぶ　${}_8C_2=\dfrac{8\cdot 7}{2\cdot 1}=$２８通り

（２）６色から４色を選ぶ　${}_6C_4=\dfrac{6\cdot 5\cdot 4\cdot 3}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}=$１５通り

練習２６

（１）${}_5C_4={}_5C_1=5$　（２）${}_8C_6={}_8C_2=\dfrac{8\cdot 7}{2\cdot 1}=$２８　（３）${}_{20}C_{18}={}_{20}C_2=\dfrac{20\cdot 19}{2\cdot 1}=$１９０

練習２７　正六角形について，

（１）３個の頂点を結んでできる三角形の個数は　${}_6C_3=\dfrac{6\cdot 5\cdot 4}{3\cdot 2\cdot 1}=$２０個

（２）４個の頂点を結んでできる四角形の個数は　${}_6C_4 = {}_6C_2 = \dfrac{6\cdot 5}{2\cdot 1}$＝１５個

（３）２個の頂点を結んでできる線分の本数は　${}_6C_2 = \dfrac{6\cdot 5}{2\cdot 1}$＝１５本

（４）対角線の本数は　${}_6C_2 - 6$＝１５－６＝９本

練習２８

${}_7C_3 \times {}_6C_3 = \dfrac{7\cdot 6\cdot 5}{3\cdot 2\cdot 1} \times \dfrac{6\cdot 5\cdot 4}{3\cdot 2\cdot 1}$＝３５×２０＝７００通り

練習２９　８人の分け方について，

（１）Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄの４つの組に，２人ずつ分ける

${}_8C_2 \times {}_6C_2 \times {}_4C_2 = \dfrac{8\cdot 7}{2\cdot 1} \times \dfrac{6\cdot 5}{2\cdot 1} \times \dfrac{4\cdot 3}{2\cdot 1}$＝２８×１５×６＝２５２０通り

（２）２人ずつの４つの組に分ける

$\dfrac{{}_8C_2 \times {}_6C_2 \times {}_4C_2}{4!} = \dfrac{2520}{24}$＝１０５通り

練習３０

$\dfrac{6!}{2!\cdot 3!} = \dfrac{6\cdot 5\cdot 4}{2\cdot 1}$＝６０個

練習３１

（１）ＣからＢまで行く　　${}_5C_2 = \dfrac{5\cdot 4}{2\cdot 1}$＝１０通り

（２）ＡからＣを通ってＢまで行く　　${}_3C_1 \times {}_5C_2 = 3 \times \dfrac{5\cdot 4}{2\cdot 1}$＝３０通り

（３）ＡからＣを通らずにＢまで行く　　${}_8C_3 - {}_3C_1 \times {}_5C_2 = \dfrac{8\cdot 7\cdot 6}{3\cdot 2\cdot 1} - 3 \times \dfrac{5\cdot 4}{2\cdot 1}$＝２６通り

研究　練習１

４個の文字ａ，ｂ，ｃ，ｄから重複を許して７個取る組合せの総数は，同じ７個の玉と３つの仕切りを横一列に並べる並べ方の総数と同じであるから，

○ ○ ｜ ○ ｜ ○ ○ ○ ｜ ○

${}_4H_7 = {}_{4+7-1}C_7 = {}_{10}C_7 = {}_{10}C_3 = \dfrac{10\cdot 9\cdot 8}{3\cdot 2\cdot 1}$＝１２０通り

第１章　場合の数と確率　補充問題 解答（第１節）

１．大中小３個のさいころを投げるとき，

（１）すべて異なる目が出る

${}_6P_3$＝６×５×４＝１２０通り

（２）目の積が奇数になる

すべて奇数の目が出ればよいので，3^3＝２７通り

（３）目の積が偶数になる

全部の目の出方から目の積が奇数になる場合を除くと，$6^3 - 3^3$＝２１６－２７＝１８９通り

（４）目の積が２０になる

３つの目の組合せが（１，４，５）の場合　　$3!=6$通り

３つの目の組合せが（２，２，５）の場合　　${}_3C_1=3$通り

よって，合わせると ９通り

２．６個の数字０，１，２，３，４，５のうちの異なる４個を並べて４桁の整数をつくるとき，

（１）４桁の整数

先頭桁の選び方は５通りなので，　$5\times{}_5P_3=5\times5\times4\times3=300$通り

（２）４桁の奇数

１の位が１，３，５のいずれかで，さらに，先頭桁の選び方は４通りなので，

$3\times4\times{}_4P_2=3\times4\times4\times3=144$通り

（３）４桁の偶数

（１）から（２）を引くと，　$300-144=156$通り

別解　１の位が０の場合，　${}_5P_3=5\times4\times3=60$通り

１の位が２または４の場合，先頭桁の選び方は５通りなので，

$2\times4\times{}_4P_2=2\times4\times4\times3=96$通り

よって，合わせると　１５６通り

３．７人の男子と５人の女子から，３人の委員を選ぶとき，

（１）男子が２人以上選ばれる

男子が２人の場合，　${}_7C_2\times{}_5C_1=\dfrac{7\cdot6}{2\cdot1}\times5=105$通り

男子が３人の場合，　${}_7C_3=\dfrac{7\cdot6\cdot5}{3\cdot2\cdot1}=35$通り

よって，合わせると １４０通り

（２）少なくとも男子が１人選ばれる

全部の選び方から女子だけが選ばれる場合の数を引けばよいから，

$${}_{12}C_3-{}_5C_3=\frac{12\cdot11\cdot10}{3\cdot2\cdot1}-\frac{5\cdot4}{2\cdot1}=220-10=210\text{通り}$$

４．８人が３つの組に分けるとき，

（１）３人部屋Ａ，Ｂと２人部屋Ｃの３部屋に分ける

$${}_8C_3\times{}_5C_3=\frac{8\cdot7\cdot6}{3\cdot2\cdot1}\times\frac{5\cdot4}{2\cdot1}=56\times10=560\text{通り}$$

（２）３人，３人、２人の３つの組に分ける

$$\frac{{}_8C_3\times{}_5C_3}{2!}=\frac{560}{2}=280\text{通り}$$

第１章　場合の数と確率　練習問題 解答（第２節）

練習３２

（１，１），（１，２），（１，３），（１，４），（１，５），（１，６）
（２，１），（２，２），（２，３），（２，４），（２，５），（２，６）
（３，１），（３，２），（３，３），（３，４），（３，５），（３，６）
（４，１），（４，２），（４，３），（４，４），（４，５），（４，６）
（５，１），（５，２），（５，３），（５，４），（５，５），（５，６）
（６，１），（６，２），（６，３），（６，４），（６，５），（６，６）

練習３３　１個のさいころを投げるとき，

（１）奇数の目が出る確率は，　$\dfrac{3}{6}=\dfrac{1}{2}$

（２）３以上の目が出る確率は，　$\dfrac{4}{6}=\dfrac{2}{3}$

練習３４　赤玉２個と白玉３個の入った袋から，玉を１個取り出すとき，赤玉の出る確率は，$\dfrac{2}{5}$

練習３５　３枚の硬貨を同時に投げるとき，

（１）すべて表が出る確率は，　$\left(\dfrac{1}{2}\right)^3=\dfrac{1}{8}$

（２）１枚だけ裏が出る確率は，　${}_3C_1\times\left(\dfrac{1}{2}\right)^3=\dfrac{3}{8}$

練習３６　２個のさいころを同時に投げるとき，

（１）目の和が７になる確率

目の出方は，（１，６），（２，５），（３，４），（４，３），（５，２），（６，１）の６通りなので，

$6\times\left(\dfrac{1}{6}\right)^2=\dfrac{1}{6}$

（２）２個とも偶数の目が出る確率

目の出方は，３×３＝９通りなので，

$9\times\left(\dfrac{1}{6}\right)^2=\dfrac{1}{4}$

別解　１個のさいころで偶数の目が出る確率は$\dfrac{3}{6}=\dfrac{1}{2}$ であるから，$\left(\dfrac{1}{2}\right)^2=\dfrac{1}{4}$

練習３７　A，Bの２人を含む４人が，くじ引きで順番を決めて横１列に並ぶとき，

（１）Aが左端に並ぶ確率

全部の並び方$4!$＝２４通りのうち，Aが左端に並ぶのは$3!$＝６通りあるから，

$\dfrac{3!}{4!}=\dfrac{1}{4}$

（２）Bが左端，Aが右端に並ぶ確率

全部の並び方$4!$＝２４通りのうち，Bが左端，Aが右端に並ぶのは$2!$＝２通りあるから，

$\dfrac{2!}{4!}=\dfrac{1}{12}$

練習３８　くじが１０本あり，そのうち３本が当たりくじである。

（１）２本を同時に引くとき，２本とも当たる確率

$$\frac{{}_3C_2}{{}_{10}C_2}=\frac{\dfrac{3\cdot 2}{2\cdot 1}}{\dfrac{10\cdot 9}{2\cdot 1}}=\frac{3}{45}=\frac{1}{15}$$

（２）３本を同時に引くとき，３本ともはずれる確率

$$\frac{{}_7C_3}{{}_{10}C_3}=\frac{\dfrac{7\cdot 6\cdot 5}{3\cdot 2\cdot 1}}{\dfrac{10\cdot 9\cdot 8}{3\cdot 2\cdot 1}}=\frac{35}{120}=\frac{7}{24}$$

練習３９　大人６人，子ども４人の合計１０人の中から抽選で５人を選ぶとき，

（１）大人が３人，子どもが２人になる確率

$$\frac{{}_6C_3\times{}_4C_2}{{}_{10}C_5}=\frac{\dfrac{6\cdot 5\cdot 4}{3\cdot 2\cdot 1}\times\dfrac{4\cdot 3}{2\cdot 1}}{\dfrac{10\cdot 9\cdot 8\cdot 7\cdot 6}{5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}}=\frac{20\times 6}{252}=\frac{10}{21}$$

（２）子どもは１人だけの確率

$$\frac{{}_6C_4\times{}_4C_1}{{}_{10}C_5}=\frac{\dfrac{6\cdot 5}{2\cdot 1}\times 4}{\dfrac{10\cdot 9\cdot 8\cdot 7\cdot 6}{5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}}=\frac{15\times 4}{252}=\frac{5}{21}$$

練習４０　A＝{１，３，５，７，９}，B＝{７，８，９，１０} より，

A∩B＝{７，９}，　A∪B＝{１，３，５，７，８，９，１０}

練習４１　「偶数の目が出る」と「３の目が出る」は背反事象である。

練習４２

（１）３等または４等が当たる確率

$$\frac{10}{100}+\frac{20}{100}=\frac{3}{10}$$

（２）２等から４等までのいずれかが当たる確率

$$\frac{5}{100}+\frac{10}{100}+\frac{20}{100}=\frac{35}{100}=\frac{7}{20}$$

練習４３　赤玉２個，白玉３個，青玉５個の入った袋から，３個の玉を同時に取り出すとき，

３個とも同じ色である確率は，$\dfrac{{}_3C_3}{{}_{10}C_3}+\dfrac{{}_5C_3}{{}_{10}C_3}=\dfrac{1}{120}+\dfrac{10}{120}=\dfrac{11}{120}$

練習４４　１から２００までの２００枚の番号札から１枚引くとき，

３の倍数でない番号を引く確率は，$1-\dfrac{66}{200}=1-\dfrac{33}{100}=\dfrac{67}{100}$

練習４５　赤玉６個と白玉４個の入った袋から４個の玉を同時に取り出すとき，

少なくとも１個が白玉である確率は，$1-\dfrac{{}_6C_4}{{}_{10}C_4}=1-\dfrac{15}{210}=1-\dfrac{1}{14}=\dfrac{13}{14}$

練習４６　２個のさいころを同時に投げるとき，

異なる目が出る確率は，$1-\dfrac{6}{36}=1-\dfrac{1}{6}=\dfrac{5}{6}$

練習４７　１から５０までの５０枚の番号札から１枚引くとき，

引いた札の番号が３の倍数である事象をＡ，４の倍数である事象をＢとすると，

$P(A)=\dfrac{16}{50}$，$P(B)=\dfrac{12}{50}$，$P(A\cap B)=\dfrac{4}{50}$　であるから，

（１）３の倍数または４の倍数である確率は，

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\frac{16}{50}+\frac{12}{50}-\frac{4}{50}=\frac{24}{50}=\frac{12}{25}$$

（２）３の倍数でも４の倍数でもない確率は，

$$1-P(A\cup B)=1-\frac{12}{25}=\frac{13}{25}$$

練習４８　２枚の硬貨と１個のさいころを投げるとき，

（１）硬貨は２枚とも表が出て，さいころは偶数の目が出る確率は，

$$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{3}{6}=\frac{1}{8}$$

（２）硬貨は１枚だけ表が出て，さいころは２以下の目が出る確率は，

$$2\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{2}{6}=\frac{1}{6}$$

練習４９　１枚の硬貨を３回続けて投げるとき，

（１）３回とも表が出る確率は，

$$\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{1}{8}$$

（２）少なくとも１回は裏が出る確率は，

$$1-\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{7}{8}$$

練習５０

（１）Ａから赤玉，Ｂから白玉を取り出す確率は，

$$\frac{3}{5}\times\frac{4}{6}=\frac{3}{5}\times\frac{2}{3}=\frac{2}{5}$$

（２）Ａ，Ｂから取り出す玉の色が異なる確率は，

$$\frac{3}{5}\times\frac{4}{6}+\frac{2}{5}\times\frac{2}{6}=\frac{3}{5}\times\frac{2}{3}+\frac{2}{5}\times\frac{1}{3}=\frac{8}{15}$$

練習５１　１個のさいころを４回投げるとき，

（１）１の目がちょうど３回出る確率は，

$${}_4C_3\left(\frac{1}{6}\right)^3\left(\frac{5}{6}\right)=\frac{20}{1296}=\frac{5}{324}$$

（２）５以上の目がちょうど２回出る確率は，

$${}_4C_2\left(\frac{2}{6}\right)^2\left(\frac{4}{6}\right)^2={}_4C_2\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{24}{81}=\frac{8}{27}$$

練習５２　赤玉２個と白玉４個の入った袋から玉を１個取り出し，色を見てからもとに戻す。

この試行を５回行うとき，赤玉が４回以上出る確率は，

$$ {}_5C_4\left(\frac{1}{3}\right)^4\left(\frac{2}{3}\right)+{}_5C_5\left(\frac{1}{3}\right)^5=\frac{10}{243}+\frac{1}{243}=\frac{11}{243} $$

練習５３　箱の中に，１から７までの青色の番号札７枚と，８から１２までの白色の番号札５枚が入っている。青色の札である事象をA，偶数の札である事象をBとすると，

$P(A)=\dfrac{7}{12}$，$P(B)=\dfrac{6}{12}$，$P(A\cap B)=\dfrac{3}{12}$　であるから，

$$ P_B(A)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2} $$

練習５４　ある学校の全校生徒１６０人に，２つの提案ａ，ｂについて尋ねたとき，

提案ａに賛成である事象をA，提案ｂに賛成である事象をBとすると，

$n(A)=60$，$n(B)=70$，$n(A\cap B)=42$　であるから，

$$ P_B(A)=\frac{n(A\cap B)}{n(B)}=\frac{42}{70}=\frac{3}{5} $$

練習５５　当たりくじ４本を含む１０本のくじを，A，Bの２人がこの順に１本ずつ引く。ただし，引いたくじはもとにもどさない。このとき，

（１）Aが当たり，Bがはずれる確率は，

$$ \frac{4}{10}\times\frac{6}{9}=\frac{2}{5}\times\frac{2}{3}=\frac{4}{15} $$

（２）２人ともはずれる確率は，

$$ \frac{6}{10}\times\frac{5}{9}=\frac{3}{5}\times\frac{5}{9}=\frac{1}{3} $$

練習５６　赤玉３個と白玉１０個の入った袋から，玉を１個ずつ３個取り出す。ただし，取り出した玉はもとにもどさない。このとき，取り出した玉がすべて赤玉である確率は，

$\dfrac{3}{13}\times\dfrac{2}{12}\times\dfrac{1}{11}=\dfrac{1}{286}$　　　← $\dfrac{{}_3C_3}{{}_{13}C_3}$ と考えてもよい。

練習５７　当たりくじ５本を含む１２本のくじを，A，Bの２人がこの順に１本ずつ引く。ただし，玉はもとにもどさない。このとき，Bが当たる確率は，

Aが当たってBが当たる確率と，Aがはずれて Bが当たる確率の和であるから，

$\dfrac{5}{12}\times\dfrac{4}{11}+\dfrac{7}{12}\times\dfrac{5}{11}=\dfrac{55}{132}=\dfrac{5}{12}$　　　← Aが当たる確率と同じである。

第１章　場合の数と確率　補充問題 解答（第２節）

５．A，B，Cの３人がじゃんけんを１回するとき，

（１）Aだけが勝つ確率は，

B，Cの２人がAに負ける手を出せばよいので，$\left(\dfrac{1}{3}\right)^2=\dfrac{1}{9}$

（２）全員が違う手を出す確率は，

$$3!\times\left(\frac{1}{3}\right)^3=\frac{2}{9}$$

（３）誰も勝たない，すなわちあいこになる確率は，

全員が違う手を出すか，同じ手を出せばよいので，$3!\times\left(\frac{1}{3}\right)^3+3\times\left(\frac{1}{3}\right)^3=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$

６．赤玉２個と白玉４個の入った袋から玉を１個取り出し，色を見てからもとにもどす。この試行を６回行うとき，６回目に３度目の赤玉が出る確率は，

５回目までに２回赤玉が出て，６回目にまた赤玉が出る確率であるから，

$${}_5C_2\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{2}{3}\right)^3\times\frac{1}{3}=\frac{80}{729}$$

７．当たりくじ３本を含む１０本のくじを，Ａ，Ｂ，Ｃの３人がこの順に１本ずつ引く。ただし，

玉はもとにもどさない。このとき，

（１）Ａ，Ｂがはずれ，Ｃが当たる確率は，

$$\frac{7}{10}\times\frac{6}{9}\times\frac{3}{8}=\frac{7}{40}$$

（２）Ｃが当たる確率は，

○○○　○×○　×○○　××○

ＡＢＣ　ＡＢＣ　ＡＢＣ　ＡＢＣ

$$\frac{3}{10}\times\frac{2}{9}\times\frac{1}{8}+\frac{3}{10}\times\frac{7}{9}\times\frac{2}{8}+\frac{7}{10}\times\frac{3}{9}\times\frac{2}{8}+\frac{7}{10}\times\frac{6}{9}\times\frac{3}{8}=\frac{3}{10}$$　←Ａが当たる確率と同じ

第１章　場合の数と確率　章末問題 解答

１．６個の数字０，１，２，３，４，５のうちの異なる３個を並べて３桁の整数を作るとき，

小さい順に並べると，

１××　……　${}_5P_2$＝２０個

２０１

２０３

２．大人２人と子ども４人が，円形の６人席のテーブルに着席するとき，

（１）大人２人が向かい合う並び方は，

１人目の大人の右隣から子ども４人の並び順を考えると，

４!＝２４通り

（２）大人２人の間に子どもがちょうど１人入る並び方は，

大人２人の並び順を考え，次に大人２人の間から始めて子ども４人の並び順を考えると，

２×４!＝４８通り

３．${}_4C_2\times{}_3C_2$＝６×３＝１８個

４．${}_nC_r={}_{n-1}C_{r-1}+{}_{n-1}C_r$

n 人の中から r 人を選ぶ選び方の総数（${}_nC_r$）は，ある特定の１人を選んだ場合に残り n－１人の中からから r－１人を選ぶ選び方の総数（${}_{n-1}C_{r-1}$）と，その１人を選ばなかった場合に残り n－１人の中から r

人を選ぶ選び方の総数（${}_{n-1}C_r$）の和である。

証明

$${}_nC_r=\frac{n!}{r!\cdot(n-r)!}$$

$${}_{n-1}C_{r-1}+{}_{n-1}C_r=\frac{(n-1)!}{(r-1)!\cdot(n-r)!}+\frac{(n-1)!}{r!\cdot(n-r-1)!}=\frac{(n-1)!}{(r-1)!\cdot(n-r-1)!}\left(\frac{1}{n-r}+\frac{1}{r}\right)$$

$$=\frac{(n-1)!}{(r-1)!\cdot(n-r-1)!}\cdot\frac{r+(n-r)}{r(n-r)}=\frac{(n-1)!}{(r-1)!\cdot(n-r-1)!}\cdot\frac{n}{r(n-r)}=\frac{n!}{r!\cdot(n-r)!}$$

よって，${}_nC_r={}_{n-1}C_{r-1}+{}_{n-1}C_r$

5．男子４人と女子３人がくじ引きで１列に並ぶとき，

（１）男子と女子が交互に並ぶ確率は，

両端は必ず男子であるから，$\frac{4!\times 3!}{7!}=\frac{3\cdot 2\cdot 1}{7\cdot 6\cdot 5}=\frac{1}{35}$

（２）両端のうち，少なくとも一方に女子が並ぶ確率は，

１から両端が男子の確率を引けばよいから，$1-\frac{{}_4P_2\times 5!}{7!}=1-\frac{4\cdot 3}{7\cdot 6}=1-\frac{2}{7}=\frac{5}{7}$

6．１から９までの９枚の番号札から４枚選ぶとき，

（１）全部が６以下である確率は，

$$\frac{{}_6C_4}{{}_9C_4}=\frac{6\cdot 5\cdot 4\cdot 3}{9\cdot 8\cdot 7\cdot 6}=\frac{5}{42}$$

（２）最大の番号が７以上である確率は，

$$1-\frac{{}_6C_4}{{}_9C_4}=1-\frac{5}{42}=\frac{37}{42}$$

7．硬貨が裏である事象をＡ，赤玉が出る事象をＢとすると，

$P(A\cap B)=\frac{1}{2}\times\frac{2}{10}=\frac{1}{10}$，　$P(B)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{10}+\frac{1}{2}\times\frac{2}{10}=\frac{3}{20}$　であるから，

求める条件付き確率は，$P_B(A)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{2}{3}$

8．ＡがＢの品物を受け取る場合，

Ａ　Ｂ　Ｃ　Ｄ　が受け取る品物の組合せは，

Ｂ　Ａ　Ｄ　Ｃ

Ｂ　Ｃ　Ｄ　Ａ

Ｂ　Ｄ　Ａ　Ｃ　の３通りである。

ＡがＣ，Ｄの品物を受け取る場合も同様に考えられるので，分け方は ３×３＝９通り

9．

（１）６人がＡ，Ｂの２部屋に入る方法は，2^6＝６４通り

（２）６人が２つの組に分かれる方法は，００００

５人と１人の場合　　${}_6C_1=$　６通り

４人と２人の場合　　${}_6C_2=$１５通り

３人ずつの場合　　$\frac{{}_6C_3}{2}=$１０通り　より，合わせて ６＋１５＋１０＝３１通り

１０． ００００から９９９９までの番号のうちで，

（１）０１０１，００３３ のように，同じ数字を２個ずつ含むものは，

まず，１０種類の数字の中から２個を選び，そのうちの小さい方の数字を４桁の中のどの２桁に置くかを決めればよいので，

${}_{10}C_2 \times {}_4C_2 = 45 \times 6 = 270$個

（２）１２４８のように，異なる数字が左から小さい順に並んでいるものは，

${}_{10}C_4 = 210$個

１１． $\dfrac{2}{3} \times \dfrac{1}{2} \times \dfrac{3}{5} + \dfrac{1}{3} \times \dfrac{1}{2} \times \dfrac{2}{5} + \dfrac{2}{3} \times \dfrac{1}{2} \times \dfrac{2}{5} = \dfrac{6}{15} = \dfrac{2}{5}$

１２．

９回で点Ｐが最初の位置に戻るには，硬貨の表が３回，裏が６回出ればよいから，

$${}_9C_3\left(\frac{1}{2}\right)^9 = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot \frac{1}{512} = \frac{21}{128}$$

１３．

（１）１回目で優勝者が決まる確率は，

１回目のじゃんけんで，３人のうち誰が，何の手で勝つかを決めればよいので，

$$3 \times 3 \times \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{3}$$

（２）１回目終了後に２人が残っている確率は，

１回目のじゃんけんで，３人のうち誰が，何の手で負けるかを決めればよいので，

$$3 \times 3 \times \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{3}$$

（３）ちょうど３回目に優勝者が決まる確率は，

３人のじゃんけんで，あいこになる確率は$\dfrac{1}{3}$，

２人のじゃんけんで，あいこになる確率は$\dfrac{1}{3}$，

２人のじゃんけんで，勝負がつく確率は$\dfrac{2}{3}$ であるから，

人数が，３人→３人→３人→１人 となる場合，$\left(\dfrac{1}{3}\right)^3 = \dfrac{1}{27}$

人数が，３人→３人→２人→１人 となる場合，$\left(\dfrac{1}{3}\right)^2 \cdot \dfrac{2}{3} = \dfrac{2}{27}$

人数が，３人→２人→２人→１人 となる場合，$\left(\dfrac{1}{3}\right)^2 \cdot \dfrac{2}{3} = \dfrac{2}{27}$

よって，合わせると $\dfrac{1}{27} + \dfrac{2}{27} + \dfrac{2}{27} = \dfrac{5}{27}$